Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 01.02.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	4	4	3	1	5	21
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Für ein LZI System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}\end{aligned}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenes Regelkreises beliebig vorgebbar sind?

b) Zeigen Sie mathematisch, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 2:

Für das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k soll ein Beobachter

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{b}_d u_k + \boldsymbol{l}(y_k - \hat{y}_k) \\ \hat{y}_k &= \mathbf{c}_d^T\hat{\mathbf{x}}_d\end{aligned}$$

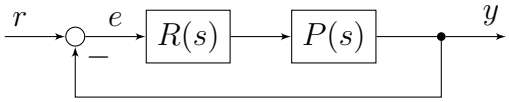
entworfen werden mit $\boldsymbol{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differenzengleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$

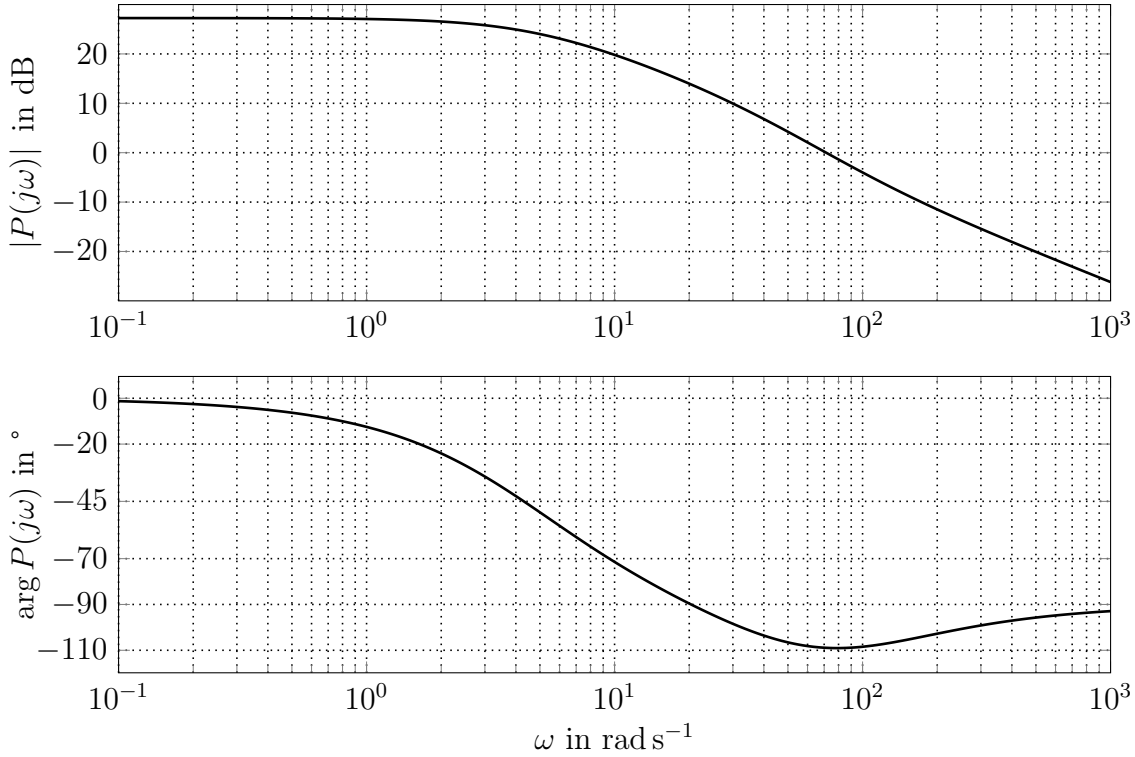
b) Bestimmen Sie die Parameter l_1 und l_2, sodass die Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik bei $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ liegen.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



Als Regler wird $R(s) = \dfrac{1}{s}$ verwendet.

a) Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

b) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 5\,\sigma(t) + 4\,t\,\sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung e_∞.

Aufgabe 4:

Es sei ein I-Regler im Zeitbereich gegeben

$$u(t) = K_I \int_0^t e(\tau) d\tau.$$

Das zeitkontinuierlich entworfene Regelgesetz soll zeitdiskret mit Hilfe der Tustin-Formel (Trapez-Regel) für eine Abtastzeit T_d realisiert werden.

a) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Differenzengleichung des Reglers zur Bestimmung von u_k.

b) Bestimmen Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(z)$ und geben Sie den Zusammenhang zwischen s und z (Tustin-Formel) an. Stellen Sie in der komplexen Ebene denjenigen Bereich graphisch dar, auf welchen die Tustin-Formel die Halbebene $\mathrm{Re}\{s\} < 0$ abbildet.

Aufgabe 5:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{10}{s+2}$$

soll ein Standardregelkreis mit PI-Regler eingesetzt werden.

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion eines PI-Reglers als Funktion vom Proportionalbeiwert K_P und Nachstellzeit T_N an und zeichnen Sie die entsprechende Sprungantwort des Reglers.

b) Begründen sie *nachvollziehbar* ob dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckenausgang stationär unterdrücken kann.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

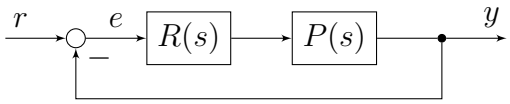
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

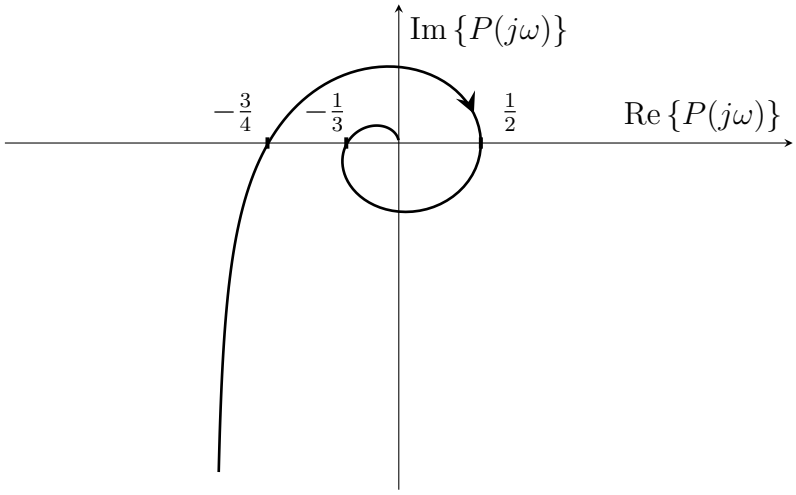
$$w(s) = s^4 + 6s^3 + 13s^2 + 12s + 4.$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ graphisch vor:



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

b) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve ein. Welche Bedeutung haben diese Größen?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 29.03.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	4	20
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s^2 + 1}$$

soll ein PI-Regler eingesetzt werden.

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion eines PI-Reglers und zeichnen Sie die entsprechende Sprungantwort. Kennzeichnen Sie wo die Parameter des PI-Reglers aus der Sprungantwort abgelesen werden können.

b) Es wird jetzt ein Standardregelkreises mit der gegebenen Strecke und den im Punkt a) ermittelten PI-Regler betrachtet. Zeigen Sie *mathematisch*, dass dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckenausgang stationär unterdrücken kann.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Ist das System steuerbar und/oder stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antworten!*

Aufgabe 3:

Für ein LZI System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} \end{aligned}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenes Regelkreises beliebig vorgebbar sind?

b) Zeigen Sie *mathematisch*, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 4:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm und die Ortskurve eines Lag-Gliedes.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

Es wird ein Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + Vr_k$$

so etworfen, dass für die (*stabile*) Führungsübertragungsfunktion

$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{4(z+\alpha)}{z^2}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt.

b) Bestimmen Sie *in nachvollziehbarer Weise* die Verstärkung V und α. Geben Sie $\mathbf{k}^T$ an.

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 6:

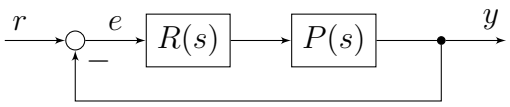
Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{28s - 20}{s + 7}$$

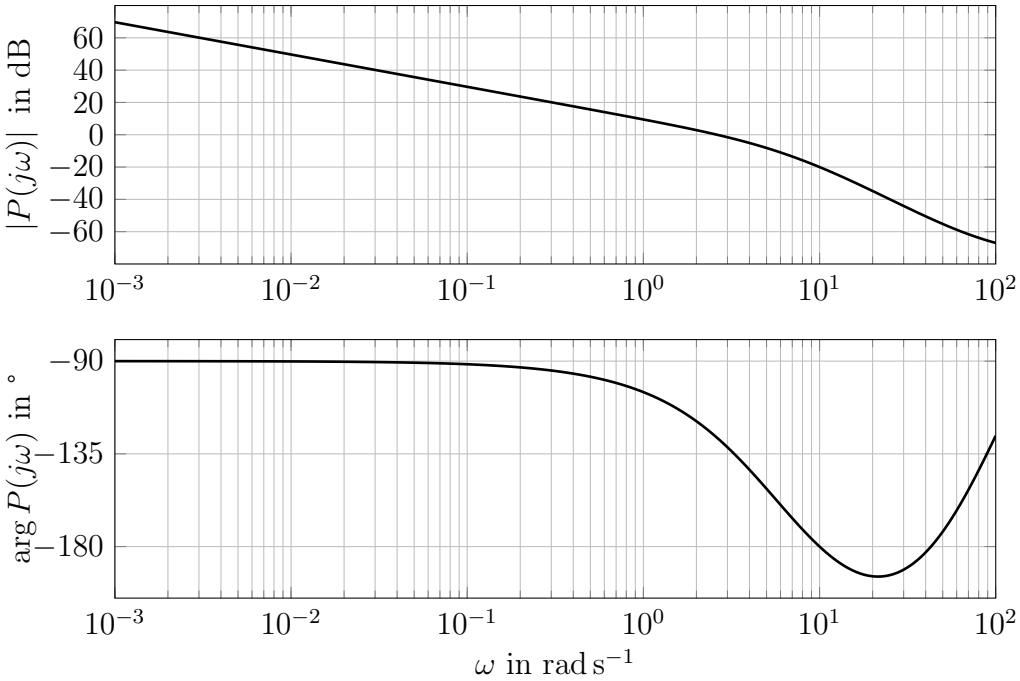
für eine Abtastzeit $T_d = 2$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Als Regler wird ein PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R}\right)$$

und den positiven Parametern K_P, T_v und T_R verwendet.

a) Dimensionieren Sie **diesen Regler** mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_r \approx 0{,}15\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort (näherungsweise) $15\,\%$ beträgt.

b) Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

i) $r(t) = 5\sigma(t)$, ii) $r(t) = 3t\sigma(t)$

Begründen Sie Ihre Antworten!

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 03.05.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Summe
erreichbare Punkte	5	3	3	3	3	3	20
erreichte Punkte							

Aufgabe 1:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

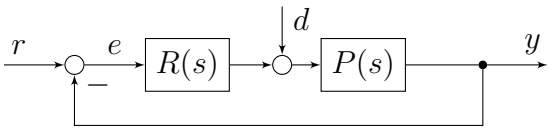
$$P(s) = \frac{4}{s^2 + s}$$

soll ein realisierbarer PD-Regler eingesetzt werden.

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers an.

b) Bestimmen Sie und zeichnen Sie die Sprungantwort $u(t)$ des Reglers. Kennzeichnen Sie wo die Parameter des realisierbaren PD-Reglers aus der Sprungantwort abgelesen werden können.

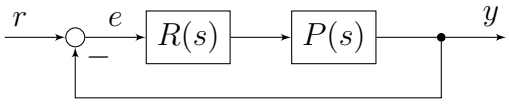
c) Es wird jetzt der folgende Standardregelkreises



mit der gegebenen Strecke und den im Punkt a) ermittelten PD-Regler betrachtet. Zeigen Sie *mathematisch*, dass dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckeneingang stationär *nicht* unterdrücken kann.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = \frac{2}{1 + s}.$$

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

Als Regler soll ein Proportionalregler eingesetzt werden, d.h. $R(s) = K, K \in \mathbb{R}$.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $e_\infty = \lim_{t\to\infty} [r(t) - y(t)]$ in Abhängigkeit des Parameters $K \in (-\infty, \infty)$.

Aufgabe 3:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

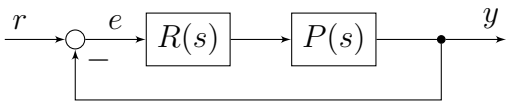
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lead-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm eines Lead-Gliedes und kennzeichnen Sie wo die Parameter des Reglers aus der Betrags- und Phasenkennlinie abgelesen werden können.

c) Zeichnen Sie die Ortskurve eines Lead-Gliedes und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse als Funktion der Reglerparameter.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = -\frac{3}{10} \cdot \frac{(s-300)}{(s+3)(s+30)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 30$ besitzt. Bestimmen Sie das mit dem Regler aus *a*) resultierende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort vom geschlossenen Regelkreis.

   Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
   Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 5:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}\mathbf{x}_k + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u_k\\ y_k &= \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix}0.5 & 0 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x}_k\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

b) Nehmen Sie an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Ist es möglich, für das obige System einen Beobachter der Form

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{b}_d u_k + \boldsymbol{l}(y_k - \hat{y}_k)\\ \hat{y}_k &= \mathbf{c}_d^T\hat{\mathbf{x}}_d\end{aligned}$$

so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$ lauter Eigenwerte bei $z = 0$ besitzt? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Es wird ein Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + Vr_k$$

so entworfen, dass für die Führungsübertragungsfunktion

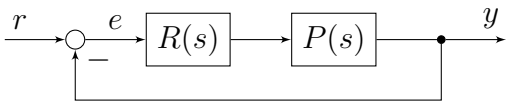
$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{z^2 + 0.5}{2z^3 + 0.4z^2}$$

gilt.

c) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Reglerparameter V und $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix}k_1 & k_2 & k_3\end{bmatrix}$.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-1}{(s-2)(s-3)}.$$

a) Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 1$ zu $y(T_T) = -3$ überführt wird.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des resultierenden Regelkreises.

Hinweis: Verwenden Sie die angegebene Tabelle.

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 28.06.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	1.5	2	3.5	4	3	4	3	21
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Für ein LZI System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}\end{aligned}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenes Regelkreises beliebig vorgebbar sind?

b) Zeigen Sie *mathematisch*, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 2:

Für das System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\end{aligned}$$

entworfen werden. Welche der folgenden Möglichkeiten für den Vektor $\mathbf{l}$ sind zulässig?

a) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$

b) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

c) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \end{bmatrix}^T$

d) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}^T$

e) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$

f) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.

Aufgabe 3:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm eines Lag-Gliedes und kennzeichnen Sie wo die Parameter des Reglers aus der Betrags- und Phasenkennlinie abgelesen werden können.

c) Zeichnen Sie die Ortskurve eines Lag-Gliedes und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse als Funktion der Reglerparameter.

d) Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz ω_c platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = -\frac{s-5}{s^2+s}.$$

Zur Regelung wird ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P\left(1+\frac{1}{sT_N}\right)$$

mittels Einstellregeln entworfen werden.

a) Begründen Sie, warum man die Wendetangenten-Methode und Methode der Summenzeitkonstante *nicht* für den Reglerentwurf bei der gegebenen Strecke verwenden kann.

b) Begründen Sie, warum es möglich ist, die Stabilitätsrand-Methode bei der gegeben Strecke anzuwenden. Beschreiben Sie diese Einstellregel im Detail.

c) Bestimmen Sie der kritische Verstärkungsfaktor des Reglers K_k und die Periodendauer T_k der Schwingung.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

b) Es wird ein Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + Vr_k$$

so entworfen, dass für die Führungsübertragungsfunktion

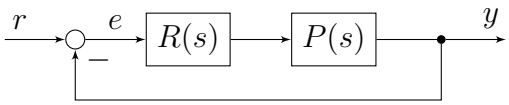
$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{z+\alpha}{3z^2}$$

gilt. Bestimmen Sie *nachvollziehbar* den Wert vom Parameter α und die Reglerparameter V und $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$.

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

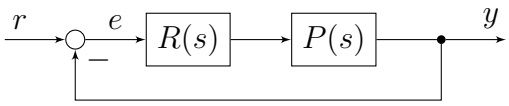
a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

c) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve ein. Welche Bedeutung haben diese Größen?

Aufgabe 7:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s+3}{(s-2)(s-4)}.$$

a) Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 1$ zu $y(T_T) = -3$ überführt wird.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des resultierenden Regelkreises.

Hinweis: Verwenden Sie die angegebene Tabelle.

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 04.10.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2.5	1.5	4.5	4.5	4	2	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

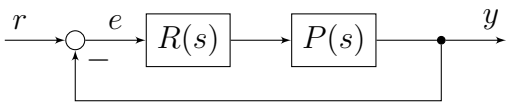
welches *nicht steuerbar* ist.

a) Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems nicht durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist.

b) Welche Eigenschaft muss das System besitzen, damit ein Zustandsreglerentwurf sinnvoll ist? Erklären Sie diese Eigenschaft.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{(s+1)(s-1)}{(s-2)(s-3)^2}.$$

Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 1$ zu $y(T_T) = -3$ überführt wird. Geben Sie die Solltrajektorie $z^*(t)$, sowie das Steuersignal und die Referenzgröße (in Abhängigkeit von $z^*(t)$) an.

Hinweis: Koeffizienten einer Solltrajektorie für die Systemordnung n

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes *zeitdiskretes* System mit Eingang u_k, Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

a) Bestimmen Sie einen Zustandsregler der Form

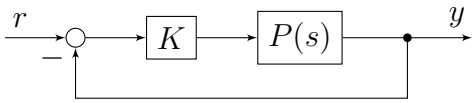
$$u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises bei $z = 0$ liegen.

b) Ist der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil?
Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{100}{s(s+10)^2}$$

und K ist ein positiver reeller Parameter.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

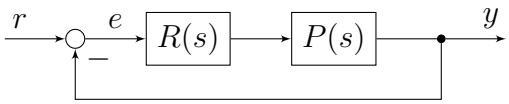
b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

c) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ den Amplitudenrand A_r in die Ortskurve ein und bestimmen Sie den Wert von A_r.

d) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve Φ_r ein und erklären Sie, wie Sie den Wert von Φ_r auf der Basis von $P(s)$ <u>berechnen</u> können.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Stecke gilt $P(s) = \dfrac{100(s+0.1)}{s(s+1)(s+100)}$

a) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $P(s)$.

b) Es soll nun eine Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers so ermittelt werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r \approx 0.015$s besitzt und die bleibende Regelabweichung bei einer Führungsgröße $r(t) = 2\sigma(t)$ verschwindet, d.h. $e_\infty = 0$ gilt.

   Zur Lösung dieser Aufgabe haben Sie die Auswahl zwischen zwei Reglern:

   i) $R(s) = K$ ii) $R(s) = K\dfrac{1+\frac{s}{\omega_1}}{s}$

   Wählen Sie einen Regler aus und begründen sie Ihre Wahl. Dimensionieren Sie die ausgewählten Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinenverfahrens so, dass obige Anforderungen erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

Aufgabe 6:

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ und zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

b) Was versteht man unter dem Windup-Effekt? Wann kann er auftreten und wie macht er sich bemerkbar?

c) Zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme und erklären Sie diese.

Aufgabe 7:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und Ausgangsgröße y soll ein Luenberger-Beobachter mit der Verstärkung $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \end{bmatrix}$ entworfen werden.

a) Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters und ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Schätzfehlerdynamik $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$

b) Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^4 + 7s^3 + 17s^2 + 17s + 6$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 14.12.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2	5	3	4.5	3	2.5	23
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

Es wird ein Zustandsregler der Form $u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + Vr_k$ so entworfen, dass für die (stabile) Führungsübertragungsfunktion

$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{z+\alpha}{2z^2}$$

gilt.

b) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Werte von V und α.

c) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Reglerparameter $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$.

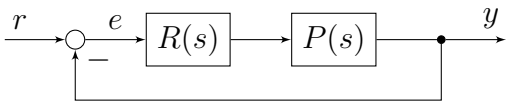
d) Nehmen Sie an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Ist es möglich, für das obige System einen Beobachter der Form

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_d\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{b}_d u_k + \boldsymbol{l}(y_k - \hat{y}_k)$$
$$\hat{y}_k = \mathbf{c}_d^T\hat{\mathbf{x}}_d$$

so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$ lauter Eigenwerte bei $z = 0.1$ besitzt? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 2:

Für einen Standardregelkreis



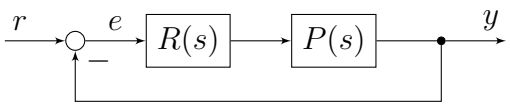
ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = V \cdot \frac{p(s)}{s^\lambda q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

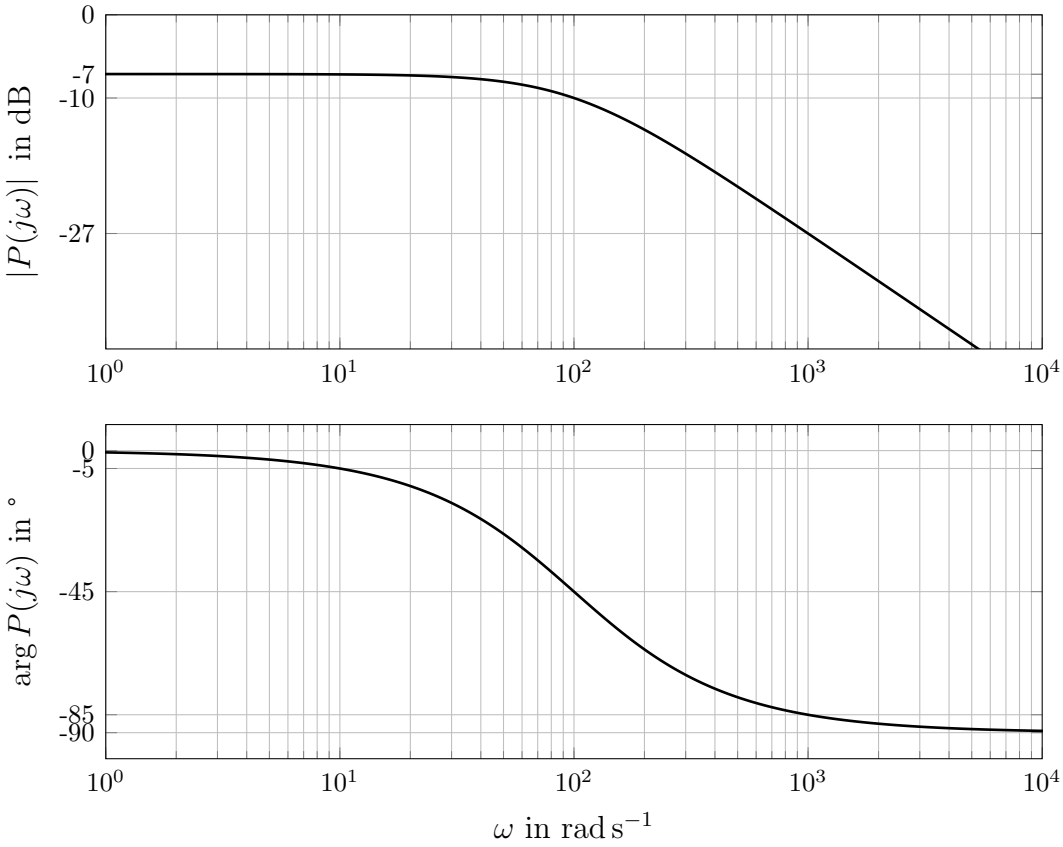
Ermitteln Sie *mathematisch* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung bei einer Führungsgröße $r(t) = 5t\sigma(t)$ verschwindet.
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sein „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

verwendet (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter).

a) Dimensionieren Sie die Parameter ω_Z, ω_N und K so, dass die Anstiegszeit t_r des geschlossenen Regelkreises $0.015s$ und die Überschwingweite ü $= 6\%$ beträgt.

b) Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

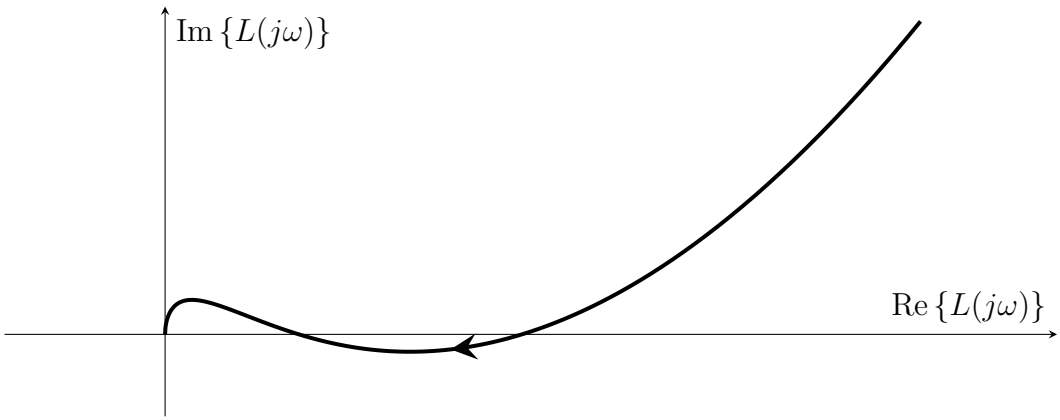
i) $r(t) = 5\sigma(t)$, ii) $r(t) = 3t\sigma(t)$

Begründen Sie Ihre Antworten!

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 4:

Die Frequenzgangsortskurve einer Übertragungsfunktion $L(s)$ ist gegeben:



Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen kann obige Ortskurve prinzipiell gehören?

i) $L_1(s) = \dfrac{(s+10)^2}{s(s+1)^2}$

ii) $L_2(s) = -\dfrac{(s+10)^2}{s(s+1)^2}$

iii) $L_3(s) = -\dfrac{(s+1)^2}{s(s+10)^2}$

iv) $L_4(s) = \dfrac{(s+10)^2}{(s+1)^2}$

Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich!

Aufgabe 5:

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N und zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

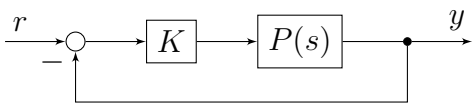
b) <u>Bestimmen</u> Sie und <u>zeichnen</u> Sie die Sprungantwort $u(t)$ des Reglers. Kennzeichnen Sie wo die Parameter K_P und T_N aus der Sprungantwort abgelesen werden können. *Achsenbeschriftungen nicht vergessen!*

c) Zeichnen Sie das Bode Diagramm von $R(s)$ für $K_P = 10$ und $T_N = 1$.

d) Zeichnen Sie die Ortskurve von $R(s)$ für $K_P = 10$ und $T_N = 1$.

Aufgabe 6:

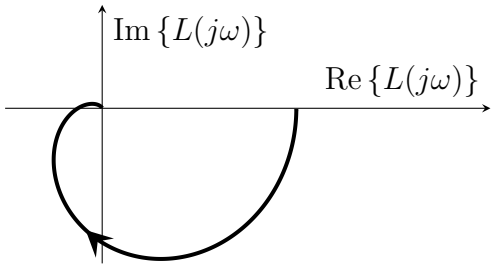
Für einen Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



ist die folgende Übertragungsfunktion der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{2}{(s+1)^3}$$

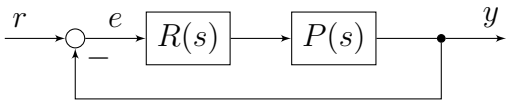
mit der dazugehörigen Ortskurve



gegeben. Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s-1)(s+3)^2}.$$

Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = -1$ zu $y(T_T) = 2$ überführt wird. Geben Sie die Solltrajektorie $z^*(t)$, sowie das Steuersignal und die Referenzgröße (in Abhängigkeit von $z^*(t)$) an.

Hinweis: Koeffizienten einer Solltrajektorie für die Systemordnung n

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252