Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 3.02.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	3	2	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -5x - 2u,\\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y\\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r-y)\end{aligned}$$

wobei $k = 2k_i$ gilt. Berechnen Sie die Werte der Parameter k_p, k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = -6$ und $s_2 = -2$ aufweist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^2+s+1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s+1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ integrierendes Verhalten aufweisen.

a) Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.
Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

c) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)}$ in der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}_R}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_R + \mathbf{b}e\\ u &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}_R + de,\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & -8 & -1 & 5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

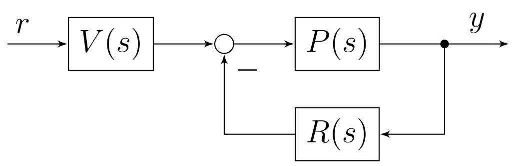
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ so, dass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 4:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für eine erweiterte Regelkreisstruktur



bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Jemand konnte sich allerdings an den Zähler der Streckenübertragungsfunktion $\mu(s) = (s-2)$ erinnern. Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ folgendes gegolten hat:

$$\nu_T(s) = s^2 + 8s + 10 \qquad \text{und} \qquad T(0) = 1$$

Nur eine der beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{1}{s+4}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

a) Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?

b) Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion $V(s)$?

c) Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen. Beachten Sie auch, dass der Regler *ein* System mit zwei Eingangsgrößen y und r und einer Ausgangsgröße u ist.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u, Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} u,$$

a) Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Ist es möglich, dass ein System stabilisierbar ist, obwohl es nicht steuerbar ist? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s-2}{s^4+1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

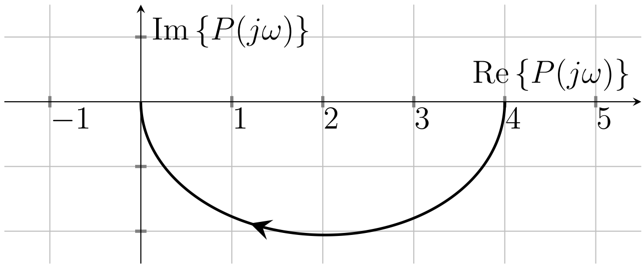
$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 5$$

ergibt.

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

Aufgabe 7:

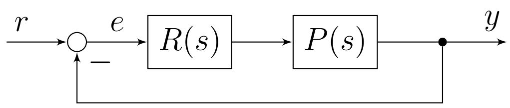
Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer *BIBO stabilen* Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Für einen Standardregelkreis



ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = \frac{V p(s)}{s^{\lambda} q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung e_∞ bei einer Führungsgröße $r(t) = t^2\sigma(t)$ verschwindet.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 24.03.2021

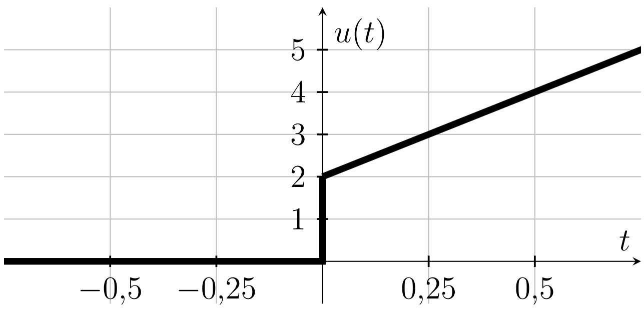
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	2	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



a) Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N ab.

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ und zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers.

c) Zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & 7 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3(s+\alpha)}{s^2 + 6s + 2}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Geben Sie $\mathbf{k}^T$, V und α an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u, Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u,$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u$$

in Regelungsnormalform vorliegt. Geben Sie $\tilde{\mathbf{A}}$,$\tilde{\mathbf{b}}$ und $\mathbf{T}$ an.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -6x - 2u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y) \end{aligned}$$

wobei $k = 4k_i$ gilt. Berechnen Sie die Werte der Parameter k_p, k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = -4$ und $s_2 = -2$ aufweist.

Aufgabe 5:

Für das System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

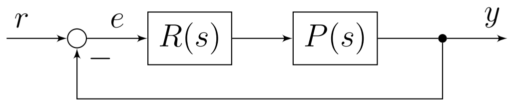
mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

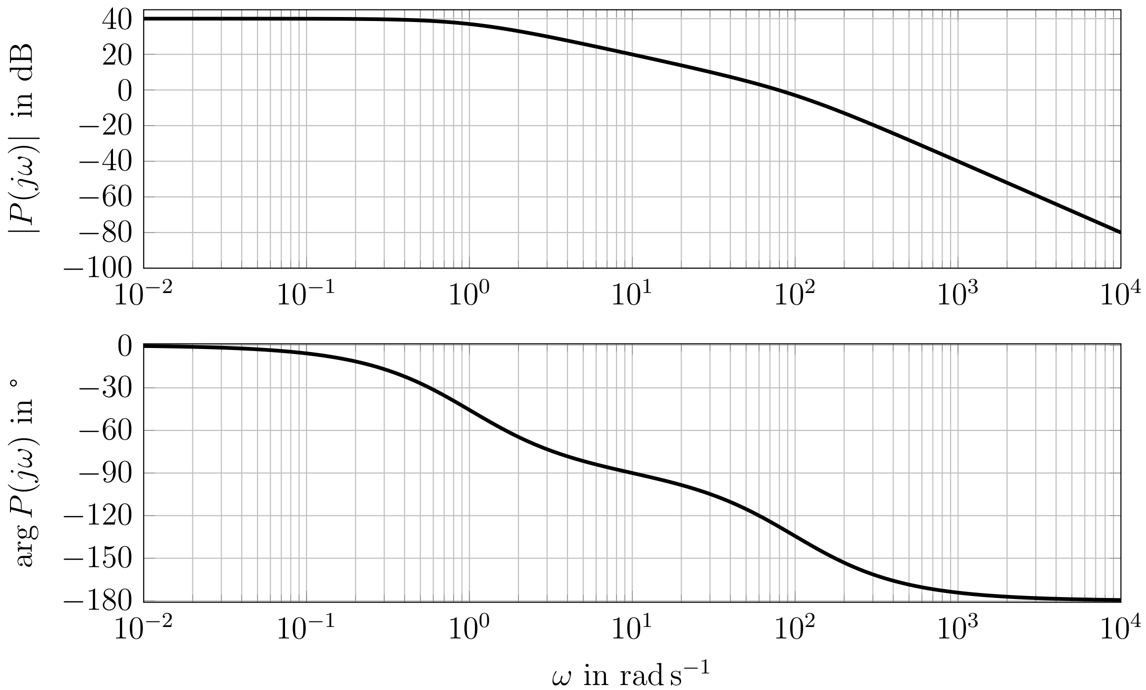
entworfen werden mit $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2, für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist. *Begründen Sie Ihre Antworte mathematisch!*

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:



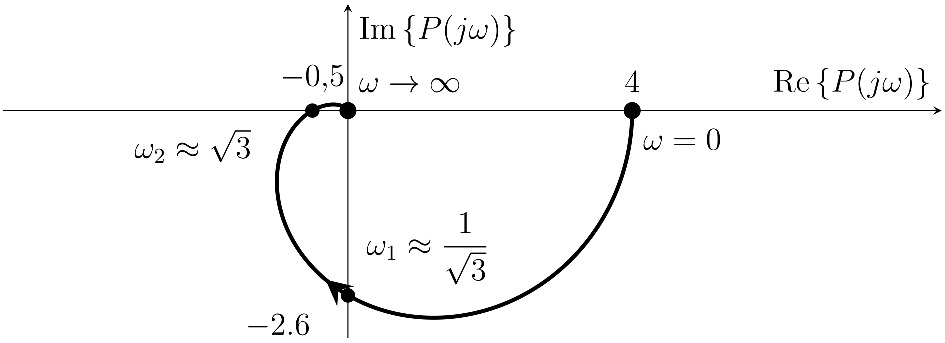
Es wird ein Regler der Form $R(s) = \dfrac{K}{s}$ verwendet.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.

b) Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞?

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $P(j\omega_1) = -j2.6$ und $P(j\omega_2) = -0.5$.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen und imaginären Achse.

Aufgabe 8:

Für ein LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenes Regelkreises beliebig vorgebbar sind?

b) Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 28.04.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

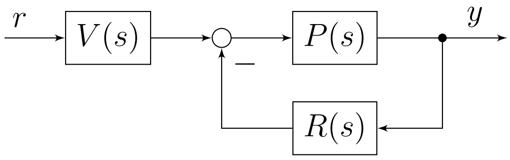
Entwerfen Sie für die Regelstrecke

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} u = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\
y &= \begin{bmatrix} -3 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}
\end{aligned}
$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y einen Luenberger-Beobachter so, dass die Eigenwert der Beobachterfehlerdynamik bei $s = -2$ und $s = -1$ liegen.

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$
P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}
$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$
R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.
$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$
T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}
$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$
w(s) = (s+1)^k
$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 3:

Für das LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} k & 2k+1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -11$ liegt.

b) Geben Sie den zweiten Eigenwert von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Lage des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s+1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ integrierendes Verhalten aufweisen.

a) Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.
Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u, Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

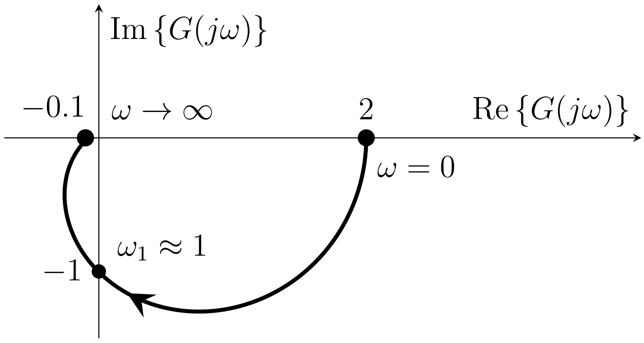
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

a) Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

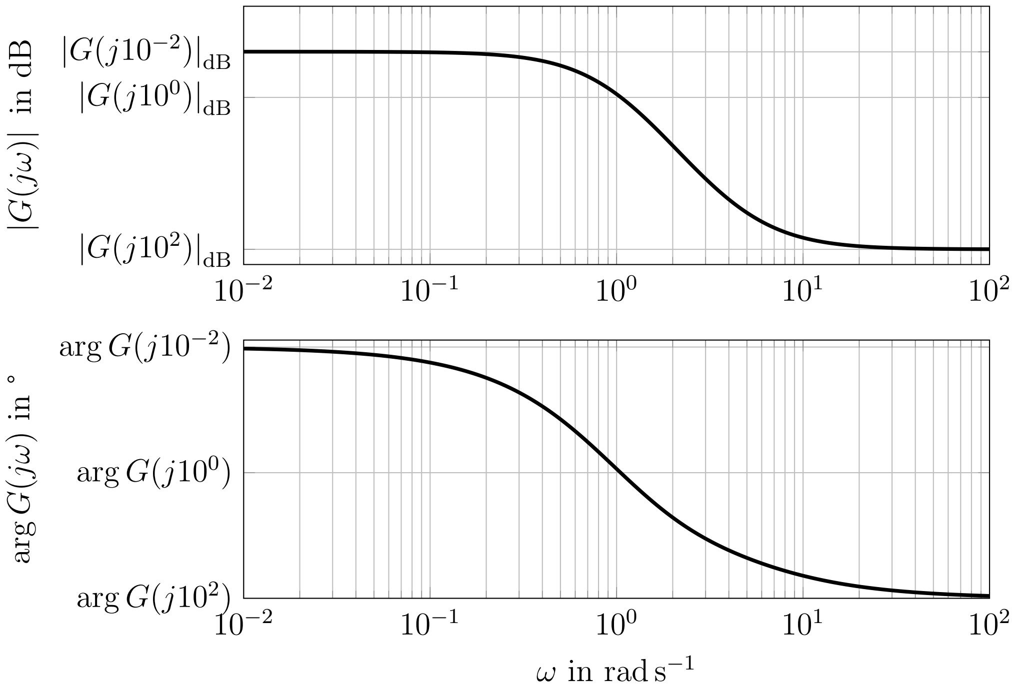
Aufgabe 6:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $G(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $G(0) = 2$, $G(j\omega_1) = -j$ und $\lim\limits_{\omega \to \infty} G(j\omega) = -0.1$.

a) Der Frequenzgang von $G(j\omega)$ ist in Form von BODE-Diagrammen graphisch gegeben:



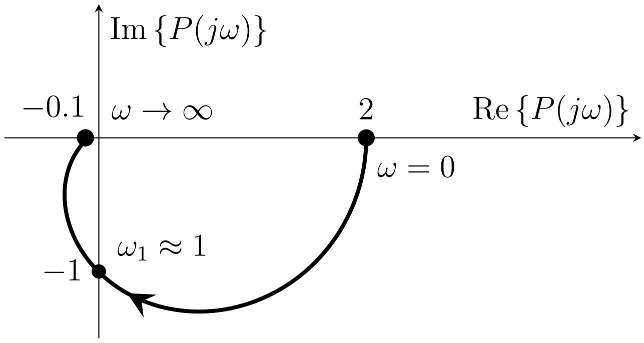
Bestimmen Sie die dazugehörigen Werte

- $|G(j10^{-2})|_{\mathrm{dB}}$, $|G(j10^{0})|_{\mathrm{dB}}$ und $|G(j10^{2})|_{\mathrm{dB}}$
- $\arg G(j10^{-2})$, $\arg G(j10^{0})$ und $\arg G(j10^{2})$.

b) Bestimmen Sie die Antwort des Systems $y(t)$ mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ auf den Einheitssprung $u(t) = \sigma(t)$ für $t = 0$ und $t \to \infty$.

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $P(0) = 2$, $P(j\omega_1) = -j$ und $\lim_{\omega \to \infty} P(j\omega) = -0.1$.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $L(s) := -\frac{2}{s} P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen und imaginären Achse.

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ist das System beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 23.06.2021

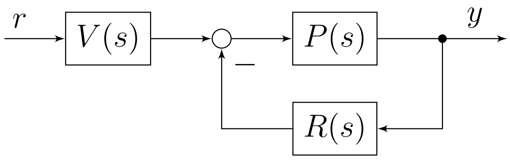
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2+6} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \dfrac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \dfrac{c(s)}{a(s)}$.

a) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{3s-3}{s^3+4s^2+7s+9} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

b) Realisieren Sie den Regler aus Punkt a) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{bu} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $e(0)$ gilt.

Aufgabe 3:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s-1}{s^4+16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = -2$$

ergibt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u, Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

a) Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -3x + u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

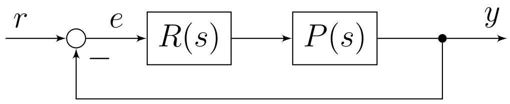
Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r-y) \end{aligned}$$

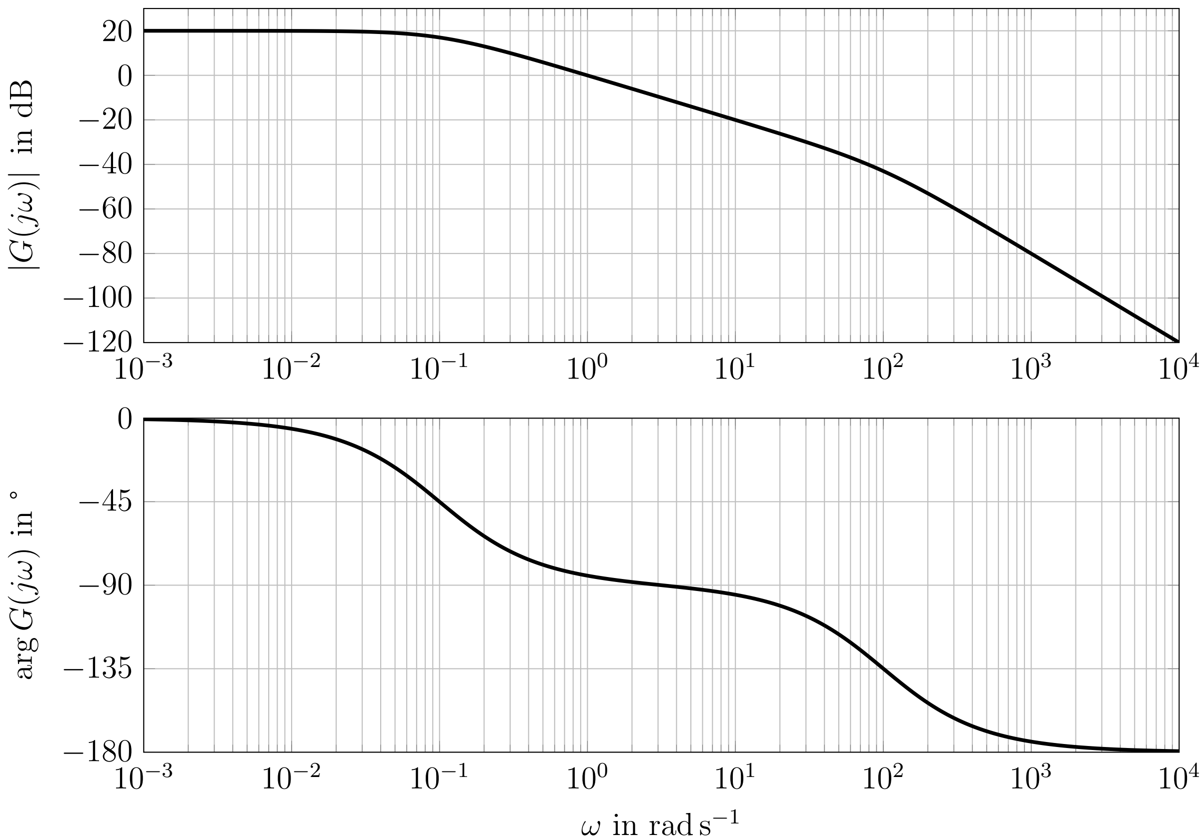
mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -5$ aufweist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



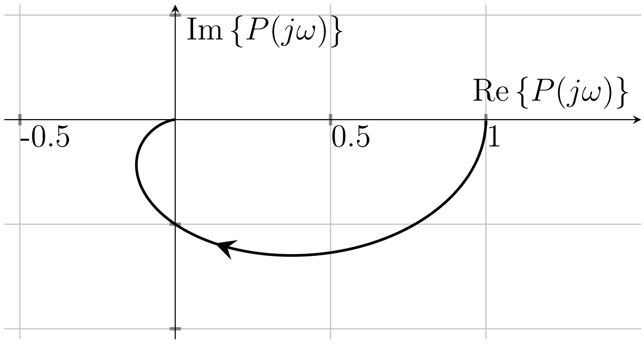
Es wird ein Regler der Form $R(s) = \dfrac{K}{s}$ verwendet.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.

b) Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer *BIBO stabilen* Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Jemand konnte sich allerdings an den Zähler $\mu(s) = -2(s-3)$ von $P(s)$ erinnern.
Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *zweiter Ordnung* folgendes gegolten hat:

$$\lim_{s\to(-3-3j)} |T(s)| = \infty \qquad\qquad T(0) = \frac{1}{3}$$

Die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1}{s+2}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

a) Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?

b) Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme**
am 28.10.2021

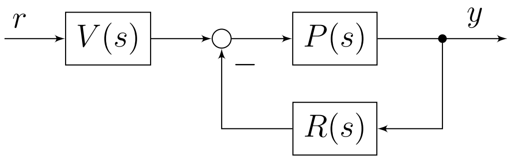
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^2+1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \dfrac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \dfrac{c(s)}{a(s)}$.

a) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{2}{s^4+2s^3+s^2+3s+4} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt **und** der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

b) Realisieren Sie den Regler aus Punkt a) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}. \end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{bu} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $e(0)$ gilt.

Aufgabe 3:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s-2}{s^4+16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = 2\sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 4$$

ergibt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte der Strecke. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β so, dass die Regelstrecke steuerbar ist.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$ und $\beta = 1$.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\boldsymbol{k}^T\boldsymbol{x}$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

Aufgabe 5:

Die Übertragungsfunktion der Strecke ist durch

$$P(s) = \frac{4}{(s+1)^3}$$

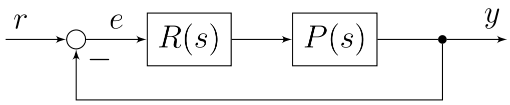
gegeben.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$.

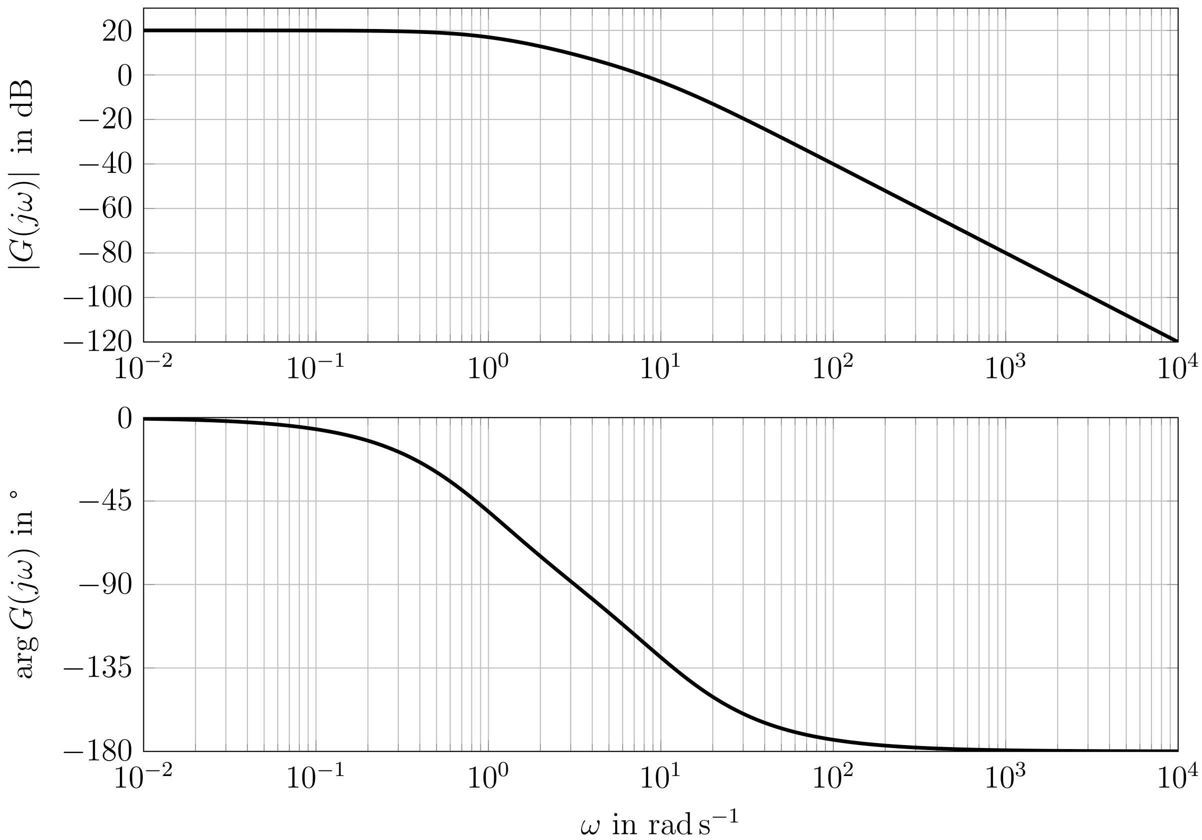
b) Ermitteln Sie *rechnerisch* alle Schnittpunkte (die Kreisfrequenz ω und den Wert von $P(j\omega)$) dieser Frequenzgangsortskurve mit der reellen Achse.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Es wird ein Regler der Form $R(s) = \dfrac{\left(1 + \dfrac{s}{\omega_1}\right)}{s}$ verwendet.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.15s$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

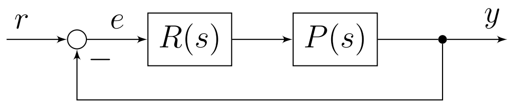
a) Ist das System beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich.

b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 13s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 8:

Für einen Standardregelkreis



ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = \frac{V p(s)}{s^\lambda q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung $e(t)$ bei einer Führungsgröße $r(t) = 2t\sigma(t)$ verschwindet, d.h. $\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 1.12.2021

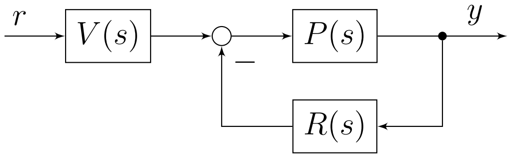
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	3	2	2	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2+1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \dfrac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \dfrac{c(s)}{a(s)}$.

a) Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

b) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

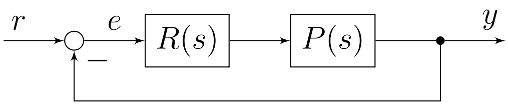
$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{2s-2}{s^2+2s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.

c) Realisieren Sie den Regler aus Punkt b) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}.$$

Zur Regelung der Strecke kann aus folgenden Reglern ausgewählt werden:

i) $R_1(s) = \alpha\dfrac{(1+\beta s)}{s}$ ii) $R_2(s) = \dfrac{(1+\beta s)}{(1+\alpha s)}$ iii) $R_3(s) = \alpha(1+\beta s)$

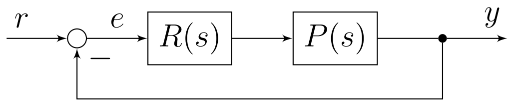
Hierbei sind α und β jeweils reelle Parameter.

a) Um welche Reglertypen handelt es sich bei $R_1(s)$, $R_2(s)$ bzw. $R_3(s)$? Skizzieren Sie die Sprungantwort von $R_1(s)$ für $\alpha = 4$ und $\beta = 2$.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β des Reglers $R_1(s)$ so, dass der Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = \frac{1-s}{1+s}.$$

a) Skizzieren Sie den Verlauf der zu $P(s)$ gehörigen Ortskurve $P(j\omega)$. Wo liegen die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse?

Als Regler soll ein Proportionalregler eingesetzt werden, d.h. $R(s) = K$. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Bereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} [r(t) - y(t)]$ in Abhängigkeit des Parameters $K \in (-\infty, \infty)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -3x + u,\\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y\\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r-y)\end{aligned}$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises lauter Eigenwerte an der Stelle $s = -5$ besitzt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei das mathematische Modell der Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie ein Regelgesetz der Form

$$y = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises ein charakteristisches Polynom

$$\Delta(s) = s^3 + 4s^2 + 3s + 4$$

besitzt.

b) Nehmen Sie an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Ist es möglich, für das obige System einen Beobachter der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\mathbf{u} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}) \\ y &= \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}\end{aligned}$$

so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ lauter Eigenwerte bei $s = -5$ besitzt? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 6:

Für das System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}\end{aligned}$$

entworfen werden mit $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2, für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist.
Begründen Sie Ihre Antworte mathematisch!

Aufgabe 7:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s-4}{s^4+3s+16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

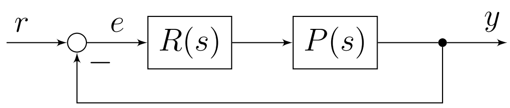
an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = 2\sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

ergibt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = -\frac{1}{5} \cdot \frac{(s-200)}{(s+2)(s+20)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 20$ besitzt. Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ soll dabei ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweisen.

   Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
   Begründen Sie Ihre Antwort!