# Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 08.06.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

| Aufgabe | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 21 |
| erreichte Punkte | | | | | | | | | |

**Aufgabe 1:**

Die Übertragungsfunktion eines Standardregelkreises

$$L(s) = \frac{1+s}{s^2+10s}$$

sei gegeben.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

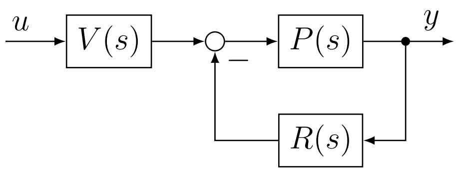
b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit $t_r$ und die Überschwingweite $M_p$ der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

*Begründen Sie Ihre Antwort!*

**Aufgabe 2:**

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur




mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
*Hinweis:* Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für $k$.

**Aufgabe 3:**

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\mathbf{u} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $e(0)$ gilt.

**Aufgabe 4:**

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 + 2s}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 3$$

ergibt. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

**Aufgabe 5:**

Für ein System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2 - s - 2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

**Aufgabe 6:**

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2\,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet $u_\infty$ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 1 + j$$

und

$$\mu(s) = s - 2$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. $\delta$ zu ermitteln.)

**Aufgabe 7:**

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter zu wählen?

b) Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

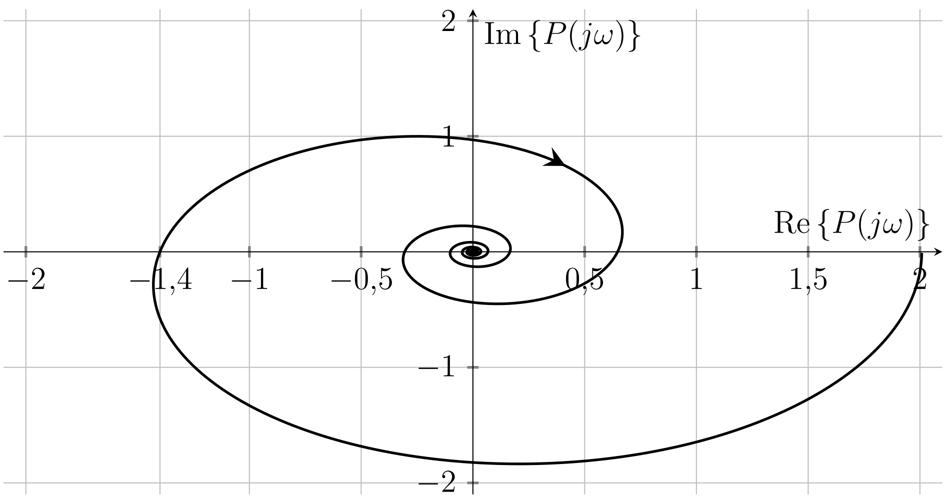
c) Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz $\omega_c$ platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

**Aufgabe 8:**

Gegeben sei eine Regelstrecke, welche die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s+1} e^{-sT_\mathrm{t}}$$

aufweist. Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes; die Totzeit ist durch $T_\mathrm{t} = 3$ gegeben. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:




Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor $K$ in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters $K$, sodass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
*Hinweise:* Die Funktion $e^{-sT_\mathrm{t}}$ hat keine Polstellen; das bedeutet, dass Sie das Nyquistkriterium in gewohnter Form anwenden können. Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.