Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 02.07.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

so, dass alle Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik ($\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) bei $s = -3$ liegen.

Aufgabe 2:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

entworfen werden. Welche der folgenden Möglichkeiten für den Vektor $\mathbf{l}$ sind zulässig?

a) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$

b) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

c) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \end{bmatrix}^T$

d) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}^T$

e) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$

f) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.

Aufgabe 3:

Ihr regelungstechnisch unerfahrener Kollege hat für eine Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Trivialen Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

entworfen. Mit welchen Argumenten werden Sie ihn davon überzeugen, dass diese Wahl nicht gut ist?

Aufgabe 4:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3}{s^2 + 4s + 3}$$

gilt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ in Form einer *unendlichen Reihe* an.

b) Ermitteln Sie ausgehend von dieser Reihendarstellung von $\mathbf{\Phi}(t)$ nachvollziehbar $\mathbf{\Phi}(0)$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{\Phi}\big|_{t=0}$.

c) Geben Sie eine Reihendarstellung der Inversen der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

Aufgabe 6:

Es sei folgendes Zustandsmodell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem reellen Parameter α gegeben:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

a) Ermitteln Sie für welche Werte von α das System *nicht steuerbar* ist.

Es gelte nun $\alpha = 4$.

b) Ist es möglich, einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$$

so zu berechnen, dass die Dynamik des geschlossenen Regelkreises durch die Eigenwerte bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ charakterisiert ist? Wenn ja, geben Sie $\mathbf{k}^T$ an.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u, Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \\ y &= \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z} \end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 5$ führen.