# Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 06.02.2026

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

| Aufgabe | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 4 | 1.5 | 1.5 | 5 | 4 | 2 | 7 | 25 |
| erreichte Punkte | | | | | | | | |

**Aufgabe 1:**

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert $K_P$ und der Nachstellzeit $T_N$ an.

b) Bestimmen Sie und zeichnen Sie die Sprungantwort $u(t)$ des Reglers. Kennzeichnen Sie wo die Parameter $K_P$ und $T_N$ aus der Sprungantwort abgelesen werden können. *Achsenbeschriftungen nicht vergessen!*

c) Was versteht man unter dem Windup-Effekt? Wann kann er auftreten und wie macht er sich bemerkbar?

**Aufgabe 2:**

Für das System

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$
$$y_k = \mathbf{c}_d^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$ und Ausgangsgröße $y_k$ soll ein Luenberger-Beobachter mit der Verstärkung $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 \end{bmatrix}$ entworfen werden.

a) Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters *für das gegebene System* an.

b) Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik folgendes Polynom als charakteristisches Polynom aufweist:
$$w(z) = z^4 - 0.5z^3.$$

**Aufgabe 3:**

Ein zeitdiskreter Regler wurde mittels der Trapezregel (Tustin-Methode) mit der Abtastzeit $T_d = 2$ aus einer zeitkontinuierlichen Reglerübertragungsfunktion $R(s) = \dfrac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)}$ ermittelt. Das zugehörige Regelgesetz lautet

$$u_k = e_k + 2\,e_{k-1}.$$

Bestimmen Sie die ursprüngliche zeitkontinuierliche Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

**Aufgabe 4:**

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße $y$ gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + u.\end{aligned}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \frac{1}{2}r.$$

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter $k_1$ und $k_2$ an, damit der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist.

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}^T$ so, dass die Systemmatrix des geregelten Systems das konjugiert komplexe Eigenwertpaar $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ aufweist.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty}\{r(t) - y(t)\}.$$

*Hinweis*: Beachten Sie, dass $d \neq 0$ ist!

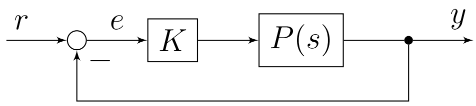
d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}(t = 0)$ für $t \to \infty$ ab? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

**Aufgabe 5:**

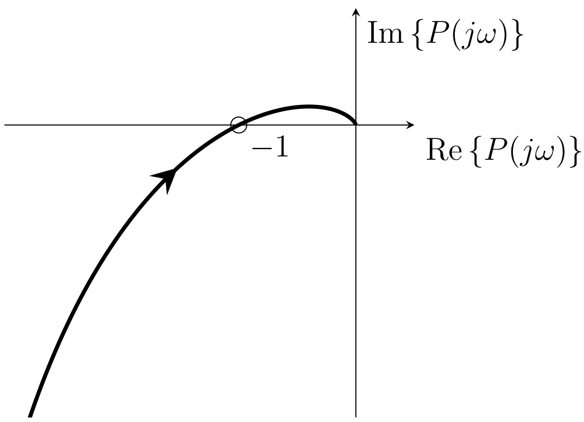
Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße $r$, dem Regelfehler $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




$K$ ist hierbei ein reeller Reglerparameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{V}{s^{\lambda}(s+1)^2},$$

wobei $V$ ein positiver reeller Parameter, $\lambda$ ein ganzzahliger Parameter ist und $0 \leq \lambda \leq 3$ gilt. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs $P(j\omega)$ liegt graphisch vor:




a) Bestimmen Sie den Parameter $\lambda$. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Bestimmen Sie den Parameter $V$. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung *für jeden Fall*) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

**Aufgabe 6:**

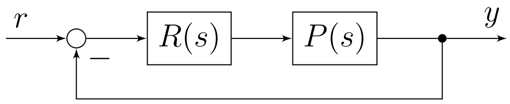
Betrachtet wird ein Standardregelkreis mit der Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{1000}{s^2 + 101s + 1100}.$$

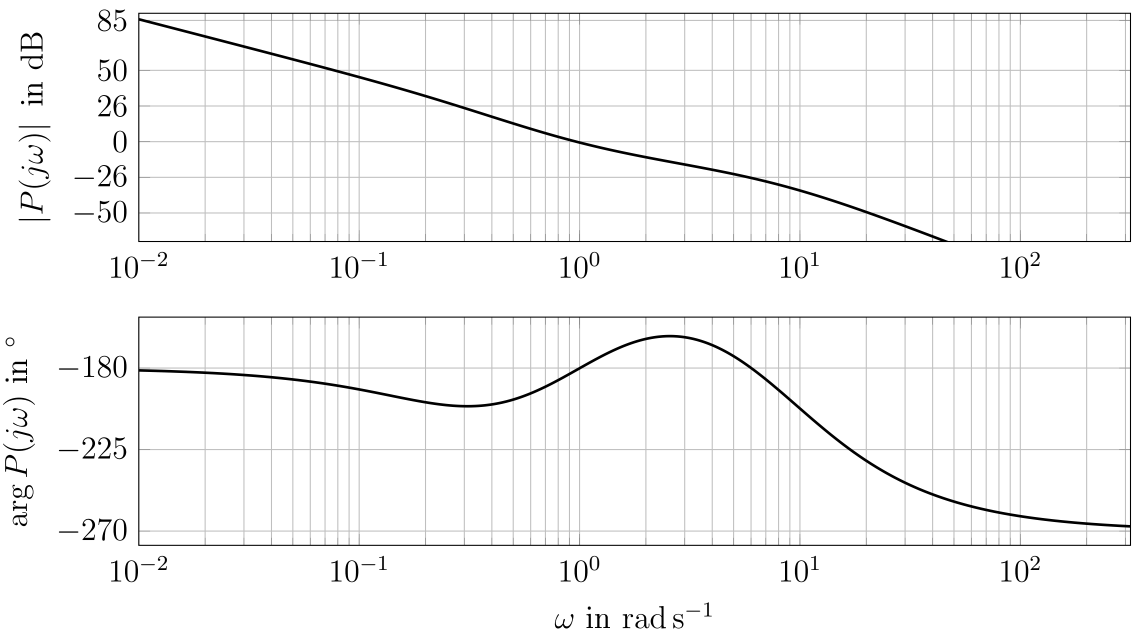
Ermitteln Sie die zu erwartende Anstiegszeit $t_r$. *Begründen Sie Ihre Antwort!*
*Hinweis*: Wenden Sie die Faustformeln des Frequenzkennlinienverfahrens an. Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

**Aufgabe 7:**

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke $P(s)$ weist *keine Polstellen mit positivem Realteil* auf. Ihre Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt graphisch in Form von Bode-Diagrammen vor:




a) Welche Eigenschaften muss eine Übertragungsfunktion besitzen, damit Sie vom einfachen Typ ist?

b) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Ortskurve von $P(j\omega)$. Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse und geben Sie die zugehörigen Frequenzen $\omega$ an. Zeichnen Sie die Schnittpunkte in Ihrer Skizze ein und beschriften Sie sie mit den entsprechenden Frequenzen.

d) Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

verwendet ($K, \omega_Z, \omega_N$ sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_r \approx 1{,}5\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens $33\,\%$ beträgt.

*Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die Tabelle auf der nächsten Seite.

| $m$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\arcsin \frac{m-1}{m+1}$ | 19° | 30° | 37° | 42° | 46° | 51° | 55° |
| $\arctan m$ | 63° | 72° | 74° | 79° | 81° | 83° | 84° |
| $\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$ | 6 | 9,5 | 12 | 14 | 15,5 | 18 | 20 |

# Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 09.03.2026

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

| Aufgabe | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 3 | 2 | 3 | 3 | 6 | 5 | 4 | 26 |
| erreichte Punkte | | | | | | | | |

**Aufgabe 1:**

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

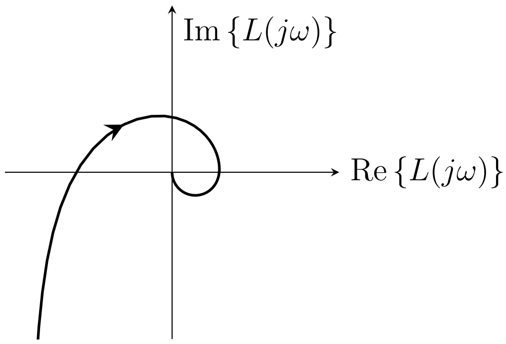
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert $K_P$ und der Nachstellzeit $T_N$ in normierter Darstellung an.

b) Bestimmen Sie die Parameter der Übertragungsfunktion $R(s)$ so, dass sie einen Verstärkungsfaktor von 10 und eine Phase von $-45°$ bei $\omega = 10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ aufweist.

c) Geben Sie die Verstärkung $|R(j10)|_{\mathrm{dB}}$ an.

**Aufgabe 2:**

Die Ortskurve einer Übertragungsfunktion $L(s)$ ist wie folgt gegeben:




Entwerfen Sie eine zu der gegebenen Ortskurve passenden realisierbare Übertragungsfunktion $L(s)$, wobei der Nennergrad um maximal 2 größer als der Zählergrad sein darf. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

**Aufgabe 3:**

Betrachtet sei ein Standardregelkreis mit einer Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

a) Was ist die grundlegende Idee einer modellbasierten Vorsteuerung? Wozu wird diese im Regelkreis verwendet?

b) Beschreiben Sie die Vorgangsweise beim Entwurf einer Vorsteuerung durch 'direkte Inversion' der Regelstrecke. Welche Voraussetzung bezüglich der Streckenübertragungsfunktion muss erfüllt werden, damit der Entwurf sinnvoll ist?

**Aufgabe 4:**

Betrachtet wird eine Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u_k$, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$ und der Ausgangsgröße $y_k$. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{u}(z)} = \frac{z+3}{z(z-1)}.$$

a) Entwerfen Sie einen linearen Zustandsregler $u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + V r_k$ so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{1}{2z+1}$$

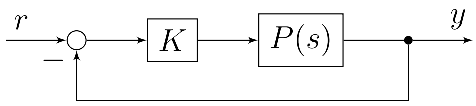
beträgt.

b) Als Führungsgröße wird $r_k = 3\sigma_k$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{k\to\infty} \{r_k - y_k\}.$$

**Aufgabe 5:**

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße $r$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{100}{s(s+10)^2}$$

und $K$ ist ein positiver reeller Parameter.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

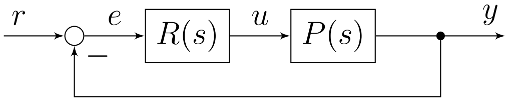
b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

c) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ den Amplitudenrand $A_r$ in die Ortskurve ein und bestimmen Sie den Wert von $A_r$.

d) Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve $\Phi_r$ ein und erklären Sie, wie Sie den Wert von $\Phi_r$ auf der Basis von $P(s)$ berechnen können.

**Aufgabe 6:**

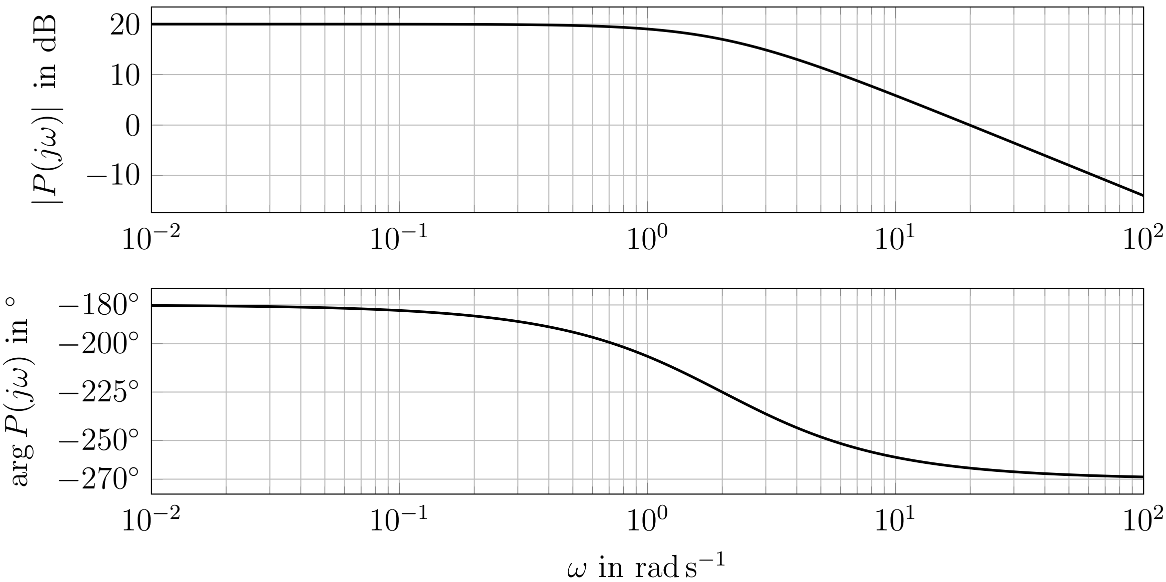
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Regelstrecke besitzt eine Übertragungsfunktion der Form

$$P(s) = \frac{A}{s+\alpha}.$$

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:




a) Bestimmen Sie den *reellen* Parameter $A$ und den *reellen* Parameter $\alpha > 0$. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Es wird vorausgesetzt, dass der Regler $R(s)$ einen monoton fallenden Betragsgang aufweist. Welche Eigenschaften muss $R(s)$ besitzen, damit der *offene Kreis* $L(s)$ vom einfachen Typ ist? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Als Regler wird

$$R(s) = K \cdot \frac{1 + \dfrac{s}{\omega_Z}}{s}$$

verwendet ($K, \omega_Z$ sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_\mathrm{r} \approx 0{,}25\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort $5\,\%$ beträgt.

| $m$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\arcsin \frac{m-1}{m+1}$ | 19° | 30° | 37° | 42° | 46° | 51° | 55° |
| $\arctan m$ | 63° | 72° | 74° | 79° | 81° | 83° | 84° |
| $\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$ | 6 | 9,5 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| *Hinweis:* $\arctan \frac{1}{m} = 90° - \arctan m$ | | | | | | | |

**Aufgabe 7:**

Gegeben sei das mathematische Modell

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, der Ausgangsgröße $y$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Es wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 2 & 9 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

verwendet.

a) Da der Zustand $\mathbf{x}$ nicht gemessen werden kann, wird ein Beobachter eingesetzt. Entwerfen Sie einen Luenberger-Beobachter so, dass die Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik bei $s = -2$ und $s = -8$ liegen.

b) Welche Ordnung hat der geschlossene Regelkreis bestehend aus Regelstrecke, Regler und Beobachter? Wo liegen die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises?

c) Wäre es prinzipiell sinnvoll, für die gegebene Regelstrecke einen trivialen Beobachter zu entwerfen? Begründen Sie Ihre Antwort.