

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 29.01.2025

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	3.5	2	3	2	3	7.5	23
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes *zeitdiskretes* System mit Eingang u_k , Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.\end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises bei $z = 0$ liegen.

- b) Ist der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Betrachtet wird ein Standardregelkreis mit der Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{1000K}{s^2 + 101s + 100 + 1000K}$$

mit dem reellen Parameter K .

- a) Bestimmen Sie K so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Überschwingweite von $M_p \approx 1.25$ besitzt.
- b) Ermitteln Sie die zu erwartende Anstiegszeit t_r .

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{s+1}{s+2}.$$

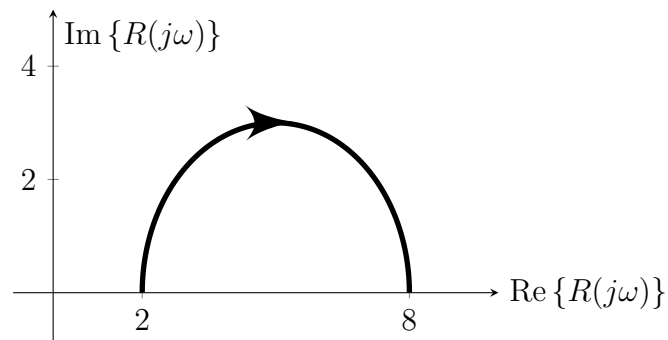
- a) Ermitteln Sie mit der Trapezregel (Methode nach Tustin) eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der gegebenen Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ für eine Abtastzeit $T_d = 2$.
- b) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzgleichung an.

Aufgabe 4:

Zum Reglerentwurf wurde als Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ ein realisierbarer PD-Regler

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_V}{1 + sT_R} \right)$$

gewählt. Die Ortskurve der entsprechenden Reglerübertragungsfunktion für $T_V = 3$ und $T_R = 1$ ist dabei wie folgt gegeben:



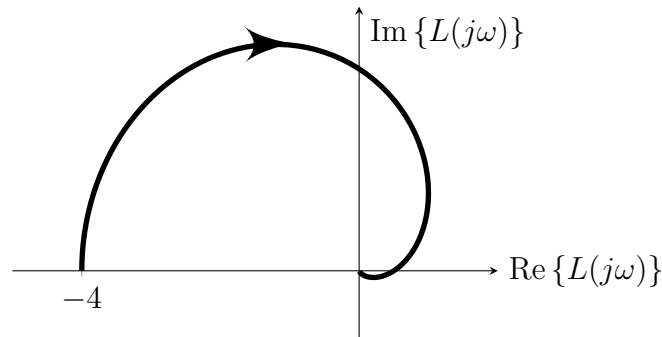
- Ermitteln Sie aus der oben dargestellten Ortskurve den reellen Proportionalitätsfaktor K_P .
- Berechnen Sie die maximale Betragsanhebung des Reglers $R(s)$.
- Berechnen Sie die maximale Phasenhebung des Reglers $R(s)$ und die Frequenz, bei welcher diese auftritt.

Hinweis: Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die folgende Tabelle.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 5:

Die Ortskurve einer Übertragungsfunktion $L(s)$ ist wie folgt gegeben:



Entwerfen Sie eine Übertragungsfunktion $L(s)$, welche zu der gegebenen Ortskurve gehören kann. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 6:

Für das System

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

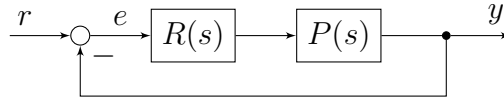
mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter mit der Verstärkung $\mathbf{l}^T = [l_1 \ l_2 \ l_3]$ entworfen werden.

- Geben Sie das mathematische Modell des trivialen Beobachters für das gegebene System an. Ist der Einsatz eines trivialen Beobachters bei diesem System sinnvoll? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- Geben Sie das mathematische Modell des Luenberger-Beobachters und ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Schätzfehlerdynamik $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$
- Ermitteln Sie die Verstärkung $\mathbf{l}$ des Luenberger-Beobachters, sodass dass die Dynamikmatrix der Schätzfehlerdynamik folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^3 + 6s^2 + 11s + 6.$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{0.5}{s(s+1)^2}$$

und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

- Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkt(e) mit der reellen Achse.
- Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.
- Welche Eigenschaften muss eine Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ besitzen, damit Sie vom einfachen Typ ist? Welche von diesen Eigenschaften sind für $K = 2$ erfüllt?
- Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

i) $r(t) = 5\sigma(t)$,

ii) $r(t) = 3t\sigma(t)$

für $K = 2$. Begründen Sie Ihre Antworten!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 19.03.2025

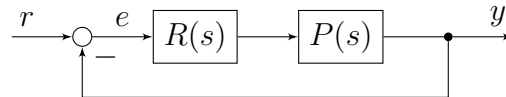
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

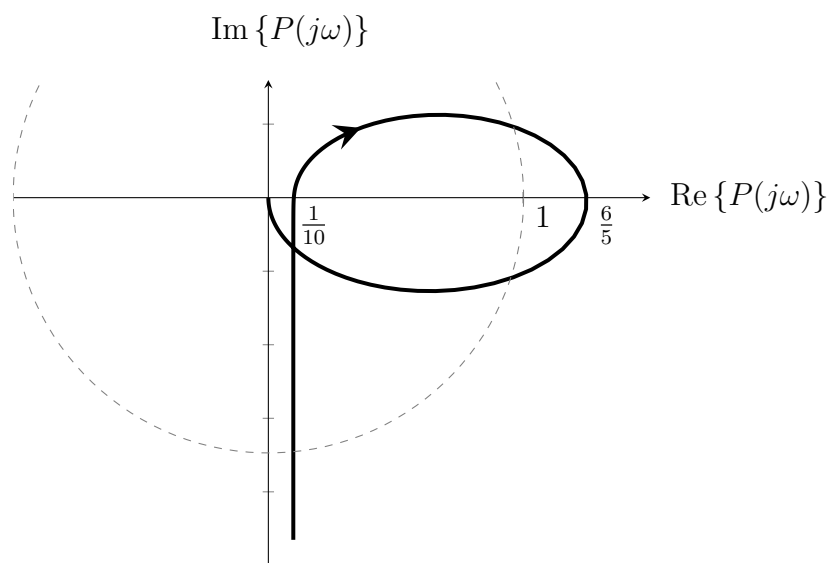
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	6	2	4	4	3.5	1.5	3	24
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 2 ihrer 3 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist. Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ graphisch vor:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz.

- Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.
- Welche Eigenschaften muss eine Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ besitzen, damit Sie vom einfachen Typ ist?
- Für welche Werte von K ist die Übertragungsfunktion $L(s) = R(s)P(s)$ (mit $R(s) = K$) vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

Aufgabe 2:

Zum Reglerentwurf wurde die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$

$$R(s) = \frac{2s + 2}{10s^2 + s}$$

gewählt.

- Zeichnen Sie das BODE-Diagramm von $R(s)$.
- Berechnen Sie die betragsmäßig maximale Phasenabsenkung des Reglers $R(s)$ und die Frequenz, bei welcher diese auftritt.

Hinweis: Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die folgende Tabelle.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 3:

Es sei ein PI-Regler im Zeitbereich gegeben

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau.$$

Das zeitkontinuierlich entworfene Regelgesetz soll zeitdiskret mit Hilfe der Tustin-Formel (Trapez-Regel) für eine Abtastzeit T_d realisiert werden.

- Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Differenzengleichung des Reglers zur Bestimmung von u_k .
- Bestimmen Sie die Reglerübertragungsfunktion $R_d(z)$ und geben Sie den Zusammenhang zwischen s und z (Tustin-Formel) an.
- Stellen Sie in der komplexen z -Ebene denjenigen Bereich graphisch dar, auf welchen die Tustin-Formel die Halbebene $\text{Re}\{s\} < 0$ abbildet.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = [0 \quad -1 \quad 1] \mathbf{x}_k\end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

Es wird ein Zustandsregler der Form $u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + V r_k$ so entworfen, dass für die (stabile) Führungsübertragungsfunktion

$$T(z) = \frac{\tilde{y}(z)}{\tilde{r}(z)} = \frac{z + \alpha}{2z^2}$$

gilt.

- b) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Werte von V und α .
c) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Reglerparameter $\mathbf{k}^T = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$.

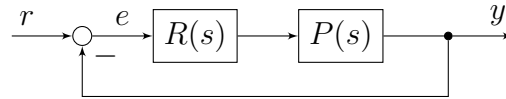
Nehmen Sie nun an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind.

- d) Geben Sie das mathematische Modell des trivialen Beobachters für das gegebene System an. Ist der Einsatz eines trivialen Beobachters bei diesem System sinnvoll? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
e) Ist es möglich, für das obige System einen Luenberger-Beobachter so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$ lauter Eigenwerte bei $z = 0.1$ besitzt? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Hinweis: Es ist nicht notwendig, Beobachter-Parametern explizit zu ermitteln!

Aufgabe 5:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{(s+1)(s-2)}{(s-1)(s+3)^2}.$$

- Welche Voraussetzung bezüglich der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ muss erfüllt werden, damit ein Entwurf durch direkte Inversion der Regelstrecke sinnvoll ist? Was würde passieren, wenn die Vorsteuerung trotzdem verwendet wird, obwohl diese Voraussetzung nicht erfüllt ist? *Erstellen Sie zur Verdeutlichung eine Skizze des resultierenden Regelkreises!*
- Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = -1$ zu $y(T_T) = 2$ überführt wird. Geben Sie die Solltrajektorie $z^*(t)$ und das Steuersignal $u_V(t)$ (in Abhängigkeit von $z^*(t)$) an.

Hinweis: Koeffizienten einer Solltrajektorie für die Systemordnung n

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	

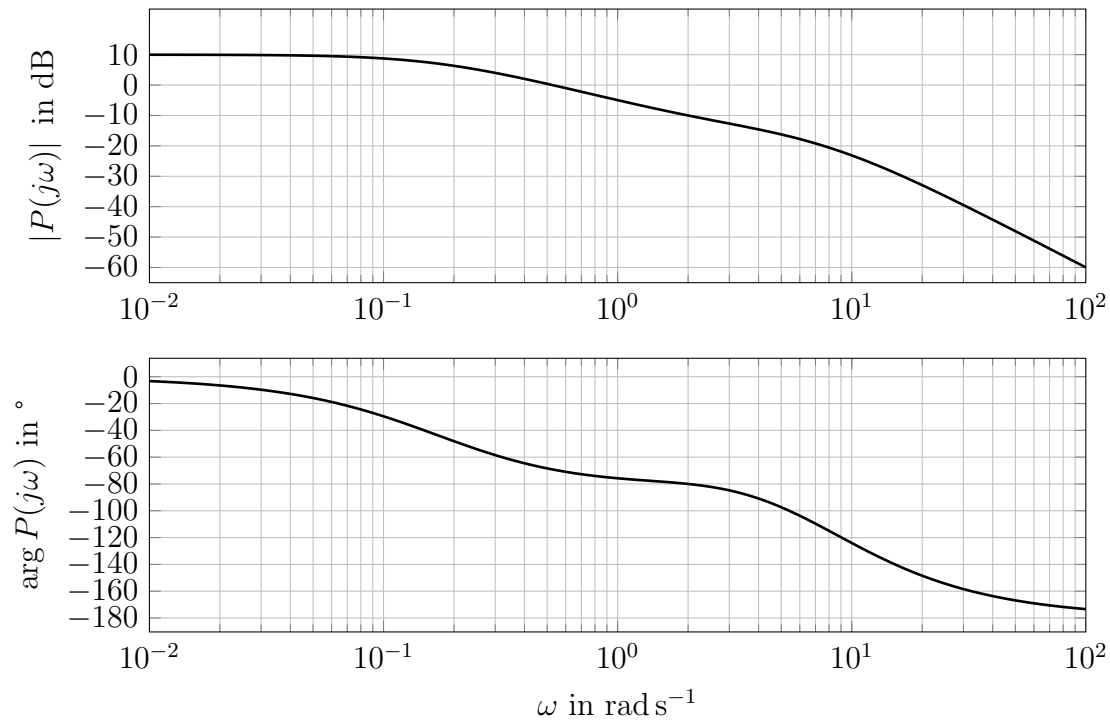
Aufgabe 6:

Für ein Regelkreis wird davon ausgegangen, dass er sich näherungsweise wie ein System mit konjugiert komplexen Polpaar verhält.

- Geben Sie die entsprechende Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Abhängigkeit der Kennkreisfrequenz ω_n und des Dämpfungsgrades d an.
- Geben Sie die Wertebereiche für ω_n und d an, die gewährleisten, dass $T(s)$ BIBO-stabil ist und ein konjugiert komplexes Polpaar besitzt.
- Geben Sie das daraus resultierende konjugiert komplexe Polpaar von $T(s)$ an.

Aufgabe 7:

Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:



- a) Zeichnen Sie die Ortskurve der Regelstrecke $P(j\omega)$.

Es kommt ein PI-Regler

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_N} \right)$$

mit den positiven Parametern K_P und T_N zum Einsatz.

- b) Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit von (näherungsweise) $t_r \approx 0,75\text{ s}$ aufweist und das Überschwingen der Sprungantwort 15 % beträgt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 30.04.2025

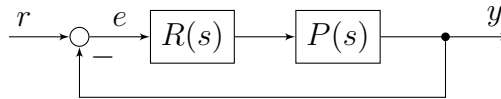
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	5	5	3	3	5	2	2	25
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = -2 \frac{s-1}{s+1}.$$

Zum Reglerentwurf wurde die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$

$$R(s) = \frac{K}{s+1}$$

mit dem reellen Parameter K gewählt.

Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2:

Zur Regelung eines Systems soll ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ eingesetzt werden.

- Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ als Funktion vom Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N .
- Bestimmen Sie und zeichnen Sie die Sprungantwort $u(t)$ des Reglers. Kennzeichnen Sie wo die Parameter K_P und T_N aus der Sprungantwort abgelesen werden können. *Achsenbeschriftungen nicht vergessen!*
- Was versteht man unter dem Windup-Effekt? Wann kann er auftreten und wie macht er sich bemerkbar?
- Zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit einer Strecke, bei der das Zählerpolynom *kein* Hurwitzpolynom ist.

- a) Beschreiben Sie die Vorgangsweise beim Entwurf einer Vorsteuerung.
- b) Skizzieren Sie die dafür verwendete Regelkreisstruktur und beschreiben Sie die einzelnen Signale.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie ein System der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y . Es sei die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{s+1}{s^2}$$

und die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_u = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}$$

von diesem System gegeben. Für dieses System wurde ein Zustandsregler

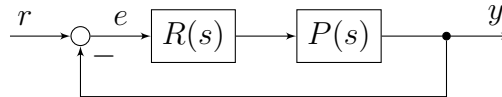
$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -[3 \quad -2] \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte vom geschlossenen Regelkreis bei $s_{1,2} = -1$ liegen. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}^T$.

Hinweis: Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{T}$, mit der das originale System auf Regelungsnormalform transformiert werden kann ($\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$).

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r , dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y :



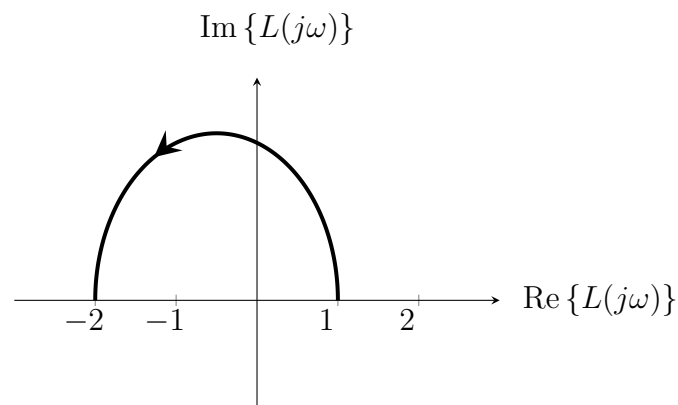
mit der Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{10\sqrt{10}}{(s+1)(s+10)}$.

- Dimensionieren Sie einen PI-Regler $R(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$ so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von 0.15s und ein prozentuales Überschwingen von 25% aufweist. Geben Sie die Parameter K_P und K_I an.
- Wie groß ist die zu erwartende bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ für eine rampenförmige Führungsgröße $r(t) = 3t\sigma(t)$?
- Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ aus a) für eine Abtastzeit $T_d = 2$.

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

Aufgabe 6:

Die Ortskurve einer Übertragungsfunktion $L(s)$ ist wie folgt gegeben:



Entwerfen Sie eine Übertragungsfunktion $L(s)$, welche zu der gegebenen Ortskurve gehören kann. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 7:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, der Eingangsgröße u_k und der Ausgangsgröße y_k .

- a) Da der Zustand $\mathbf{x}$ nicht gemessen werden kann, wird ein Beobachter eingesetzt. Entwerfen Sie einen Luenberger-Beobachter so, dass die Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik bei $z = -0.1$ und $z = 0.1$ liegen.
- b) Wäre es prinzipiell sinnvoll, für die gegebene Regelstrecke einen trivialen Beobachter zu entwerfen? *Begründen Sie Ihre Antwort.*