Prüfung aus
Regelung cyberphysischer Systeme — VO

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Beurteilung — schriftlicher Teil (am 19.12.2025):

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	4	3	16
erreichte Punkte						

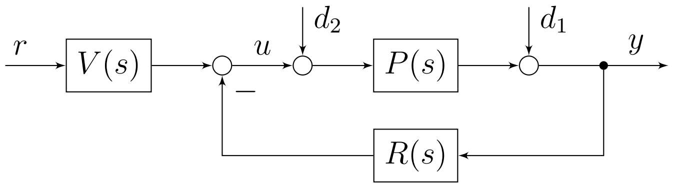
Beurteilung — mündlicher Teil:

Gesamtbeurteilung:

Schriftlicher Teil

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u, den beiden Störgrößen d_1 und d_2 so wie der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = -\frac{1}{2s-3}$$

und die Übertragungsfunktion im Rückkopplungszweig

$$R(s) = -\frac{5s+1}{s}.$$

a) Wählen Sie $V(s)$ so, dass sich eine regelungstechnisch sinnvolle Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ ergibt. Begründen Sie Ihre Wahl von $T(s)$ und von $V(s)$ nachvollziehbar.

b) Beurteilen Sie mathematisch nachvollziehbar, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

  i) Wenn das Führungssignal r konstant ist, hat im eingeschwungenen Zustand eine konstante Funktion d_1 keine Auswirkung auf die Ausgangsgröße y.

  ii) Die Amplitude A des Signals $d_2(t) = A\sin(t)$ wird im eingeschwungenen Zustand mit 3dB verstärkt.

Aufgabe 2:

Gegeben ist die realisierbare Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)} = 1 + D(s)$$

mit

$$D(s) = \frac{s}{1 + sT_\mathrm{a}} \tag{1}$$

eines realisierbaren PD-Reglers. Die positive Konstante T_a muss zur Approximation der Differentiation des Regelfehlers e gewählt werden.

a) Legen Sie T_a so aus, dass bei harmonischen Regelfehlersignalen e das System $D(s)$ eine maximale Verstärkung von 20dB aufweist und die Phasenverschiebung zwischen Eingang und Ausgang bis zur Grenzfrequenz $\omega_g = 1\ \frac{rad}{s}$ mindestens 84° beträgt.

b) Entwerfen Sie eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Übertragungsfunktion $R(s)$ für die Abtastzeit T_d. Geben Sie dabei an, nach welcher Methode der numerischen Integration Sie vorgegangen sind.

c) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{1}{s}$$

einer Regelstrecke. Entwerfen Sie mithilfe eines algebraischen Reglerentwurfes einen Standardregelkreis der folgende Eigenschaften erfüllt:

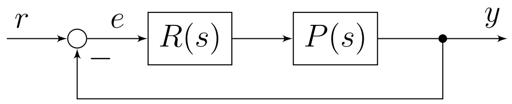
a) Alle Polstellen des geschlossenen Regelkreises liegen bei -1.

b) Für $r(t) = 3\sin(t)$ gilt

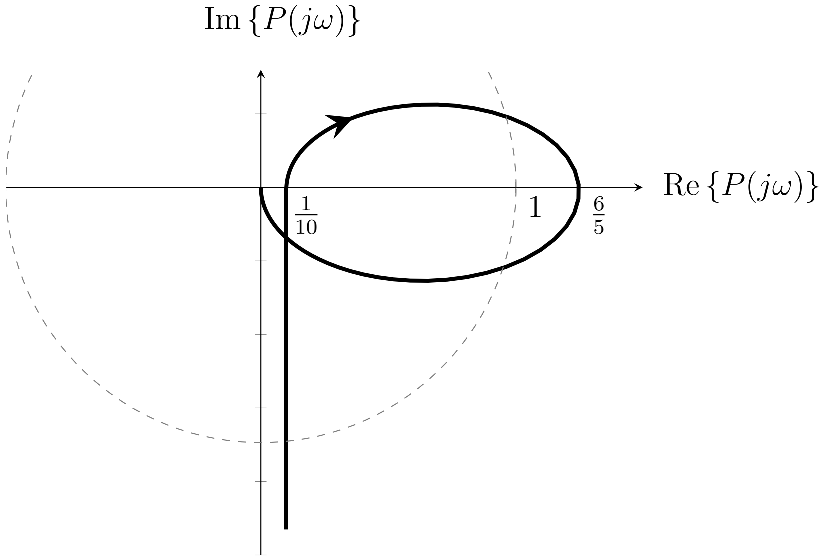
$$\lim_{t\to\infty} [y(t) - r(t)] = 0.$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 2 ihrer 3 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist. Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ graphisch vor:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

b) Welche Eigenschaften muss eine Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ besitzen, damit Sie vom einfachen Typ ist?

c) Für welche Werte von K ist die Übertragungsfunktion $L(s) = R(s)P(s)$ (mit $R(s) = K$) vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

Achtung: Aufgabe 5 auf nächster Seite!

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{s+3}{s(s-1)}$$

einer Regelstrecke. Entwerfen Sie einen linearen Zustandsregler $u = -\mathbf{k}^\top \mathbf{x}$ so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{1}{s+1}$$

beträgt. Es wird angenommen, dass der im Regler benötigte Zustand $\mathbf{x}$ der Regelstrecke bekannt ist.

Ende — Schriftlicher Teil

Mündlicher Teil

Prüfung aus
Regelung cyberphysischer Systeme — VO

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Beurteilung — schriftlicher Teil (am 19.08.2025):

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	5	3	17
erreichte Punkte						

Beurteilung — mündlicher Teil:

Gesamtbeurteilung:

Schriftlicher Teil

Aufgabe 1:

Gegeben sei das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Zeigen Sie mathematisch nachvollziehbar, dass das gegebene System nicht beobachtbar ist.

b) Gegeben sind folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_0^\star = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_0^\circ = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad \mathbf{x}_0^\# = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

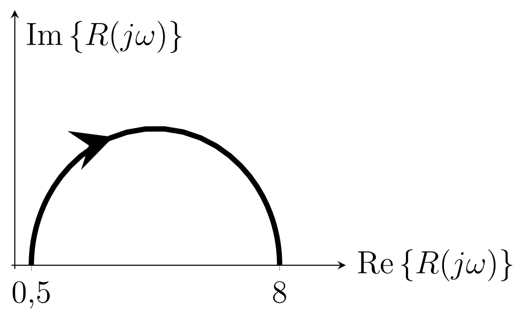
Welche der gegebenen Anfangszustände sind voneinander nicht unterscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren wurde als Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ ein Lead/Lag-Glied mit dem Verstärkungsfaktor K gewählt. Die Ortskurve der entsprechenden Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

ist dabei wie folgt gegeben:



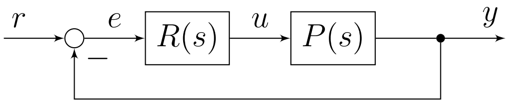
a) Ermitteln Sie aus der oben dargestellten Ortskurve, ob ein Lead-Glied oder ein Lag-Glied verwendet wird und ermitteln Sie den reellen Verstärkungsfaktor K.

b) Ermitteln Sie die Parameter des Lead/Lag-Gliedes wenn die maximale Phasenanhebung/Phasenabsenkung bei $\omega_m = 4\ \frac{rad}{s}$ liegt.

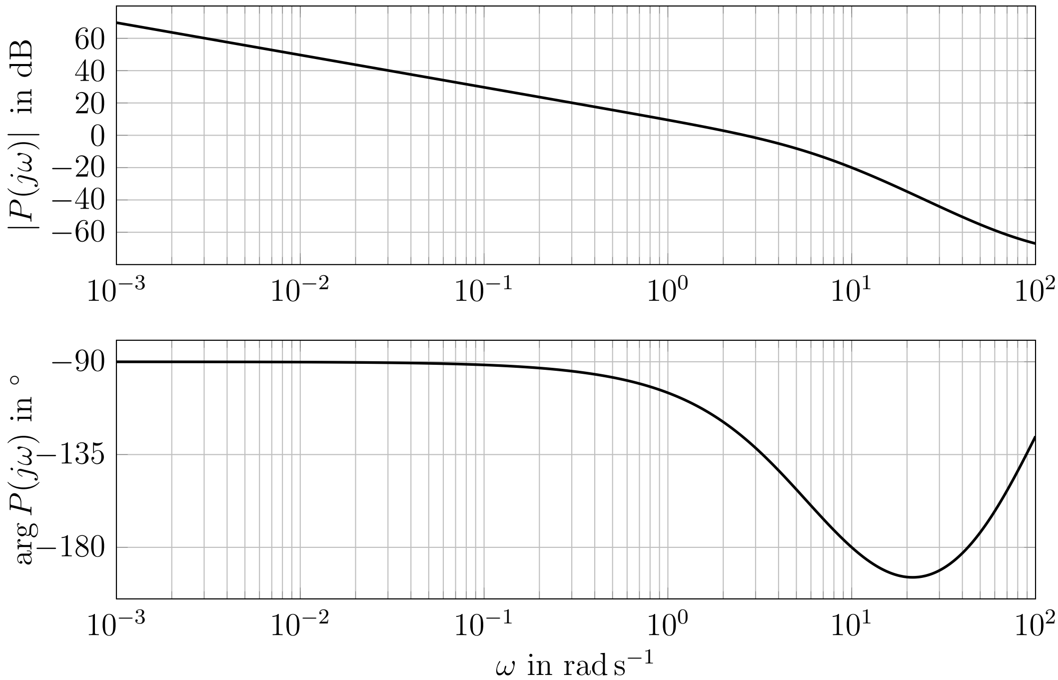
c) Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 2\ s$ eine zeitdiskrete Approximation $R_{\mathrm{d}}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ basierend auf der *Tustin Approximation*. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Es kommt ein PD-Regler

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R}\right)$$

mit den positiven Parametern K_P, T_v und T_R zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_\mathrm{r} \approx 0{,}15\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens $15\,\%$ beträgt.

Hinweis 1:

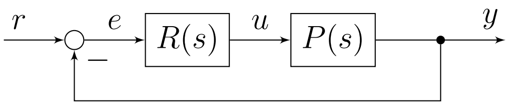
$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R}\right) = K_P \left(\frac{1 + s(T_R + T_v)}{1 + sT_R}\right)$$

Hinweis 2: Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die folgende Tabelle.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Regelfehler e:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-4}{s^2+4}.$$

a) Entwerfen Sie mithilfe der Methode der Polvorgabe eine Reglerübertragungsfunktion $R(s)$, so dass alle Polstellen des geschlossenen Regelkreises bei -1 liegen.

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

c) Geben Sie eine Minimalrealisierung (ein Zustandsmodell möglichst niedriger Ordnung) der berechneten Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

d) Kann es beim entworfenen Regler zu einem Windup-Problem kommen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5:

Gegeben sei das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x},$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Zeigen Sie mathematisch nachvollziehbar, dass das gegebene System steuerbar ist.

b) Entwerfen Sie einen linearen Zustandsregler so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises das charakteristische Polynom $\Delta(s) = s^2 + 4s + 5$ hat.

c) Verwenden Sie das Regelgesetz $u = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + r$ mit den in Punkt b) berechneten Reglerparametern und ermitteln Sie

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

für die Wahl $r = 1$.

Ende — Schriftlicher Teil

Mündlicher Teil

Prüfung aus
Regelung cyberphysischer Systeme — VO

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Beurteilung — schriftlicher Teil (am 25.06.2025):

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	3	3	2	3	17
erreichte Punkte								

Beurteilung — mündlicher Teil:

Gesamtbeurteilung:

Schriftlicher Teil

Aufgabe 1:

Zur Regelung einer Regelstrecke soll ein PI-Regler verwendet werden.

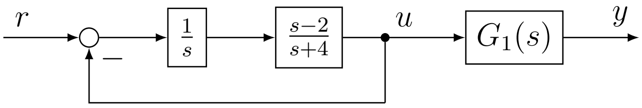
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R_{\mathrm{PI}}(s)$ eines PI-Reglers in normierter Form an.

b) Bestimmen Sie die Parameter der Übertragungsfunktion $R_{\mathrm{PI}}(s)$ so, dass sie einen Verstärkungsfaktor von 10 und eine Phase von $-45°$ bei $\omega = 10\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ aufweist.

c) Geben Sie die Verstärkung $|R_{\mathrm{PI}}(j10)|_{\mathrm{dB}}$ an.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y,



wobei $G_1(s)$ die Übertragungsfunktion des LZI Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y ist.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des Gesamtsystems. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

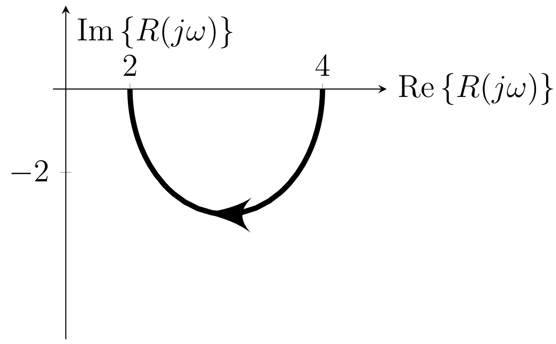
c) Ist das Gesamtsystem BIBO - stabil? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Aufgabe 3:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren wurde als Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K\frac{1+\frac{s}{\omega_Z}}{1+\frac{s}{\omega_N}},$$

mit den positiven Konstanten K, ω_Z und ω_N, gewählt. Die Ortskurve von $R(s)$ ist dabei wie folgt gegeben:



a) Ermitteln Sie aus der oben dargestellten Ortskurve, ob ein Lead-Glied oder ein Lag-Glied verwendet wird und ermitteln Sie den Verstärkungsfaktor K.

b) Ermitteln Sie die Parameter des Lead/Lag-Gliedes wenn die maximale Phasenänderung bei $\omega_m = \sqrt{2}\,\frac{rad}{s}$ liegt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$
$$y = x_1$$

mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2, der Ausgangsgröße y und der positiven Konstante ω.

a) Überprüfen Sie auf mathematisch nachvollziehbare Art ob das gegebene System beobachtbar ist.

b) Entwerfen Sie, zur Schätzung der Zustandsvariablen x_1 und x_2, einen Luenberger-Beobachter mit den Zustandsvariablen $\hat{x}_1$ und $\hat{x}_2$ und zeigen Sie, dass für den Schätzfehler

$$\begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - \hat{x}_1 & x_2 - \hat{x}_2 \end{bmatrix}$$

der Zusammenhang

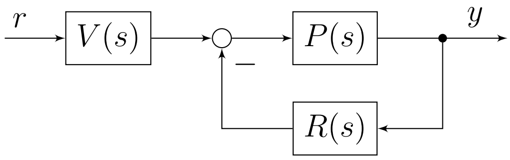
$$\lim_{t\to\infty} \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

gilt.

c) Welche Modifikation des entworfenen Luenberger-Beobachters müssen Sie vornehmen, um einen trivialen Beobachter zu erhalten? Ist die Anwendung eines trivialen Beobachters für das gegebene System sinnvoll (Begründen Sie Ihre Antwort auch mathematisch)?

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-4}{s^2+6s+4}.$$

a) Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

(i) $T(s) = \dfrac{(s-4)}{s^2-5s+1}$ (ii) $T(s) = \dfrac{(s-4)}{(s+1)(s^2+4s+1)}$

(iii) $T(s) = \dfrac{s+4}{s^2+6s+1}$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus Aufgabe a) aus und dimensionieren Sie die beiden Übertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \quad \text{und} \quad V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$$

so, dass der dargestellte Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ besitzt.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{(s+5)}{s(s+2)}.$$

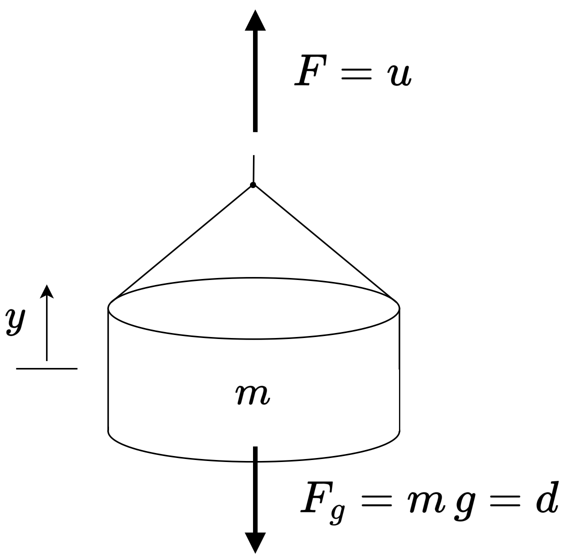
a) Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 2\,s$, mit der Methode der *Tustin Approximation* eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion.

b) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

c) In welchen Bereich der z-Ebene wird die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Rückwärts-Euler-Integration abgebildet?

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgenden mechanischen Aufbau, bei dem eine unbekannte Masse m an einem Seil befestigt ist. Auf das Seil wirkt eine von einem Motor generierte Kraft F, die den Eingang u, d.h. $u = F$, des Systems darstellt. Aufgrund der Gravitation erfährt die Masse m eine Gewichtskraft $F_g = m\,g$, die als Störung d betrachtet werden kann d.h. $d = F_g$. Die Position der Masse m wird mit y bezeichnet.



Das System kann beschrieben werden durch

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = -m\,g + u,$$

mit

$$y = x_1.$$

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $P(s) = \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}\right|_{d=0}$, wobei $\bar{u}(s)$ als Eingang, $\bar{y}(s)$ als Ausgang und $d = F_g = 0$ als Störung angenommen werden.

b) Entwerfen Sie für einen Standardregelkreis den Regler $R(s)$ mittels Polvorgabe so, dass die Polstellen des geschlossenen Regelkreises bei $-k$ für $k > 0$ liegen. *Hinweis:* $(s + k)^3 = s^3 + 3k\, s^2 + 3k^2\, s + k^3$.

c) Ermitteln Sie die Störübertragungsfunktion $S(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{d}(s)}$ und berechnen Sie den Wert von k so, dass sich bei einer konstanten Störung $d = m\,g = 1$ N ein bleibender Regelfehler

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = e_\infty \leq \frac{12}{100}\,\mathrm{m}$$

einstellt.

Ende — Schriftlicher Teil

Mündlicher Teil