Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 03. 02. 2012

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2
erreichbare Punkte	6	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Ein lineares und zeitinvariantes System 2. Ordnung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

besitzt die Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\,\mathbf{x}_0$$

mit dem Anfangswert

$$\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}(t=0)\,.$$

Die sogenannte Transitionsmatrix lautet

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{pmatrix} e^{-t} & \frac{1}{2}(e^{t} - e^{-t}) \\ 0 & e^{t} \end{pmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Ist obiges System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

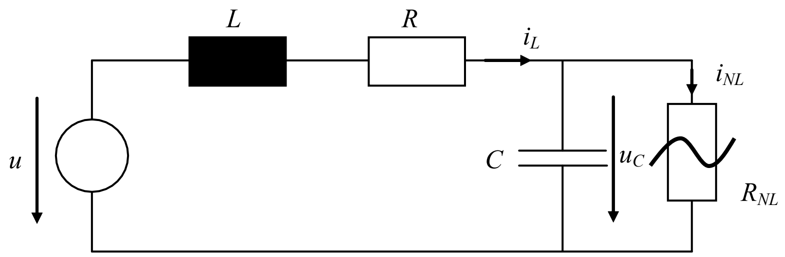
c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der x_1, x_2 − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einem ohmschen Widerstand R, einer Kapazität C, einer Induktivität L und einem nichtlinearen Widerstand R_{NL} (siehe Skizze).



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$i_{NL} = -ku_C^2$$

beschrieben. Hierbei ist i_{NL} der Strom durch den Widerstand R_{NL} und u_C ist die Spannung an der Kapazität C. Mit i_L bezeichnen wir den Strom durch die Induktivität L.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [i_L \quad u_C]^T$ ein ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für die Bauteilwerte gelte nun $R = 1\Omega$, $L = 1\text{H}$, $C = 1\text{F}$ und $k = \frac{1}{4}\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$. Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = -8V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des sich ergebenden Systems

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -x_1 - x_2 + u \\ x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 \end{bmatrix}.$$

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

mit $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi}$ und $u = u_0 + \nu$,

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen" $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems. Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 27. 04. 2012

Name / Vorname(n):

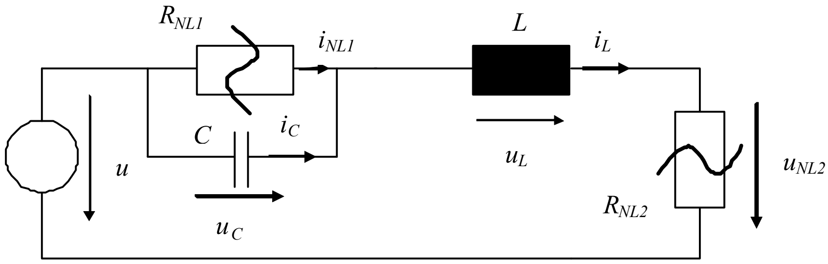
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	3	3
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, zwei nichtlinearen Widerständen R_{NL1} und R_{NL2}, sowie einer Induktivität L.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL1} wird durch

$$i_{NL1} = \alpha u_C^2$$

beschrieben, die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL2} durch

$$u_{NL2} = \beta i_L^2 .$$

Hierbei ist i_{NL1} der Strom durch den Widerstand R_{NL1}, u_{NL2} die Spannung am Widerstand R_{NL2} und u_C ist die Spannung an der Kapazität C. Mit i_L bezeichnet man den Strom durch die Induktivität L. α und β sind reelle Parameter.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [u_C \quad i_L]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für eine bestimmte Wahl der Bauteilparameter erhält man das mathematische Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -x_1^2 + x_2 \\ -x_1 - x_2^2 + u \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 0$ *alle reellwertigen* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu\,,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen“ $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den jeweiligen Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Beurteilen Sie den Stabilitätscharakter aller unter Punkt b) ermittelten Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems anhand der unter Punkt c) ermittelten Modelle.

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie folgende Systeme auf Linearität.
(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

a) $y = u + 3$ mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

b) $\frac{dy}{dt} = -10y$ mit dem Anfangswert $y(t_0) = y_0$.

c) $y = \sqrt{u^2}$ mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

Aufgabe 3:

Gegeben ist das autonome lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Ausgehend von zwei Anfangszuständen $\mathbf{x}_0^{(1)}$ und $\mathbf{x}_0^{(2)}$ wurden die zugehörigen Lösungen

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ 2e^{-t} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{x}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ e^{t} \end{bmatrix}$$

ermittelt.

a) Ist das System asymptotisch stabil? *(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)*

b) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 29. 06. 2012

Name / Vorname(n):

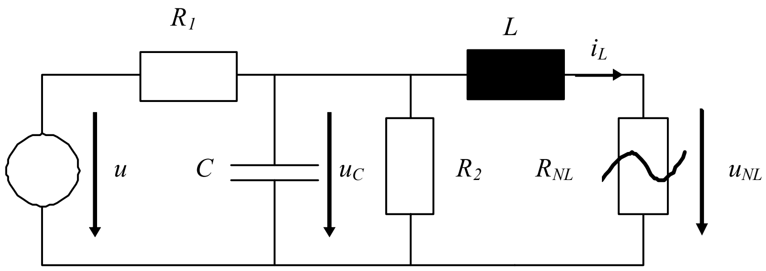
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	3	4
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, zwei ohmschen Widerständen R_1 und R_2, einer Induktivität L sowie einem nichtlinearen Widerstand R_{NL}.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$u_{NL} = \alpha i_L^2$$

beschrieben. Hierbei ist u_{NL} der Spannungsabfall am Widerstand R_{NL}. Mit i_L bezeichnet man den Strom durch die Induktivität L, mit u_C die Spannung an der Kapazität C.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [u_C \quad i_L]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für eine bestimmte Wahl der Bauteilparameter erhält man das Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2x_1 - x_2 + u \\ x_1 - x_2^2 \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 1V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen“ $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den jeweiligen Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Beurteilen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems anhand der unter Punkt c) ermittelten Modelle.

Aufgabe 2:

Ein lineares und zeitinvariantes System 2. Ordnung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

mit dem Anfangswert

$$\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}(t=0)$$

besitzt die Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0 .$$

Die sogenannte Transitionsmatrix lautet

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ (e^{-t} - e^{-2t}) & e^{-t} \end{bmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Ist obiges System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 3:

Gegeben ist das lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte und die Rechtseigenvektoren des obigen Systems.

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der x_1, x_2 − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 11. 10. 2012

Name / Vorname(n):

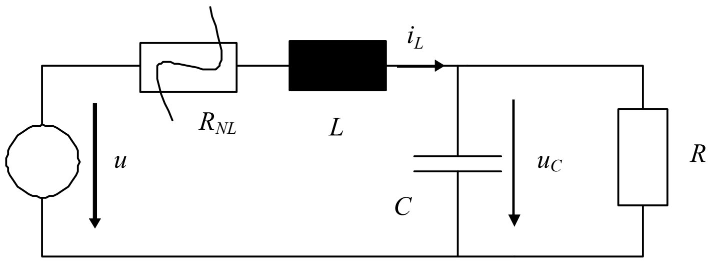
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	3	4
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, einem ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L sowie einem nichtlinearen Widerstand R_{NL}.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$u_{NL} = \alpha i_L + \beta i_L^2$$

beschrieben. Hierbei ist u_{NL} der Spannungsabfall am Widerstand R_{NL}. Mit i_L bezeichnet man den Strom durch die Induktivität L, mit u_C die Spannung an der Kapazität C.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [i_L \quad u_C]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für eine bestimmte Wahl der Bauteilparameter erhält man das Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -x_1 - \frac{3}{4}x_1^2 - x_2 + u \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 4V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen“ $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den jeweiligen Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Beurteilen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems anhand der unter Punkt c) ermittelten Modelle.

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie folgende Systeme auf Linearität.
(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

a) $y = 2u + 1$ (mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y)

b) $y = 2\sqrt{u^2}$ (mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y)

c) $\frac{dy}{dt} = 3y$ (mit dem Anfangswert $y(t_0) = y_0$)

Aufgabe 3:

Gegeben ist das folgende lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte und die Rechtseigenvektoren des obigen Systems.

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der x_1, x_2 − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 01. 02. 2013

Name / Vorname(n):

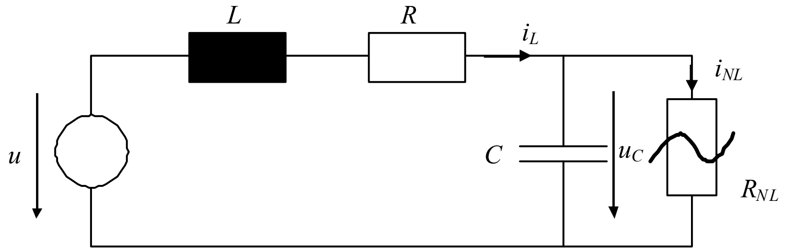
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	5	2
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, einem ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L sowie einem nichtlinearen Widerstand R_{NL}.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$i_{NL} = \alpha u_C + \beta u_C^2$$

beschrieben. Hierbei ist i_{NL} der Strom durch den Widerstand R_{NL}. Mit i_L bezeichnet man den Strom durch die Induktivität L, mit u_C die Spannung an der Kapazität C.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [i_L \quad u_C]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für eine bestimmte Wahl der Bauteilparameter erhält man das Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -\tfrac{1}{2}x_1 - x_2 + u \\ x_1 - 2x_2 - \tfrac{9}{8}x_2^2 \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 1V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen" $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den jeweiligen Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Beurteilen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems anhand der unter Punkt c) ermittelten Modelle.

Aufgabe 2:

Gegeben ist das folgende autonome, lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte und zugehörige Rechtseigenvektoren des obigen Systems.

b) Ist obiges System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeit t) in der x_1, x_2 − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie folgende Systeme auf Linearität.
(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

a) $y = -5\sqrt{u^2}$ (mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y)

b) $\frac{dy}{dt} = -2y$ (mit dem Anfangswert $y(t_0) = y_0$)

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 21. 03. 2013

Name / Vorname(n):

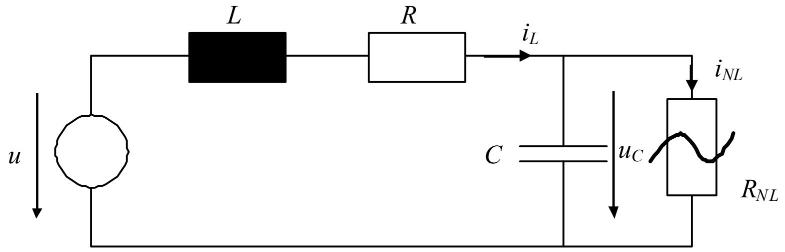
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	9	2	4
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, einem ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L sowie einem nichtlinearen Widerstand R_{NL}.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$i_{NL} = \alpha u_C + \beta u_C^2$$

beschrieben. Hierbei ist i_{NL} der Strom durch den Widerstand R_{NL}. Mit i_L bezeichnet man den Strom durch die Induktivität L, mit u_C die Spannung an der Kapazität C.
Alle Bauteil-Parameter sind positiv und reelwertig.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [i_L \quad u_C]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 0V$ die zwei Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems. Zeigen Sie dass die ermittelten Ruhelagen $\mathbf{f}(\mathbf{x}_R, 0) = \mathbf{0}$ erfüllen.

c) Zeigen Sie, dass mit

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & -\alpha/C \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \nu \qquad \text{und} \qquad \frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & \frac{1}{C}\left(\alpha + \frac{2}{R}\right) \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \nu$$

lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu$$

gegeben sind, die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen“ $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den jeweiligen Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Es gelte nun $\alpha = \frac{1}{R}$. Beurteilen Sie den Stabilitätscharakter der zwei unter Punkt b ermittelten Ruhelagen.

Aufgabe 2:

Untersuchen Sie folgende Systeme auf Linearität bezüglich Anfangswert und Eingangsgröße.
(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

a) $y = -2\sqrt{u^2}$ (mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y)

b) $\frac{dy}{dt} = -y$ (mit dem Anfangswert $y(t_0) = y_0$)

Aufgabe 3:

Ein lineares und zeitinvariantes System 2. Ordnung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

besitzt die Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0$$

mit dem Anfangswert

$$\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}(t=0).$$

Die sogenannte Transitionsmatrix lautet

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & e^{-3t} - e^{t} \\ 0 & e^{t} \end{bmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Ist obiges System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der x_1, x_2 − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 25. 04. 2013

Name / Vorname(n):

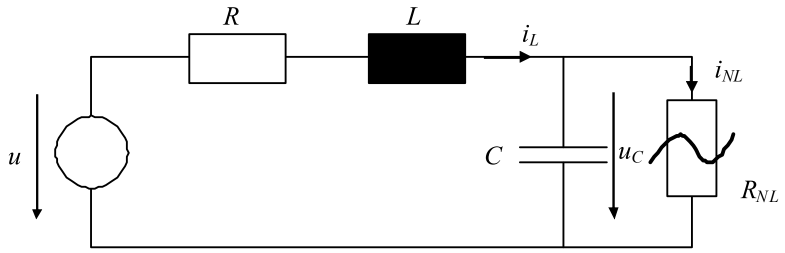
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	3	4
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus einer Spannungsquelle, einem Ohmschen Widerstand R, einer Kapazität C, einer Induktivität L und einem nichtlinearen Widerstand R_{NL} (siehe Skizze).



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands R_{NL} wird durch

$$i_{NL} = -ku_C^2$$

beschrieben. Hierbei ist i_{NL} der Strom durch den Widerstand R_{NL} und u_C ist die Spannung an der Kapazität C. Mit i_L bezeichnen wir den Strom durch die Induktivität L.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T = [i_L \quad u_C]^T$ ein ermitteln Sie ein Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Für die Bauteilwerte gelte nun $R = 1\Omega$, $L = 1\text{H}$, $C = 1\text{F}$ und $k = \frac{1}{4}\frac{\text{A}}{\text{V}^2}$. Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = -8V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des sich ergebenden Systems

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -x_1 - x_2 + u \\ x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 \end{bmatrix}.$$

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\,\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen" ξ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems. (Geben Sie eine *mathematische* Begründung an!)

Aufgabe 2:

Gegeben ist das autonome lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Ausgehend von zwei Anfangszuständen $\mathbf{x}_0^{(1)}$ und $\mathbf{x}_0^{(2)}$ wurden die zugehörigen Lösungen

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} -3e^{-t} \\ e^{-t} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{x}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ e^{t} \end{bmatrix}$$

ermittelt.

a) Ist das System asymptotisch stabil? (Geben Sie eine *mathematische* Begründung an!)

b) Bestimmen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 3:

Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System erster Ordnung mit der Zustandsvariable x und der Eingangsgröße u:

$$\frac{dx}{dt} = ax + bu$$

Die Parameter a und b sind konstante Zahlen. Mit x_0 bezeichnet man den Anfangswert zum Zeitpunkt $t = 0$, d.h. $x(t = 0)$.

a) Ermitteln Sie die homogene Lösung $x_h(t)$ für $u(t) \equiv 0$.

b) Ermitteln Sie die partikuläre Lösung $x_p(t)$ für $x_0 = 0$.

c) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung $x(t)$.

Schriftliche Prüfung aus
Nichtlineare elektrische Systeme
Teil: Dourdoumas
am 03. 07. 2013

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	9	4	2
erreichte Punkte			

Die Angabeblätter sind am Ende der Prüfung wieder abzugeben!

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{b}\nu$$

$$\text{mit} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi} \qquad \text{und} \qquad u = u_0 + \nu,$$

die das Systemverhalten für „kleine Auslenkungen“ $\boldsymbol{\xi}$ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen des *nichtlinearen* Systems. (Bedenken Sie, dass das *Hurwitz-Kriterium* für lineare Systeme zweiter Ordnung besonders einfach ist!)

Aufgabe 2:

Gegeben ist das autonome lineare und zeitinvariante System 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Ausgehend von zwei Anfangszuständen $\mathbf{x}_0^{(1)}$ und $\mathbf{x}_0^{(2)}$ wurden die zugehörigen Lösungen

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} -3e^{-2t} \\ e^{-2t} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{x}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} e^{t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ermittelt.

a) Ist das System asymptotisch stabil? (Geben Sie eine *mathematische* Begründung an!)

b) Bestimmen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie folgende Systeme auf Linearität bezüglich Anfangswert und Eingangsgröße. *(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)*

a) $y = \sqrt{u^2}$ (mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y)

b) $\dfrac{dy}{dt} = 4y$ (mit dem Anfangswert $y(t_0) = y_0$)