Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 20.11.2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Gegeben sei folgendes mathematische Modell eines Systems 2.Ordnung mit verschiedenen Eigenwerten, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & a \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad \Big| \quad \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(a sei hierbei ein reeller Parameter).

Bei 2 Versuchen mit verschiedenen Anfangszuständen $\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^T$ erhält man die gleiche Ausgangsfunktionen: $y(t) = -3$ (für $t \geq 0$).

a) Bestimmen Sie einen vom Nullvektor verschiedenen Anfangszustand, mit dem für $t \geq 0$ gilt: $y(t) \equiv 0$.

b) Bestimmen Sie den Wert von a.

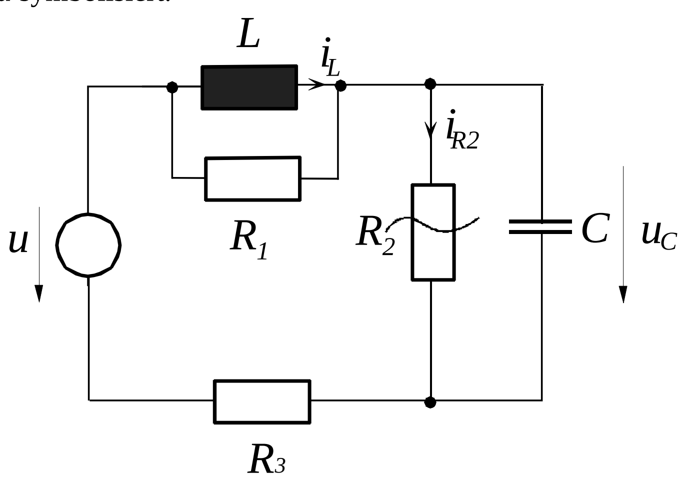
c) Ist das System stabil, instabil, asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

d) Skizzieren Sie in der Zustandsebene den Verlauf der Trajektorien für folgende Anfangszustände (mit Angabe des Richtungssinns für wachsende Zeiten t).

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Induktivität L , einer Kapazität C und zwei Ohmschen Widerständen R_1 und R_3 sowie einem nichtlinearen Widerstand R_2 . Hierbei gilt $R_1 = R_3 = R$. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes R_2 kann durch die Funktion

$$i_{R_2} = -u_c^2$$

beschrieben werden. Hierbei ist u_c die Spannung am Kondensator, i_{R_2} der Strom durch den Widerstand und i_L der Strom durch die Induktivität.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]$ ein und zeigen Sie, dass das System durch das Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{2L}x_1 - \frac{1}{2L}x_2 + \frac{1}{2L}u \\ \frac{1}{2C}x_1 - \frac{1}{2RC}x_2 + \frac{1}{2RC}u + \frac{1}{C}x_2^2 \end{bmatrix}$$

beschrieben werden kann.

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems für die konstante Eingangsgröße $u = \frac{3}{8}V$.

Für die Bauteilwerte gelte dabei: $R = 0.5\Omega,\quad L = 1H,\quad C = 1F$.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\,\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathrm{u}=\mathrm{u}_\mathrm{R} + \nu\,,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen“* ζ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 18.12.2009

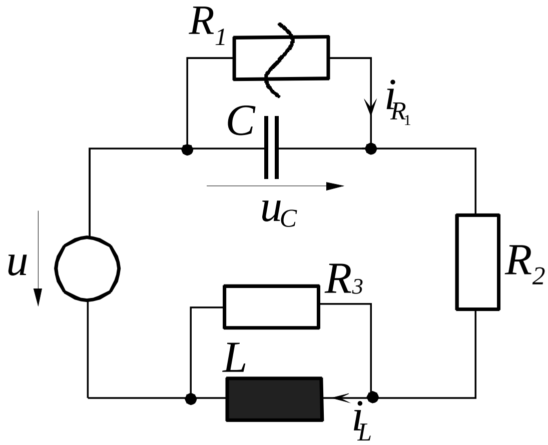
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Induktivität L , einer Kapazität C, zwei Ohmschen Widerständen R_2 und R_3 sowie einem nichtlinearen Widerstand R_1. Hierbei gilt $R_2 = R_3 = R$. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes R_1 kann durch die Funktion

$$i_{R_1} = -u_c^2$$

beschrieben werden. Hierbei sind u_c die Spannung am Kondensator, i_{R_1} der Strom durch den nichtlinearen Widerstand und i_L der Strom durch die Induktivität.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [u_C \quad i_L]$ ein und zeigen Sie, dass das System durch das Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2RC}x_1 + \frac{1}{2C}x_2 + \frac{1}{2RC}u + \frac{1}{C}x_1^2 \\ -\frac{1}{2L}x_1 - \frac{R}{2L}x_2 + \frac{1}{2L}u \end{bmatrix}$$

beschrieben werden kann.

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems für die konstante Eingangsgröße $u_R = \frac{3}{8}V$. Für die Bauteilwerte gelte dabei: $R = 0.5\Omega, \quad L = 1H, \quad C = 1F$.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\zeta}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad u = u_R + \nu ,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen"* ζ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2

Gegeben sei das folgende mathematische Modell eines Systems 2.Ordnung mit verschiedenen Eigenwerten, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ -4 & a \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad \Bigg| \quad \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{x}_0$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(a sei hierbei ein reeller Parameter).

Bei 2 Versuchen mit verschiedenen Anfangszuständen $\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -5 & -1 \end{bmatrix}^T$ erhält man die gleiche Ausgangsfunktionen: $y(t) = -6$ (für $t \geq 0$).

a) Bestimmen Sie einen vom Nullvektor verschiedenen Anfangszustand, mit dem für $t \geq 0$ gilt: $y(t) \equiv 0$.

b) Bestimmen Sie den Wert von a.

c) Ist das System stabil, instabil, asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

d) Skizzieren Sie in der Zustandsebene den Verlauf der Trajektorien für folgende Anfangszustände (mit Angabe des Richtungssinns für wachsende Zeiten t).

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 29.01.2010

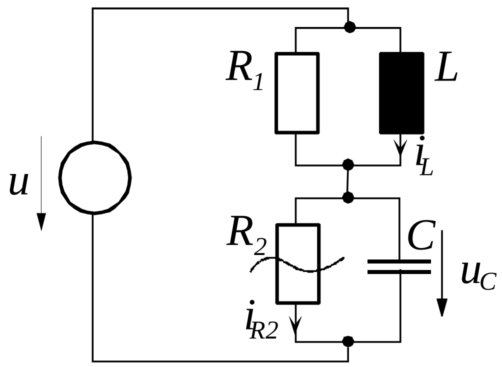
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Induktivität L , einer Kapazität C und einem Ohmschen Widerstand R_1 sowie einem nichtlinearen Widerstand R_2 . Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes R_2 wird durch die Funktion

$$i_{R_2} = k \cdot u_c^2 \text{ mit } k > 0$$

beschrieben. Hierbei sind u_c die Spannung am Kondensator, i_{R_2} der Strom durch den Widerstand und i_L der Strom durch die Induktivität.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]^T$ ein und zeigen Sie, dass das System durch das Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u \\ \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2 - \frac{1}{C}k \cdot x_2^2 + \frac{1}{RC}u \end{bmatrix}$$

beschrieben werden kann.

Für bestimmte Parameterwerte des Netzwerkes ergibt sich folgendes Modell:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}u \\ x_1 - \frac{1}{2}x_2 - x_2^2 + \frac{1}{2}u \end{bmatrix}$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ von diesem System für die konstante Eingangsgröße $u = u_R = \frac{1}{4}V$.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

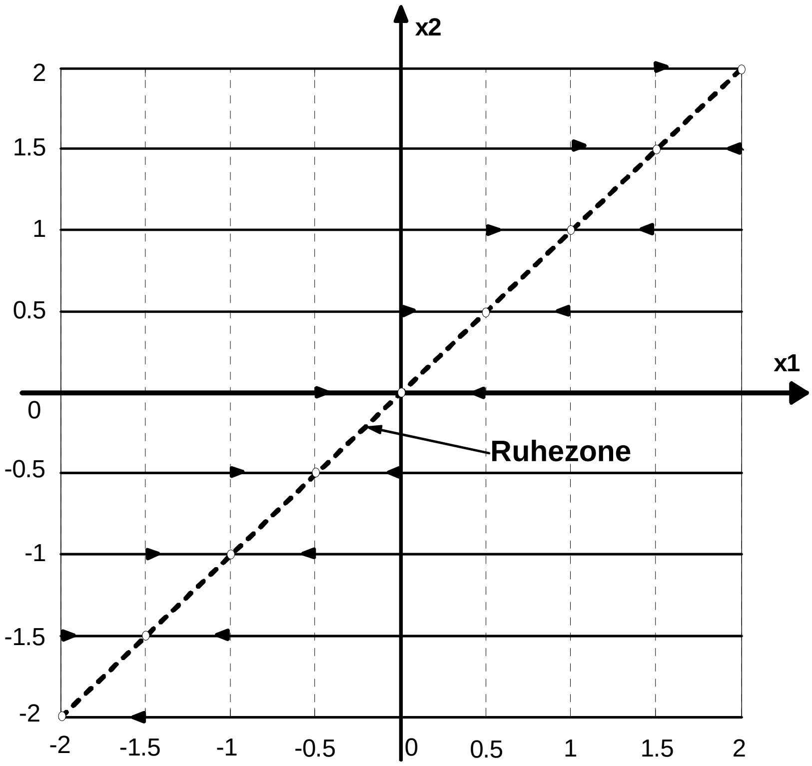
$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathrm{u{=}u_R} + \nu ,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen“* ζ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2

Für ein freies System 2. Ordnung der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ ist das dazugehörige Trajektorienbild gegeben:



Außerdem ist die zugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ (teilweise) gegeben: $A = \begin{bmatrix} -3 & . \\ . & . \end{bmatrix}$.

Aufgrund einer fehlerhaften Datenübertragung sind leider einige Elemente verloren gegangen.

a) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Systemmatrix $\mathbf{A}$.
(HINWEIS: Benützen Sie das angegebene Trajektorienbild!)
b) Ermitteln Sie die zwei Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$.
c) Bestimmen Sie die Rechts-Eigenvektoren der Systemmatrix $\mathbf{A}$.
d) Ist das System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an.

HINWEIS: Zur Beantwortung der Fragen sind keine langen Rechnungen nötig!

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 12.03.2010

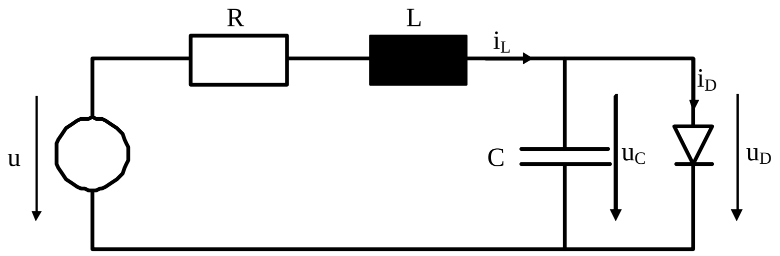
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

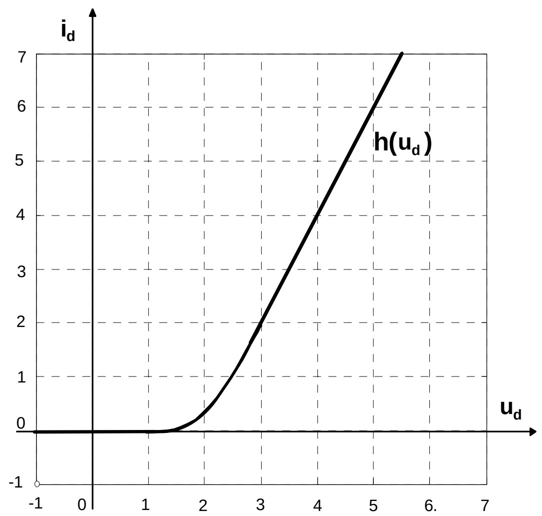
	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einem Ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L und einer Kapazität C sowie einer Diode (siehe Skizze). Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit *u* symbolisiert.



Der nichtlineare Zusammenhang für den Strom durch die Diode $i_d = h(u_d)$ ist aus der folgenden Diodenkennlinie ersichtlich:



a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell der Form $\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = f(x,u)$.

Für die Bauteilwerte gelte nun: $R = 1\Omega, \quad L = 1H, \quad C = 1F$.

b) Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_R = 5V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems.
Hinweis: Die Bestimmung erfolgt auf graphische Art unter Benützung des o. a. Diagramms für die Diodenkennlinie!

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\,\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathrm{u}=\mathrm{u}_\mathrm{R} + \nu \,,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen“* $\boldsymbol{\zeta}$ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.
Hinweis: Benützen Sie das o. a. Diagramm der Diodenkennlinie zur graphischen Ermittlung gewisser Einträge der Systemmatrix $\mathbf{A}$!

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2:

Gegeben sei das freie mathematische Modell 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Ausgehend von zwei Anfangszuständen $\mathbf{x}_0^{(1)}$ und $\mathbf{x}_0^{(2)}$ wurden die zugehörigen Lösungen

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} 4e^{-3t} \\ 2e^{-3t} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{x}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} e^{2t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ermittelt.

a) Ist das System asymptotisch stabil? *(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)*
b) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$ und die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.
c) Skizzieren Sie in der Zustandsebene die Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende *t*-Werte) für die folgenden Anfangszustände

$$\mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(4)} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(5)} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) soll erkennbar sein!

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 30.04.2010

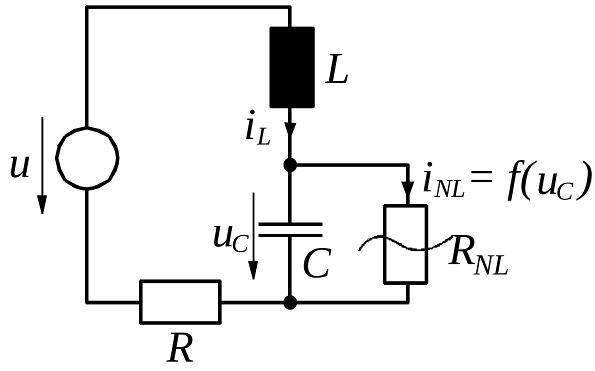
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Induktivität L , einer Kapazität C einem Ohmschen Widerstand R und einem nichtlinearen Widerstand R_{NL} . Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes R_{NL} wird durch die Funktion

$$i_{NL} = f(u_c) = u_c^{\,2} + 3u_c$$

beschrieben. Hierbei sind u_c die Spannung am Kondensator, i_{NL} der Strom durch den nichtlinearen Widerstand und i_L der Strom durch die Induktivität.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]^T$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = f\left(x,u\right).$$

Für bestimmte Parameterwerte des Netzwerkes ergibt sich folgendes nichtlineare System:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -x_1 - x_2 + u \\ x_1 - x_2^{\,2} - 3x_2 \end{bmatrix}$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems für die *konstante* Eingangsgröße $u_R = 5V$.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

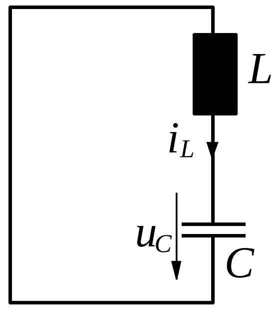
$$\frac{d\zeta}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\,\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathrm{u{=}u_R} + \nu\,,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen"* ζ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2:

Gegeben sei nun folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Induktivität *L* und einer Kapazität *C:*



a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]^T$ ein und bestimmen Sie das mathematische Modell in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} \,.$$

Für die Parameterwerte des Systems gilt nun: $L = 1H, \quad C = 1F$

b) Zeigen Sie, dass die Trajektorien des Systems durch *Kreise* in der Zustandsebene

$$x_1^2 + x_2^2 = k \text{ mit } k > 0$$

beschrieben werden!

c) Skizzieren Sie die Trajektorie für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = [0 \quad 1]^T$ in die Zustandsebene. Zeichnen Sie auch den Richtungssinn für wachsende Zeitwerte t ein und geben Sie dazu eine Begründung an!

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 25.06.2010

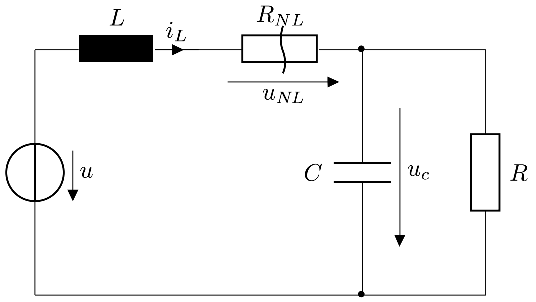
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	6
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einem Ohmschen Widerstand R, einer Induktivität L und einer Kapazität C sowie einem nichtlinearen Widerstand R_{NL} (siehe Skizze). Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes R_{NL} wird durch die Funktion

$$u_{NL} = u_{NL}(i_L) = \frac{5}{2} i_L^2 + i_L$$

beschrieben. Hierbei sind i_L der Strom durch die Induktivität L und u_{NL} die Spannung am nichtlinearen Widerstand R_{NL}. Mit u_C symbolisieren wir die Spannung am Kondensator C.

a) Führen Sie den sogenannten Zustandsvektor $\mathbf{x} = [u_C \quad i_L]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

Für bestimmte Parameterwerte des Netzwerkes ergibt sich folgendes Modell:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -u_C + 3i_L \\ -u_C - \frac{5}{2} i_L^2 - i_L + u \end{bmatrix}$$

b) Bestimmen Sie für die konstante Eingangsgröße $u = u_0 = 2V$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{b}\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\zeta} \quad \text{und} \quad \mathrm{u} = \mathrm{u}_0 + \nu,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen"* $\boldsymbol{\zeta}$ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2:

Die Trajektorien eines freien mathematischen Modells 2. Ordnung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}; \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0\,, \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

entsprechen Geraden:

$$x_2(t) = \frac{1}{2} x_1(t) + k\,.$$

Dabei ist k eine vom Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ abhängige reelle Konstante.

Folgende drei Möglichkeiten für die Systemmatrix $\mathbf{A}$ stehen zur Auswahl:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \text{und} \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Bestimmen Sie diejenige Systemmatrix, deren Trajektorienbild mit obigen Geraden übereinstimmt (*Begründen Sie Ihre Wahl!).*

b) Ermitteln Sie die Ruhelage(n) des Systems.

c) Ist das System asymptotisch stabil, stabil oder instabil? *(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)*

d) Skizzieren Sie in der Zustandsebene die Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende *t*-Werte) des Systems für die folgenden Anfangszustände

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) soll erkennbar sein!

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 19.08.2010
(außerordentlicher Prüfungstermin)

Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2	3
erreichbare Punkte	4	3	2
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes nichtlineare System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -6 & -\frac{2}{\pi} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x_2\right) \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die *vier* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems.

b) Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. Liegt jeweils Stabilität, asymptotische Stabilität oder Instabilität vor? Ermitteln Sie hierzu lineare Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\zeta}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\zeta} \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R ,$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen“* $\boldsymbol{\zeta}$ aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$ der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}; \qquad \mathbf{x}(t_0 = 0) = \mathbf{x}_0 .$$

a) Ermitteln Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$, d.h. die Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}_0$$

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten *t*) in der $x_1 - x_2$-Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes System mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$:

$$y = \sqrt{u^2 + \left(\frac{du}{dt}\right)^2}$$

Ist das System linear? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.