Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme** am 24. 10. 2008

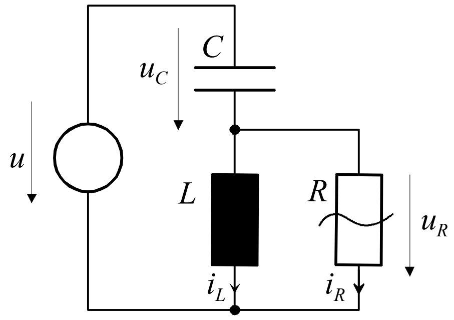
Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2
erreichbare Punkte	7	4
erreichte Punkte		

Aufgabe1:

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Bauelementen: einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, einer Induktivität L und einem *nichtlinearen* Widerstand R.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands wird durch die Funktion

$$i_R = f(u_R) = u_R^2 + 2u_R$$

beschrieben.

a) Führen sie einen Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u_C & i_L \end{bmatrix}^T$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen des Systems.

c) Betrachten Sie nun den Fall $u = 0$. Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} \quad mit \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi},$$

welche das Systemverhalten für *kleine Auslenkungen* $\boldsymbol{\xi}$ aus den ermittelten Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen (!) Systems.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Zeigen Sie, dass die Trajektorien des Systems durch Ellipsen in der $x_1 - x_2$ Ebene beschrieben werden.

b) Ist die Ruhelage $\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ stabil bzw. asymptotisch stabil nach LJAPUNOV? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: $\frac{d}{dt} x^2 = 2x \frac{dx}{dt}$

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme** am 30.1.2009

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2
erreichbare Punkte	6	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Betrachten Sie folgende Systeme mit der Eingangsgröße *u* und der Ausgangsgröße *y*:

a) $y(t) = \int_0^t 25.5\, u(\tau)\, d\tau$

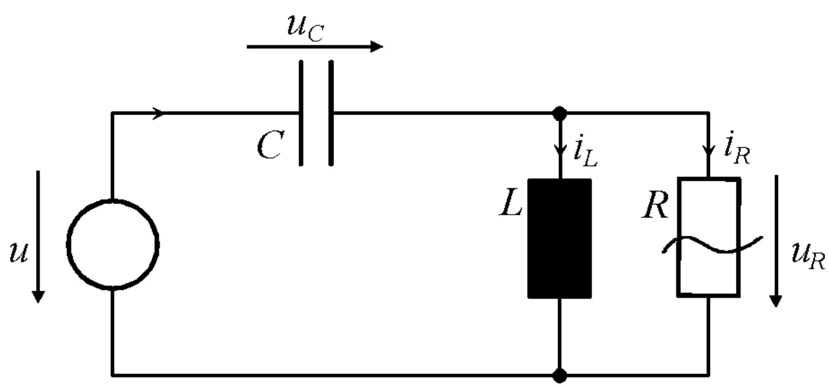
b) $y(t) = -3\, u(t) + 26$

c) $y(t) = 5\left|u(t)\right|$

Untersuchen Sie obige Systeme auf Linearität. (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Bauelementen: Einer Spannungsquelle u, einer Kapazität C, einer Induktivität L und einem nichtlinearen Widerstand R.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$i_R = u_R^2 + 2u_R$$

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [u_c \quad i_L]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathrm{f}(\mathbf{x}, u)$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems.

c) Betrachten Sie nun den Fall $u = 0$. Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\xi}{dt} = \mathbf{A}\xi \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \xi\,,$$

welche das Systemverhalten für „*kleine Auslenkungen*“ ξ aus den ermittelten Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen (!) Systems.

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 27.03.2009

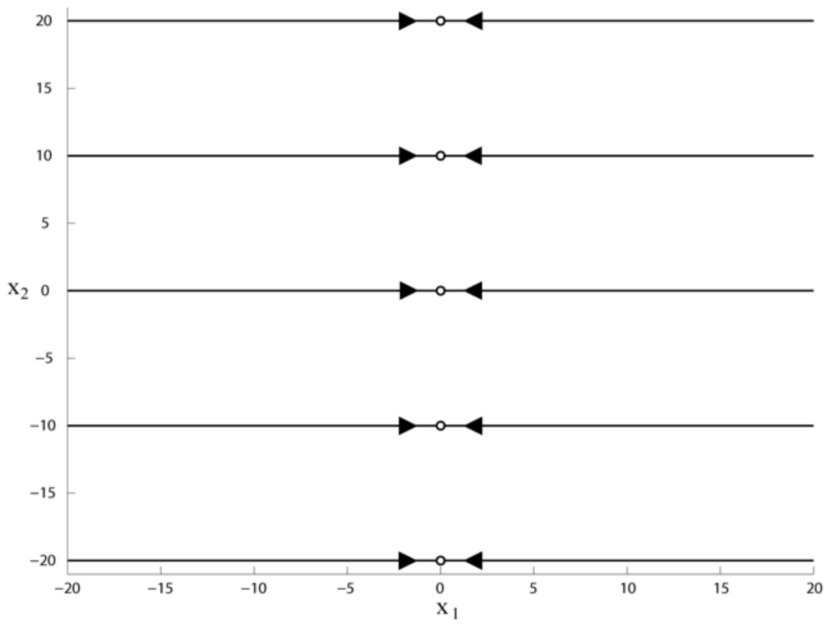
Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	8	8
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Für ein freies System 2. Ordnung der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ ist das dazugehörige Trajektorienbild gegeben:

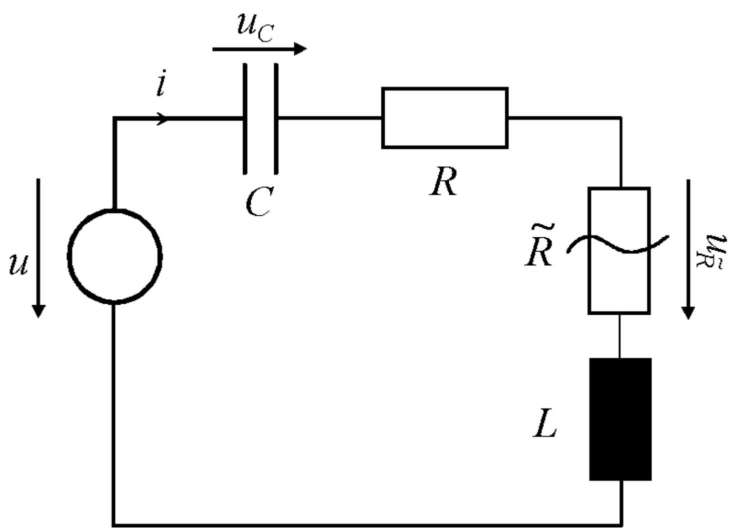


Ein Eigenwert der Systemmatrix $\mathbf{A}$ liegt bei $s_1 = -2$.

a) Welchen Rang hat die Systemmatrix $\mathbf{A}$? Geben Sie eine mathematische Begründung an.
b) Ermitteln Sie den 2. Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$.
c) Bestimmen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.
d) Ist das System stabil, asymptotisch stabil oder instabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Bauelementen: Einer Spannungsquelle u, einer Kapazität C, einer Induktivität L, einem Ohm'schen Widerstand R und einem nichtlinearen Widerstand $\tilde{R}$.



Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstands wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$u_{\tilde{R}} = \alpha i^2 + \beta i$$

α und β sind hierbei reelle Parameter.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i \quad u_c]^T$ ein und ermitteln Sie ein Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_0$ des obigen Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\xi}{dt} = \mathbf{A}\xi + \mathbf{b}\,\nu \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \xi \quad \text{und} \quad \mathrm{u}=\mathrm{u}_0 + \nu,$$

welche das Systemverhalten für „*kleine Auslenkungen*" ξ und ν aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie für den Fall $u = 0$ den größtmöglichen Wertebereich für die Parameter α und β so, dass die Ruhelage(n) des nichtlinearen Systems asymptotisch stabil sind.

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 26.06.2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl/ Matrikel-Nummer.:

	1	2
erreichbare Punkte	5	9
erreichte Punkte		

Aufgabe 1

Ein lineares, zeitinvariantes System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

mit dem Anfangswert $\mathbf{x}(t=0) =: \mathbf{x}_0$ besitzt die Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0$$

mit der Transitionsmatrix

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^t & 3\cdot t\cdot e^t \\ 0 & e^t \end{bmatrix}.$$

a) Wie lautet die Systemmatrix $\mathbf{A}$?

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinns für wachsende Werte der Zeit t) in der $x_1 - x_2$ - Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2

Gegeben sei die *nichtlineare* Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 2\frac{dy}{dt} + 1.5y^2 - 6u$$

a) Führen Sie die Zustandsvariablen $x_1 := y$ und $x_2 := \frac{dy}{dt}$ ein und geben Sie das entsprechende Modell der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}, u)$ an.

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des obigen Systems für die konstante Eingangsgröße $u = u_R = 3$.

c) Berechnen Sie für alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\xi}{dt} = \mathbf{A}\xi + \mathbf{b}v \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \xi \quad \text{und} \quad u = u_R + v$$

welche das Systemverhalten für *„kleine Auslenkungen"* ξ und v aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des ***nichtlinearen*** Systems.