Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme** am 1.2.2008

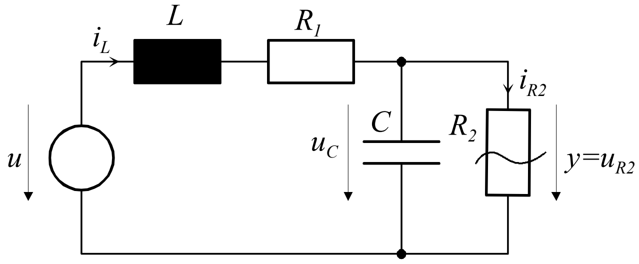
Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2
erreichbare Punkte	7	2
erreichte Punkte		

Aufgabe1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einem linearen Widerstand R_1, einem *nichtlinearen* Widerstand R_2, einer idealen Kapazität C und einer idealen Induktivität L (siehe Skizze).



Hierbei haben die eingezeichneten Größen folgende Bedeutung:

u	von der Spannungsquelle gelieferte Spannung
u_C	Spannung am Kondensator C
u_{R2}	Spannung am nichtlinearen Widerstand
i_{R2}	Strom durch den nichtlinearen Widerstand
i_L	Strom durch die Induktivität

Der nichtlineare Widerstand wird durch

$$i_{R2} = h(u_{R2})$$

charakterisiert. Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = u_{R2}$ auf.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u_C & i_L \end{bmatrix}^T$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$
$$y = g(\mathbf{x}, u).$$

Mit der speziellen Charakteristik des nichtlinearen Widerstands

$$i_{R2} = -2u_{R2}^2 + 7u_{R2},$$

den Bauteilwerten

$$R_1 = 1\Omega$$
$$C = 1F$$
$$L = 1H$$

und der konstanten Eingangsgröße u=6V lautet die Systembeschreibung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2x_1^2 - 7x_1 + x_2 \\ -x_1 - x_2 + 6 \end{bmatrix}$$
$$y = x_1.$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems.

c) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} \quad mit \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi},$$

welche das Systemverhalten für *kleine Auslenkungen* aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems.

Aufgabe 2

Betrachten Sie folgende Systeme mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

a) $y(t) = \dfrac{du(t)}{dt}$

b) $y(t) = 4u(t) + 2$

Untersuchen Sie obige Systeme auf Linearität. (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme** am 4. 4. 2008

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2
erreichbare Punkte	6	5
erreichte Punkte		

Aufgabe1:

Gegeben sei ein *nichtlineares* System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -4\sqrt{x_1} + x_2^2 - x_2 \\ \left(x_1 - \frac{1}{4}\right)(x_2 - 3) \end{bmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems.

b) Ermitteln Sie lineare und zeitinvariante Modelle der Form

$$\frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \mathbf{A}\boldsymbol{\xi} \quad mit \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \boldsymbol{\xi},$$

welche das Systemverhalten für *kleine Auslenkungen* aus den ermittelten Ruhelagen näherungsweise beschreiben.

c) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter *aller* Ruhelagen des nichtlinearen Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Zeigen Sie, dass die Trajektorien des Systems durch Geraden in der $x_1 - x_2$ Ebene beschrieben werden.

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der $x_1 - x_2$ Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

c) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen des Systems. (Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.)

Schriftliche Prüfung aus **Nichtlineare elektrische Systeme**
Teil: Dourdoumas
am 30. 06. 2008

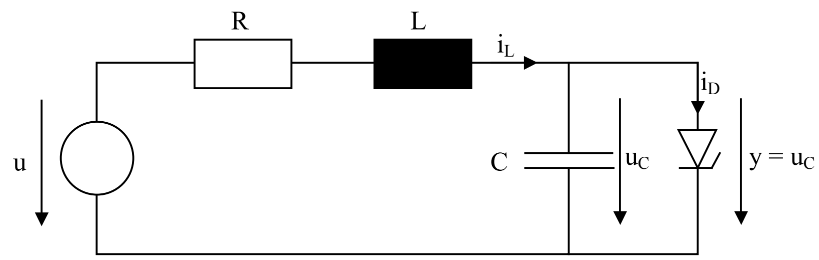
Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2
erreichbare Punkte	7	4
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einem linearen Widerstand R, einer idealen Kapazität C und einer idealen Induktivität L und einer Tunneldiode (siehe Skizze).



Die Kennlinie der Tunneldiode kann durch die stückweise definierte Funktion

$$i_D = g(u_C) = \begin{cases} -0,5u_C^{\ 2} + u_C & \text{für } 0 < u_C \leq 1 \\ 0,25u_C^{\ 2} - \frac{5}{4}u_C + \frac{3}{2} & \text{für } 1 < u_C \end{cases}$$

beschrieben werden.
Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = u_C$ auf.

a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [i_L \quad u_C]$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$
$$y = g(\mathbf{x}, u).$$

Für die Bauteilwerte gelte

$$R = \frac{2}{3}\Omega \quad L = \frac{4}{3}H \quad C = 3F\,.$$

b) Bestimmen Sie alle reellen(!) Ruhelagen des Systems $\mathbf{x}_R$ für die konstante Eingangsgröße $u = \frac{3}{4}V$.

c) Für alle in Punkt b) ermittelten Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ berechnen Sie für kleine Auslenkungen ξ aus der Ruhelage

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R + \xi$$

ein lineares und zeitinvariantes Modell der Form

$$\frac{d\xi}{dt} = \mathbf{A}\xi\,.$$

d) Bestimmen Sie den Stabilitätscharakter aller Ruhelagen des nichtlinearen Systems.

Aufgabe 2:

Ein lineares und zeitinvariantes System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

besitzt die folgende Lösung

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0$$

mit der Transitionsmatrix

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{pmatrix} e^{-t} & \frac{1}{2}(e^{-t} - e^{t}) \\ 0 & e^{t} \end{pmatrix}.$$

a) Wie lautet die Systemmatrix $\mathbf{A}$?

b) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der $x_1 - x_2$ − Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!