

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 27.11.2015

Name / Vorname(n):

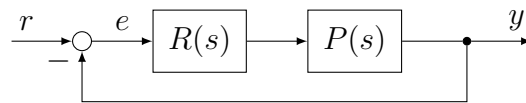
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja ☐ nein

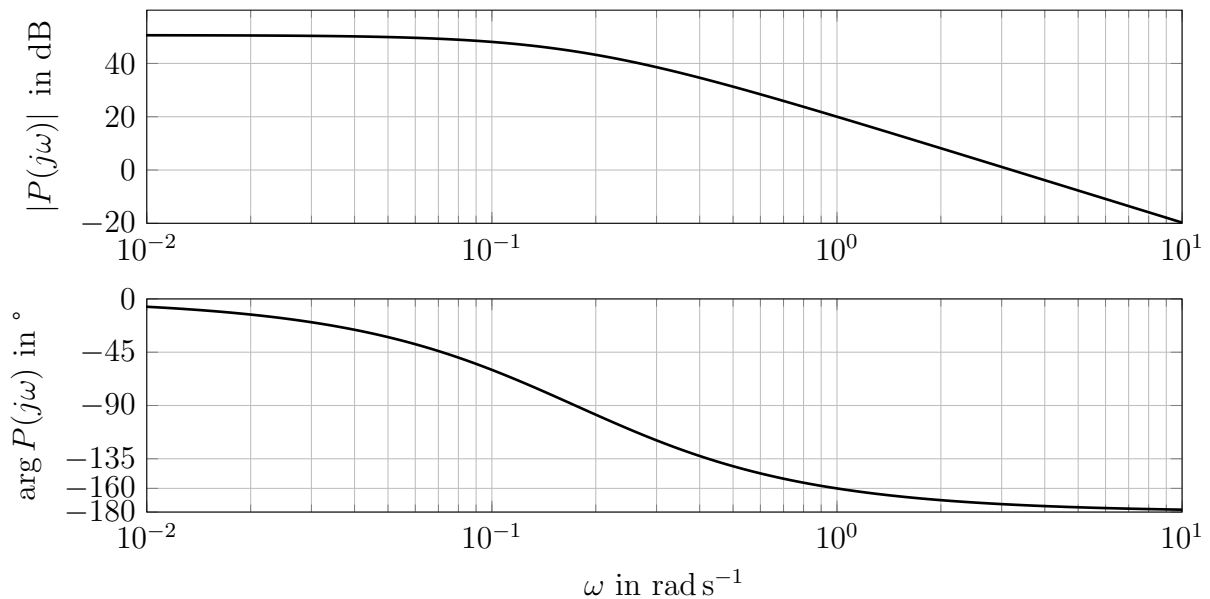
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von BODE-Diagrammen gegeben:



- a) Es wird zunächst ein P-Regler $R(s) = 0.1$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p .

Ein PID-Regler in Serienrealisierung besitzt die Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P \underbrace{\frac{1 + s(T_D + T_R)}{1 + sT_R}}_{\text{D-Anteil}} \underbrace{\frac{1}{s} \left(s + \frac{1}{T_I} \right)}_{\text{I-Anteil}}. \quad (1)$$

- b) Dimensionieren Sie nun die positiven Parameter K_P , T_R und T_D eines PD-Reglers ($T_I = \infty$) in Serienrealisierung

$$R(s) = K_P \frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N}$$

mit $\omega_Z = \frac{1}{T_D + T_R}$ und $\omega_N = \frac{1}{T_R}$ so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 1,5\text{ s}$ und ein Überschwingen von 13 % aufweist.

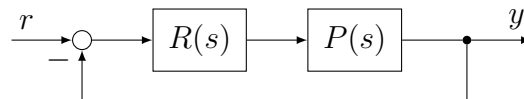
Hinweis: Eine Tabelle zur Auslegung der Reglerparameter befindet sich auf der nächsten Seite.

- c) Dimensionieren Sie nun einen PID-Regler in Serienrealisierung, indem Sie den unter b) entworfenen Regler beibehalten und um den I-Anteil in (1) erweitern. Bestimmen Sie den Parameter T_I und passen Sie gegebenenfalls den Verstärkungsfaktor K_P so an, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise ein Überschwingen von 20 % bei gleichbleibender Anstiegszeit t_r aufweist.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
<i>Hinweis:</i> $\arctan \frac{1}{m} = 90^\circ - \arctan m$							

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Streckenübertragungsfunktion lautet

$$P(s) = \frac{s-2}{s+2}.$$

Als Regler kommt der integrierende Regler

$$R(s) = \frac{K}{s}$$

mit dem reellen Parameter K zum Einsatz.

- Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(s) = R(s)P(s)$ für den Parameterwert $K = 1$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der *reellen* Achse.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- Bestimmen Sie den Parameter K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt und dessen Sprungantwort näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0,5 \text{ s}$ aufweist.
Hinweis: Beachten Sie die besondere Struktur der Übertragungsfunktion $P(s)$; skizzieren Sie ggf. deren Betragsgang.

$$\text{Hinweis: } \Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y und reellem Parameter α gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ \alpha & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 4r.$$

- a) Für welche Werte von α ist das System steuerbar bzw. beobachtbar?

Es gelte nun $\alpha = 0$.

- b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -2$ und $s_2 = -4$ liegen.
- c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \{r(t) - y(t)\}.$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- d) Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.
- e) Ist es möglich, die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e}$ mit

$$\begin{array}{ll} \text{i) } s_1 = -1, & \text{ii) } s_1 = -2 \\ s_2 = -2 & s_2 = -2 \end{array}$$

vorzugeben? Wenn ja, ermitteln Sie den Vektor $\mathbf{l}$.

Hinweis: Betrachten Sie die Struktur der Dynamikmatrix des Schätzfehlers.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 28.01.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

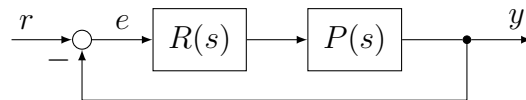
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja

☐ nein

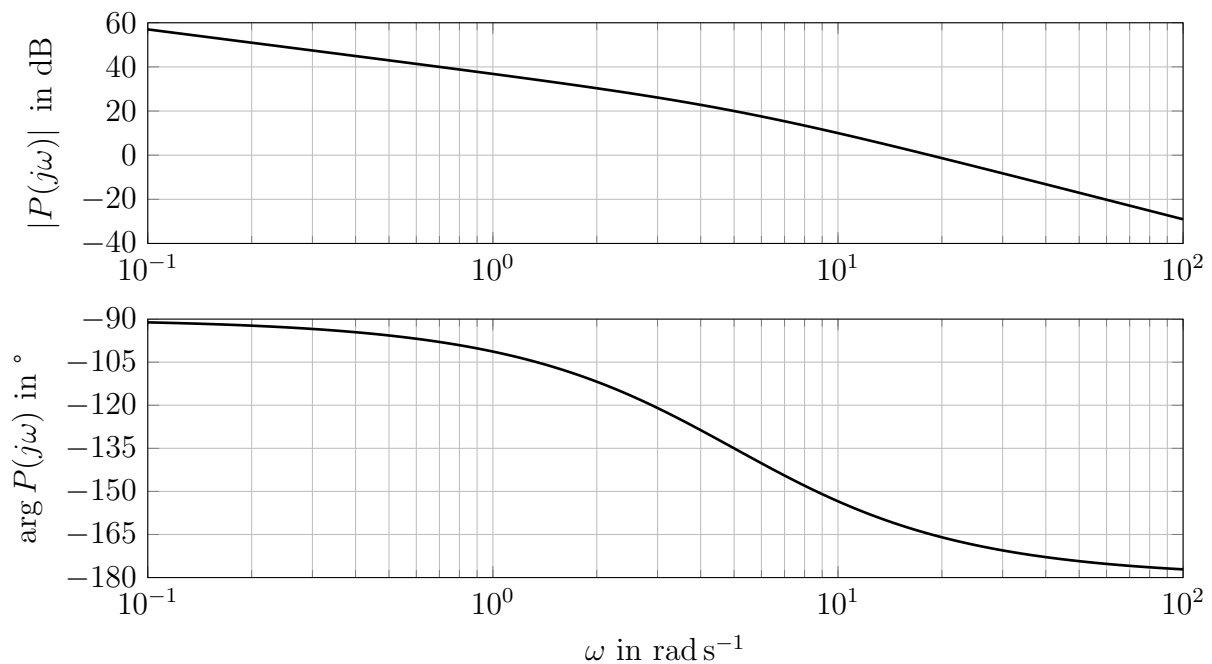
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von BODE-Diagrammen gegeben:



- Es wird zunächst ein P-Regler $R(s) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ verwendet. Bestimmen Sie den Regelfehler $e(t)$ im eingeschwungenen Zustand, wenn als Führungsgröße $r(t) = \sin(5t)$ verwendet wird.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0,3\text{ s}$ aufweist. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p ?
- Es soll nun folgende Reglerstruktur verwendet werden:

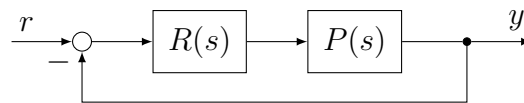
$$R(s) = K \frac{\frac{s}{\omega_Z} + 1}{\frac{s}{\omega_N} + 1}.$$

Dimensionieren Sie die Parameter K , ω_Z und ω_N so, dass bei gleichbleibender Anstiegszeit t_r das prozentuale Überschwingen 6% beträgt.

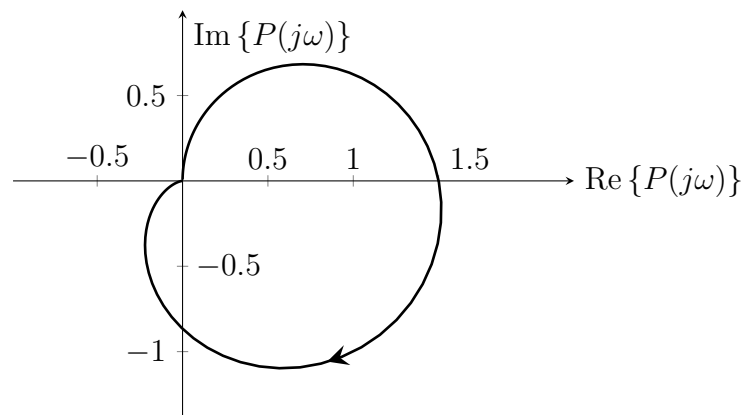
m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ der Strecke ist für $0 \leq \omega < \infty$ gegeben:



- a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\begin{array}{ll} \text{i) } P(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s+2)}, & \text{ii) } P(s) = \frac{s}{(s+\frac{1}{2})^3}, \\ \text{iii) } P(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)}, & \text{iv) } P(s) = \frac{s-1}{s(s-2)(s+3)}. \end{array}$$

- b) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- c) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den Wert $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ für folgende Werte des Reglerparameters K :

$$\text{i) } K = -1, \quad \text{ii) } K = 1.$$

- d) Die Vorschrift für einen Proportionalregler nach der *closed loop*-Methode von ZIEGLER und NICHOLS lautet $K = K_k/2$, wobei K_k die sogenannte kritische Verstärkung symbolisiert. Ist diese Vorschrift im vorliegenden Fall sinnvoll einsetzbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: $\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Ist das System steuerbar bzw. beobachtbar?

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + V r$ verwendet. Für die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ stehen 3 Möglichkeiten zur Auswahl:

$$\begin{aligned}\text{i)} \quad T(s) &= \frac{8}{(s+2)^3} \\ \text{ii)} \quad T(s) &= \frac{4}{s^2 + 4s + 4} \\ \text{iii)} \quad T(s) &= \frac{s+4}{s^2 + 4s + 4}\end{aligned}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche Führungsübertragungsfunktion (*begründen Sie Ihre Wahl!*) und bestimmen Sie die Größen $\mathbf{k}^T$ und V .

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \{r(t) - y(t)\}.$$

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}}u, \quad \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \neq \mathbf{b}$$

vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler unabhängig von Anfangswert $\mathbf{e}(t=0)$ und Eingangsgrößenverlauf $u(t)$ für $t \rightarrow \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 15.03.2016

Name / Vorname(n):

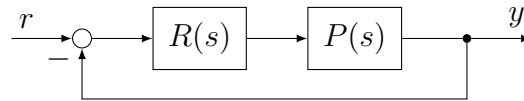
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja ☐ nein

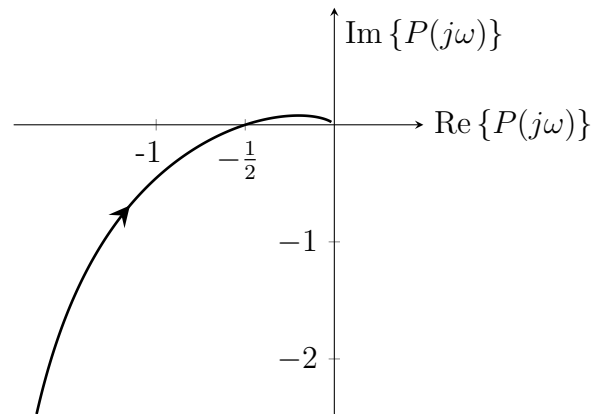
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ der Strecke ist für $0 \leq \omega < \infty$ gegeben:



- a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\begin{array}{ll} \text{i) } P(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s+2)}, & \text{ii) } P(s) = \frac{12}{s^2(s+1)^2}, \\ \text{iii) } P(s) = \frac{8}{s(s+2)^2}, & \text{iv) } P(s) = \frac{8}{s(s-2)(s+3)}. \end{array}$$

- b) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- c) Als Führungsgröße wird $r(t) = 5 + 2\sin(t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte von t die eingeschwungene Lösung $y(t)$ für folgende Werte des Reglerparameters K :

$$\text{i) } K = -1, \quad \text{ii) } K = \frac{1}{2}.$$

Hinweis: $\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ \alpha & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

- a) Für welche Werte von α ist das System steuerbar bzw. beobachtbar?

Es gelte nun $\alpha = 0$.

- b) Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$ verwendet. Geben Sie allgemeine Bedingungen für die Elemente des Vektors $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2]^T$ so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den gefundenen „Stabilitätsbereich“ in der $k_1 - k_2$ Ebene graphisch dar.
- c) Bestimmen Sie die Parameter k_1 und k_2 für den Regler aus Aufgabe b) so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_{1,2} = -1$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, muss für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden, d.h. $u = -\mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}}$. Dafür wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- d) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 13.05.2016

Name / Vorname(n):

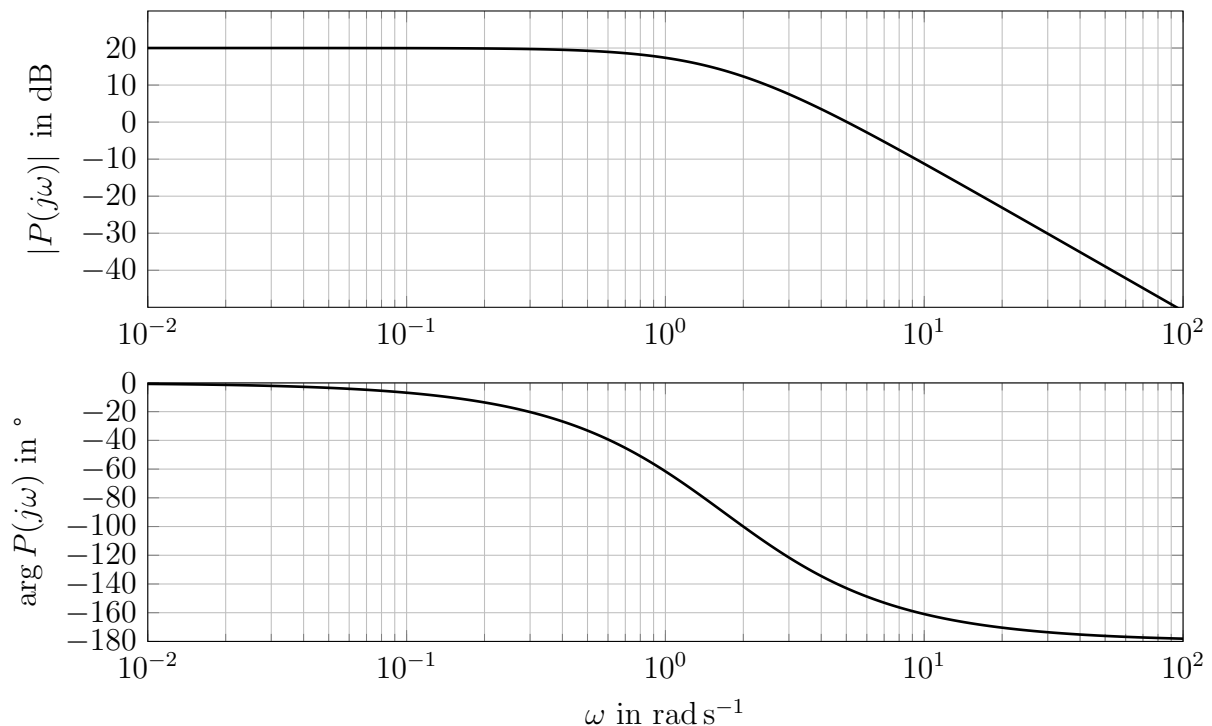
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja ☐ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von BODE-Diagrammen gegeben:



- Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s) = 1$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r , das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen Proportionalregler $R(s) = K$ so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0,15$ s aufweist. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$?
- Es soll nun folgende Reglerstruktur verwendet werden:

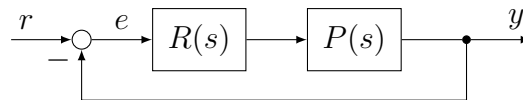
$$R(s) = K \frac{\frac{s}{\omega_Z} + 1}{\frac{s}{\omega_N} + 1}.$$

Dimensionieren Sie die Parameter K , ω_Z und ω_N so, dass bei gleichbleibender Anstiegszeit t_r das prozentuale Überschwingen 8 % beträgt.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

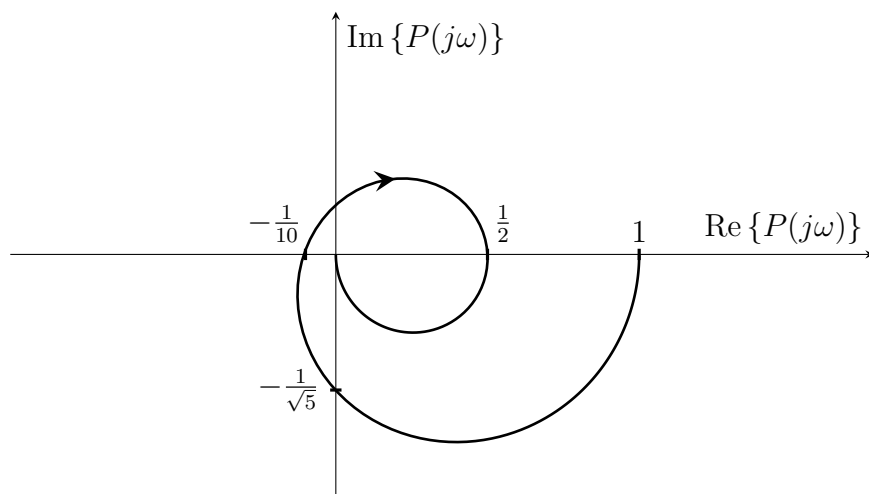
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Es ist bekannt, dass $P(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt und dass

$$\operatorname{Re}\{P(j4\pi)\} = \operatorname{Im}\{P(j16\pi)\} = \operatorname{Im}\{P(j25\pi)\} = 0$$

gilt. Weiterhin liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ vor:



- a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 2 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{4})$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

i) $K = \sqrt{5}$,

ii) $K = 10\sqrt{5}$.

- c) Die Vorschrift für einen Proportionalregler nach der *closed loop*-Methode von ZIEGLER und NICHOLS lautet $K = K_k/2$, wobei K_k die sogenannte kritische Verstärkung symbolisiert. Ist diese Vorschrift im vorliegenden Fall sinnvoll einsetzbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: $\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + V r$$

verwendet, wobei V ein positiver, reeller Parameter ist und r die Führungsgröße symbolisiert.

Der Regler soll so dimensioniert werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises bei verschwindenden Anfangswerten $\mathbf{x}(t=0) = \mathbf{0}$ folgenden Verlauf annimmt:

$$r(t) = \sigma(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = 1 - e^{-4t}.$$

- Bestimmen Sie die Lage der Eigenwerte λ_1 und λ_2 des geschlossenen Regelkreises sowie den Parameter V , damit obige Forderung erfüllt wird. (*Hinweis: Betrachten Sie die Forderung im Frequenzbereich. Gibt es Kürzungen zu beachten?*)
- Bestimmen Sie den Parameter $\mathbf{k}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises die gewünschten Werte λ_1 und λ_2 annehmen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, muss für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden, d.h.

$$u = -\mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}} + V r.$$

Dafür wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -2$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 28.06.2016

Name / Vorname(n):

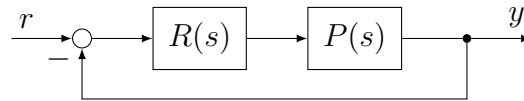
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja ☐ nein

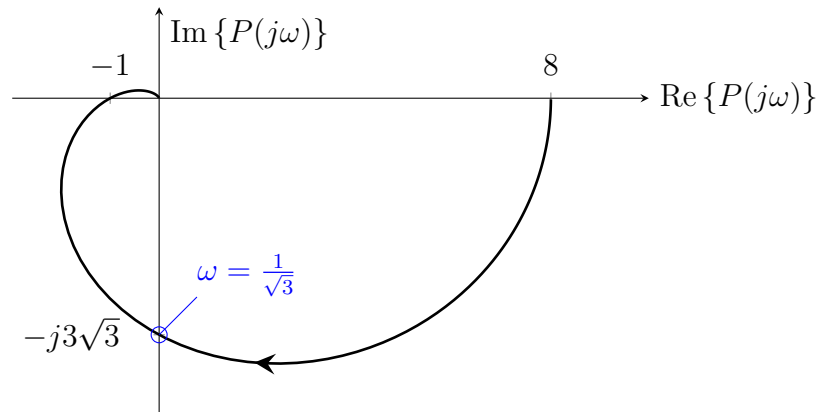
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer **BIBO-stabilen** Strecke ist für $0 \leq \omega < \infty$ gegeben:



- Zunächst wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- Es wird nun ein integrierender Regler

$$R(s) = \frac{K}{s}$$

gewählt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Zeichnen Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega)$ für $K = 1$ und bestimmen Sie die Schnittpunkte mit der reellen Achse.

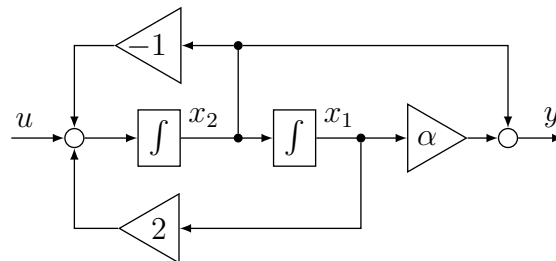
- Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K des integrierenden Reglers aus Aufgabe b), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Strukturbild einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :



Hierbei ist α ein reeller Parameter.

- a) Ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.$$

- b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_{1,2} = -1$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, muss für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden, d.h. $u = -\mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}}$. Dafür wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- c) Geben Sie den Wertebereich des Parameters α an, für den die Verwendung eines Beobachters prinzipiell möglich ist.
- d) Berechnen Sie für den Wert $\alpha = 1$ den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 21.09.2016

Name / Vorname(n):

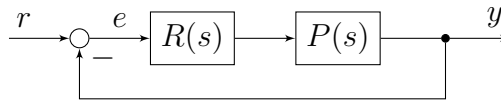
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ☐ ja ☐ nein

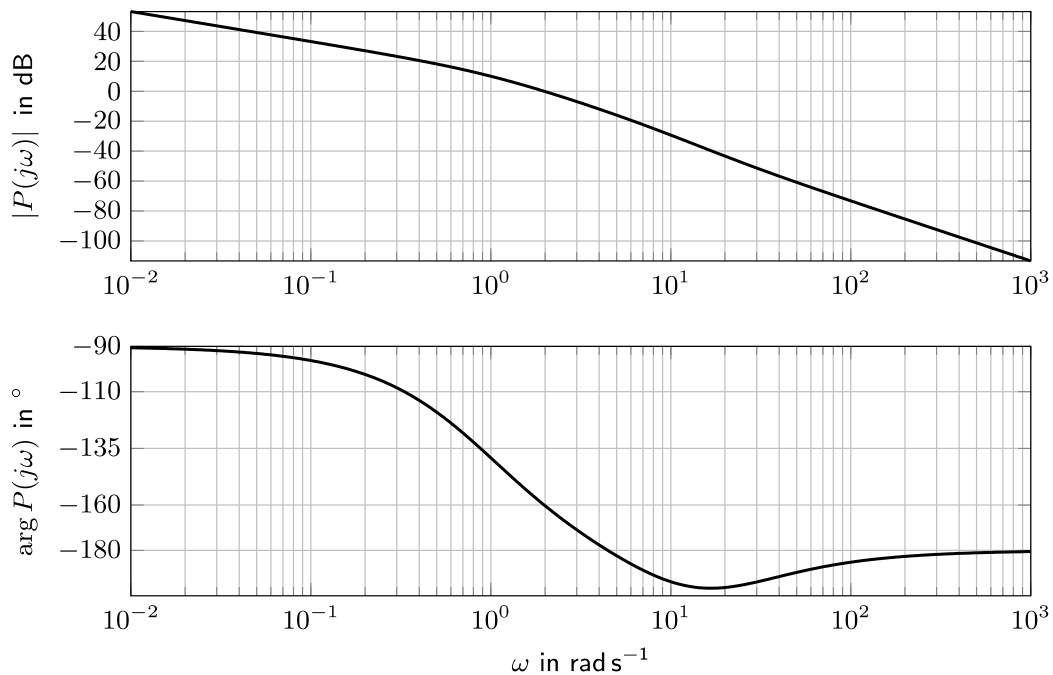
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



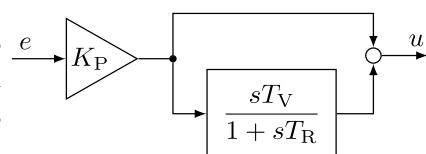
- Es wird zunächst der Regler $R(s) = \frac{1}{100}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die Anstiegszeit t_r , das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.
- Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun eine Anstiegszeit von $t_r = 0,75\text{ s}$ und kein Überschwingen aufweisen. Dafür wird folgende Regler-Übertragungsfunktion verwendet:

$$R(s) = K \frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N}.$$

Bestimmen Sie die reellen Parameter ω_Z , ω_N und K dieses Reglers.

(Die Tabelle für die Auslegung des Reglers befindet sich auf der nächsten Seite.)

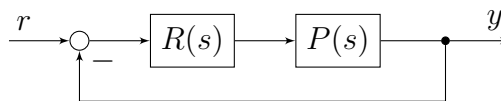
- Die unter Punkt b) ermittelte Regler-übertragungsfunktion $R(s)$ kann auch als PD-Regler interpretiert werden. Bestimmen Sie die Parameter K_P , T_V und T_R eines realisierbaren PD-Reglers, dessen Struktur in nebenstehender Abbildung ersichtlich ist.



m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
<i>Hinweis:</i> $\arctan \frac{1}{m} = 90^\circ - \arctan m$							

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet:

$$P(s) = \frac{4}{s(s+2)^2}.$$

- a) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Ortskurve von $P(j\omega)$ für $\omega \geq 0$. Geben Sie die Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse an.

- b) Es wird nun ein Proportionalregler

$$R(s) = K$$

eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

- c) Als Führungsgröße wird

$$r(t) = 1 + 3 \cos(2t)$$

gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte von t die eingeschwungene Lösung $y(t)$ für folgende Fälle:

i) $K = 1$,

ii) $K = 5$.

Hinweis: $\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r) \frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes System mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr$$

verwendet.

- a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter k_1 und k_2 an, damit der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den zulässigen Bereich graphisch in der k_1 - k_2 -Ebene dar.
- b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{k}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.
- c) Dimensionieren Sie nun den Parameter V so, dass der Regelkreis stationär genau ist, dass also für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1.$$

- d) Ist die Strecke beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
- e) Ist der geschlossene Regelkreis, bestehend aus Regelstrecke und Zustandsregler, beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
- f) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert des Zustandsvektors $\mathbf{x}$. Bestimmen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_1 = s_2 = -1$ liegen.