Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 26.11.2014

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

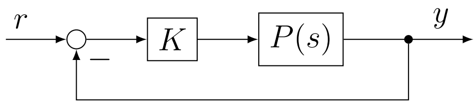
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	5	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei eine Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s}\frac{s+3}{s-2}.$$

Zunächst wird ein Proportionalregler mit der Verstärkung K verwendet, um sie zu stabilisieren (K ist hierbei ein reeller Parameter). Der Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y hat somit folgende Gestalt:



a) Ist die Strecke vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

b) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ mit der reellen Achse und skizzieren Sie die Ortskurve.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

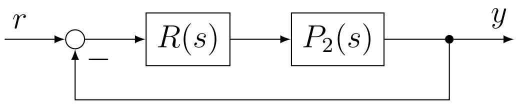
d) Der offene Regelkreis $L(s) = KP(s)$ soll eine Phasenreserve von $\varphi_\mathrm{R} = 45°$ besitzen. Wo muss der Wert des Frequenzganges $L(j\omega)$, ausgewertet an der Durchtrittsfrequenz $\omega = \omega_\mathrm{c}$, in der komplexen Zahlenebene liegen? Was bedeutet das für die Beziehung zwischen Real- und Imaginärteil?

e) Die Vorschrift für einen Proportionalregler nach der *closed loop*-Methode von Ziegler und Nichols lautet $K = K_\mathrm{k}/2$, wobei K_k die sogenannte kritische Verstärkung symbolisiert. Ist diese Vorschrift im vorliegenden Fall sinnvoll einsetzbar? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

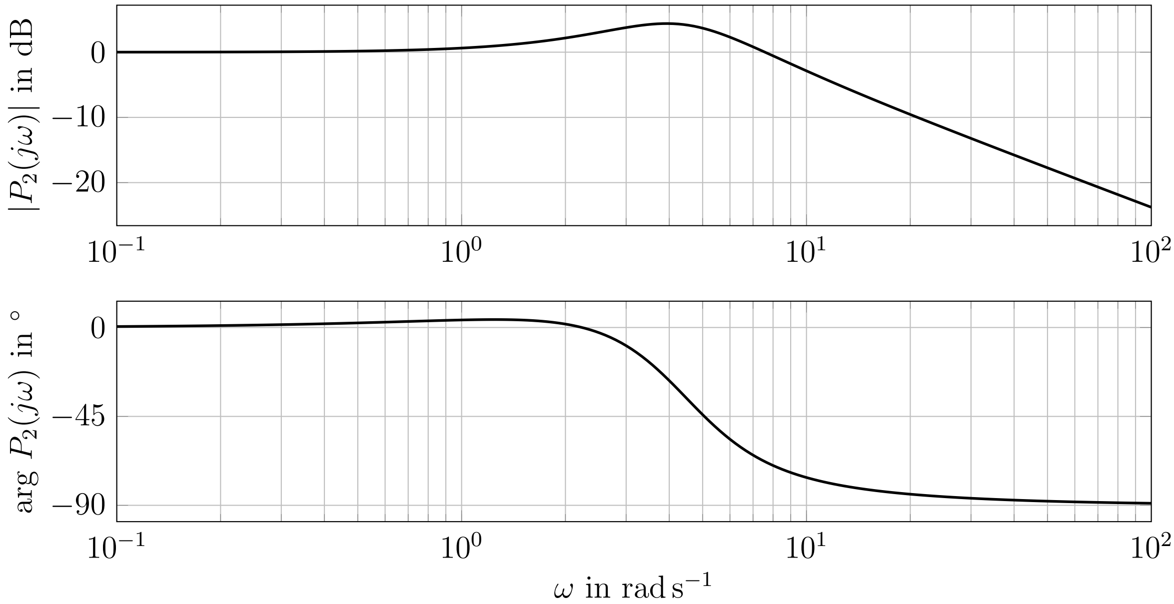
Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} \stackrel{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$
$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Die mittels eines Proportionalreglers stabilisierte Strecke $P(s)$ aus Aufgabe 1 soll nun um einen weiteren Regler $R(s)$ erweitert werden:



Dabei stellt $P_2(s)$ die Übertragungsfunktion $P_2(s) = L(j\omega)/[1 + L(j\omega)]$ dar. Diese wurde nocheinmal vermessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Zunächst gelte $R(s) = 1$. Als Führungsgröße wird $r(t) = 2 + (2 + \sqrt{2})\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t. *Hinweis:* $3\,\mathrm{dB} \mathrel{\hat{=}} \sqrt{2}$

b) Der geschlossene Regelkreis soll für $r(t) = \sigma(t)$ stationär genau sein $\lim_{t\to\infty} y(t) = r(t)$ und eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} = 0{,}3\,\mathrm{s}$ besitzen. Ein Überschwingen soll so gut wie möglich vermieden werden. Wählen Sie eine der folgenden zwei Reglerstrukturen

$$\text{(i)} \quad R(s) = K\frac{\frac{s}{\omega_\mathrm{Z}} + 1}{\frac{s}{\omega_\mathrm{N}} + 1} \qquad\qquad \text{(ii)} \quad R(s) = K\frac{1}{s}\frac{\frac{s}{\omega_\mathrm{Z}} + 1}{\frac{s}{\omega_\mathrm{N}} + 1}.$$

und dimensionieren Sie den Regler $R(s)$ mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens nachvollziehbar so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt sind.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 3:

Leider lässt der in Aufgabe 2 entworfene Regler zu wünschen übrig. Daher soll für die betrachtete Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s}\frac{s+3}{s-2}$$

ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$ entworfen werden, wobei $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert eines noch zu definierenden Zustandsvektors $\mathbf{x}$ symbolisiert und der Vektor $\mathbf{k}$ sowie die skalare Größe V reelle Parameter darstellen.

a) Entwickeln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

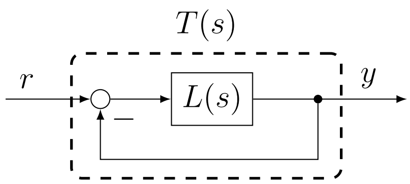
für die Strecke $P(s)$.

b) Dimensionieren Sie die Parameter $\mathbf{k}$ und V des Zustandsreglers $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass der geschlossene Regelkreis die Übertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathrm{AW}=0} = \frac{5}{s+5}$$

besitzt.

c) Fassen Sie die obige Übertragungsfunktion $T(s)$ als Ergebnis einer Rückkopplung einer *fiktiven* Übertragungsfunktion $L(s)$ auf:



Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $L(s)$. Wie groß sind laut dem Frequenzkennlinienverfahren die Anstiegszeit t_r sowie die Überschwingweite M_p des geschlossenen Regelkreises näherungsweise?

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right)$$

eingesetzt werden. Dimensionieren Sie den reellen Parameter $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Fehlerdynamik bei $\zeta_1 = -3$ und $\zeta_2 = -5$ zu liegen kommen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 30.01.2015

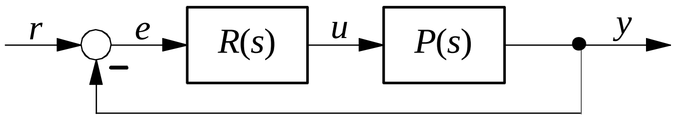
Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

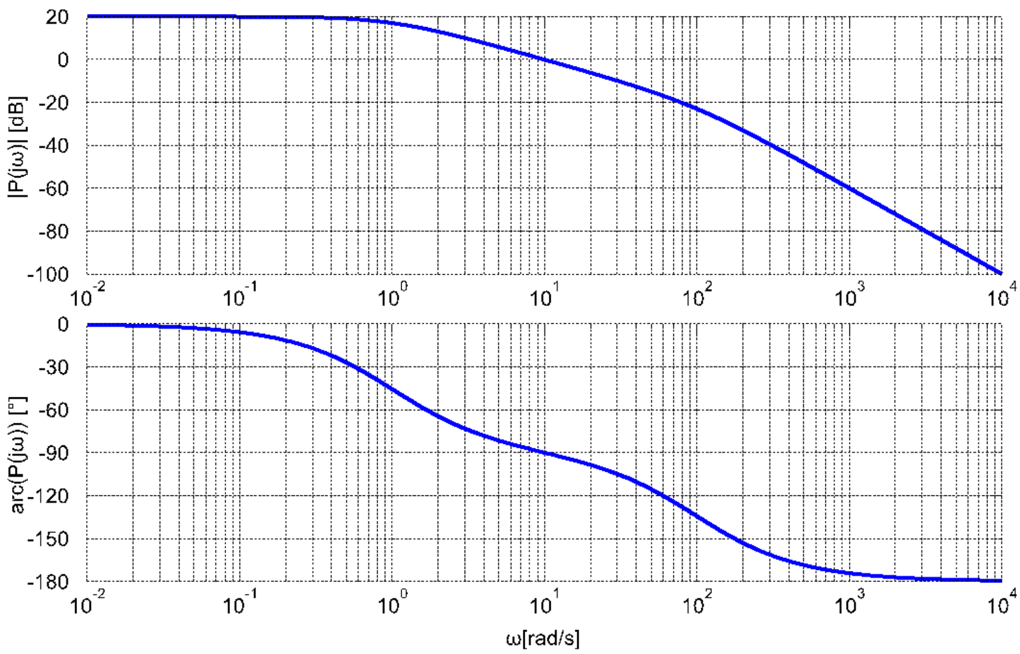
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	
erreichbare Punkte	6	6	7	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s)=1$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r, das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

b) Als nächstes wird ein Regler der Form $R(s)=K/s$ verwendet (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=25\%$ aufweist. Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞?

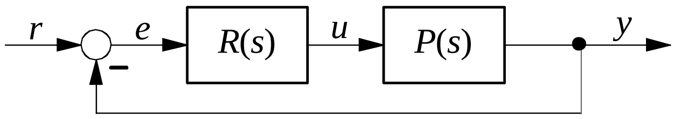
c) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun (bei gleichbleibender Regelabweichung e_∞) eine Anstiegszeit von $t_r=0.15s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=28\%$ aufweisen. Dafür wird der Regler aus Aufgabe b) um ein Lead-Glied erweitert:

$$R(s)=\frac{V}{s}\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}.$$

Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor V.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max}=\arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke besitzt folgende Struktur:

$$P(s) = \frac{2(1-s)}{s^2+2s+1}.$$

Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt.

a) Zeichnen Sie die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega < \infty$.
b) Geben Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse an.
c) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\left[1+L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei folgendes lineare zeitinvariante System (Regelstrecke) mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ist das System steuerbar bzw. beobachtbar? *Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*
b) Ermitteln Sie einen Zustandsregler der Form
$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x},$$
sodass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -2$ und $s_2 = -3$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}}.$$

Für die Ermittlung von $\hat{\mathbf{x}}$ wird folgender asymptotischer Zustandsbeobachter verwendet:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right).$$

Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

Für die Systemparameter gilt

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . \\ . & 1 & -6 & . \\ -3 & . & 1 & 3 \\ . & 9 & . & -12 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \bar{\mathbf{c}}^T = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . \end{bmatrix},$$

wobei einige Elemente dieser Systemparameter verloren gegangen sind.

c) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente von $\bar{\mathbf{A}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

d) Ermitteln Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix der Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. *Wurden diese sinnvoll gewählt?*

e) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\bar{\mathbf{A}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 17.04.2015

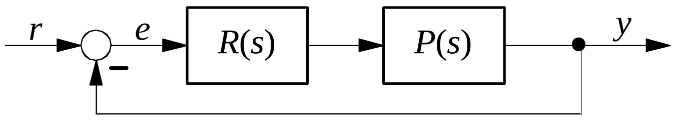
Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

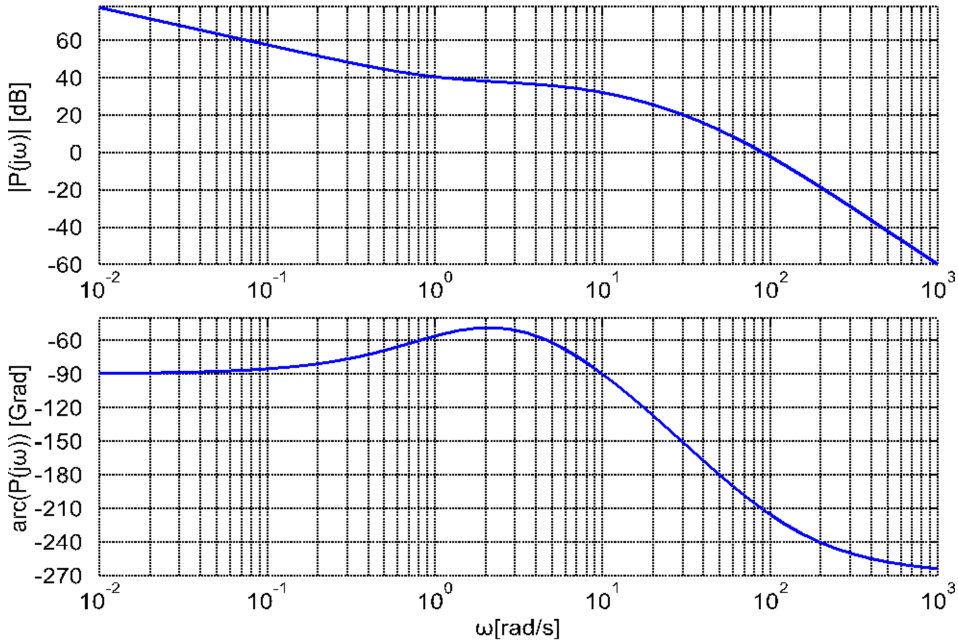
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	5	4	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s) = K$ verwendet (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 40\%$ aufweist. Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die bleibende Regelabweichung e_∞?

b) Bestimmen Sie für den Regelkreis mit dem Regler aus Aufgabe a) die bleibende Regelabweichung e_∞ (näherungsweise), wenn als Führungsgröße r eine Rampenfunktion $r(\mathrm{t}) = t \cdot \sigma(\mathrm{t})$ verwendet wird.

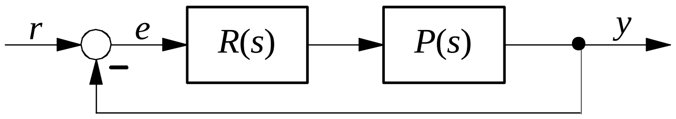
c) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun eine Anstiegszeit von $t_r = 1/60$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 45\%$ aufweisen. Dafür wird folgende Regler-Übertragungsfunktion verwendet:

$$R(s) = K\left(\frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N}\right).$$

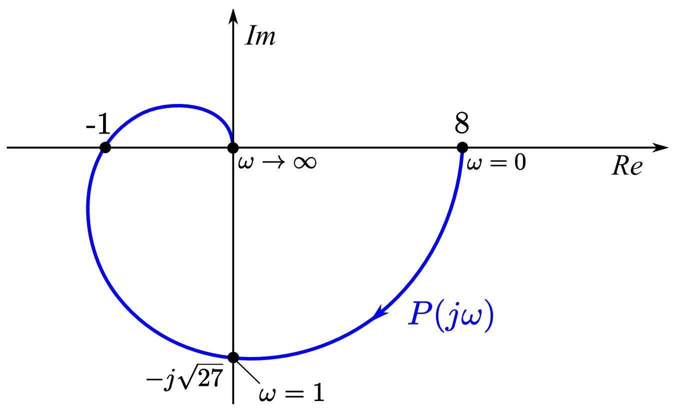
Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor K.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	50°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der **BIBO-stabilen** Strecke $P(s)$ ist in Form einer Ortskurve gegeben:



a) Zunächst wird als Regler $R(s) = K$ (mit dem reellen Parameter K) gewählt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Nun wird ein integrierender Regler $R(s) = \frac{K}{s}$ (mit dem reellen Parameter K) gewählt. Zeichnen Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega)$ für $K = 1$ und bestimmen Sie die Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K des integrierenden Reglers aus Aufgabe b), für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei das System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ist das System steuerbar? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*
b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{4}{s+1}$$

lautet.

Aufgabe 4:
Gegeben sei das System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Es sei bekannt, dass ein Eigenwert des Systems bei $s = 1$ liegt.

a) Ist das System beobachtbar? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*
b) Ist das System steuerbar? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*
HINWEIS: Betrachten Sie die Übertragungsfunktion des Systems.
c) Zur Schätzung des Zustandsvektors $\mathbf{x}$ wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet. Bestimmen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{123} = -1$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 18.05.2015

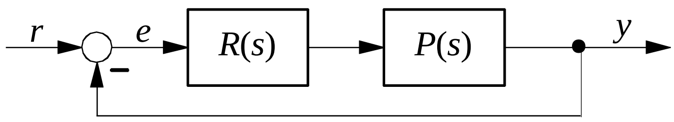
Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

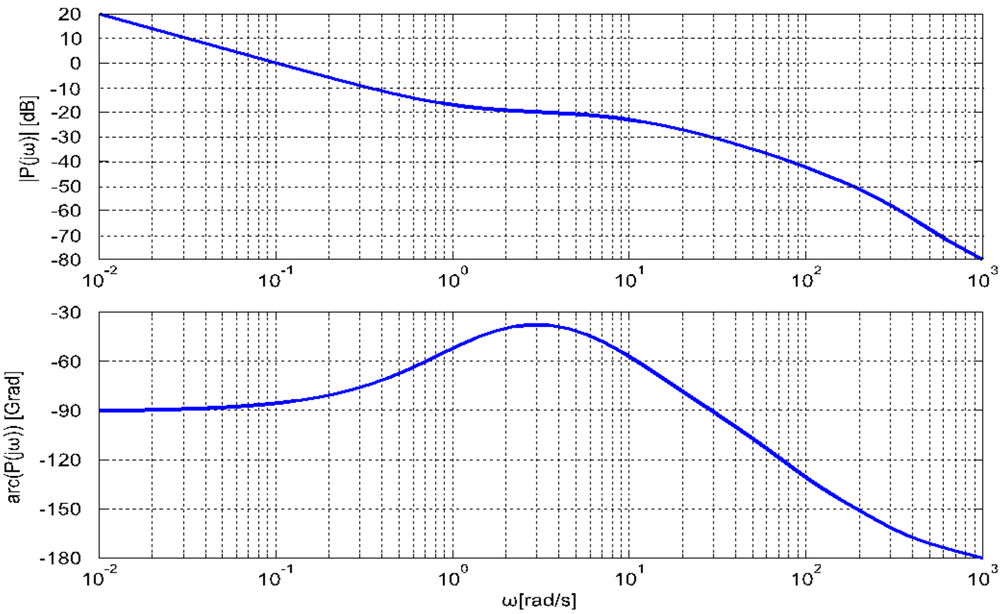
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	5	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Zur Regelung der Strecke stehen zunächst zwei Regler zur Wahl:
(i) $R(s)=1$ (ii) $R(s)=10000$.
Können prinzipiell beide Regler eingesetzt werden? *Begründen Sie ihre Antwort!*

b) Wählen Sie aus Aufgabe a) einen einsetzbaren Regler und bestimmen Sie die Anstiegszeit t_r sowie die zu erwartende bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des Regelkreises.

c) Es wird nun ein Regler der Form $R(s)=K$ vorgeschlagen (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie den Regler so, dass für die rampenförmige Führungsgröße $r(\mathrm{t})=t\cdot\sigma(\mathrm{t})$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty=0.1$ beträgt.

d) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun eine Anstiegszeit von $t_r=3/400s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=10\%$ aufweisen. Dafür wird folgende Regler-Übertragungsfunktion verwendet:

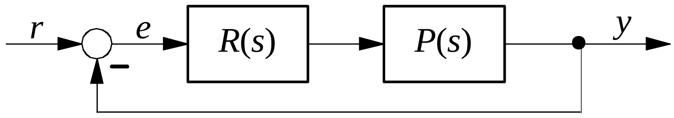
$$R(s)=K\left(\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}\right).$$

Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor K.

(Die Tabelle für die Auslegung des Reglers befindet sich auf der nächsten Seite)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	50°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	10	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist in Form einer Übertragungsfunktion gegeben:

$$P(s) = \frac{4}{(s+1)(s+4)}.$$

a) Damit der bleibende Regelfehler der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ verschwindet ($e_\infty = 0$) stehen zwei verschiedene Regler zur Auswahl:

(i) $R(s) = K$ (ii) $R(s) = \frac{K}{s}$

Wählen Sie einen der beiden Regler und *begründen* Sie Ihre Wahl!

b) Skizzieren Sie mit dem in Aufgabe a) gewählten Regler die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega) = R(j\omega)P(j\omega)$ für $K = 1$ und berechnen Sie die exakten Werte aller Schnittpunkte dieser Ortskurve mit der reellen Achse.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\cdot\sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K.

Hinweis: $\Delta\operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Ist die Regelstrecke steuerbar bzw. beobachtbar? *Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*

b) Zur Regelung wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verwendet . Geben Sie allgemeine Bedingungen für die Elemente des Vektors $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}^T$ so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den gefundenen „Stabilitätsbereich“ in der $k_1 - k_2$ Ebene graphisch dar.

c) Bestimmen Sie die Parameter k_1 und k_2 für den Regler aus Aufgabe b) so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_{1,2} = -2$ liegen.

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, muss für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden, d.h. $u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}}$. Dafür wird ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet. Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 26.06.2015

Name / Vorname(n):

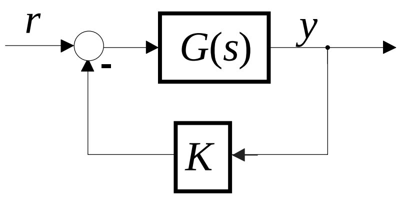
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	5	4	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist K ein *beliebiger* reeller Parameter, für die Übertragungsfunktion $G(s)$ gilt:

$$G(s) = \frac{2}{s(s+1)^2}$$

a) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Ortskurve von $G(j\omega)$ für $\omega \geq 0$. Geben Sie die Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $G(j\omega)$ mit der reellen Achse an.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquist* - Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h. $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $y_\infty = f(K)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\sqrt{2}}{s^2 + s + \sqrt{2}}$$

a) Geben Sie einen Standardregelkreis an, der $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion besitzt.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die Anstiegszeit und die Überschwingweite der Sprungantwort von $T(s)$. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Sprungantwort.

Hinweis: Verwenden Sie die dem Frequenzkennlinien zugrunde liegenden Faustformeln.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , welches folgende Übertragungsfunktion besitzt:

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2 - 2s + 1}$$

a) Geben Sie für obige Regelstrecke ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

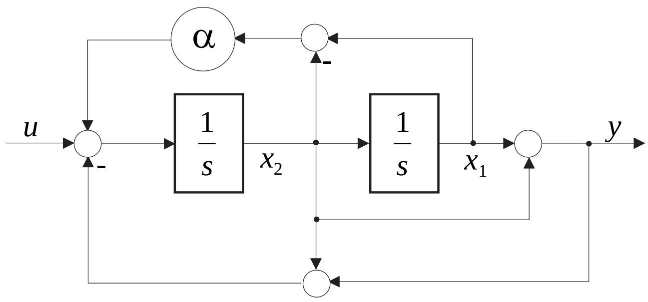
in erster Normalform (ĂSteuerbarkeits-Normalformñ) an.

b) Ermitteln Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass für die Führungsübertragungsfunktion gilt:

$$T(s) = \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{1}{s+1}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Strukturbild einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



(α sei hierbei ein reeller Parameter)

a) Stellen Sie dazu ein mathematisches Modell der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$ auf.
Wählen Sie hierbei die eingezeichneten Zustandsgrößen x_1 und x_2 .

b) Für welche Werte von α ist das System beobachtbar?

c) Zur Schätzung der Zustandsvariablen wird ein (asymptotischer) Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}\,(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

herangezogen. Ermitteln Sie für den Fall $\alpha = 1$ den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -3$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 24.09.2015

Name / Vorname(n):

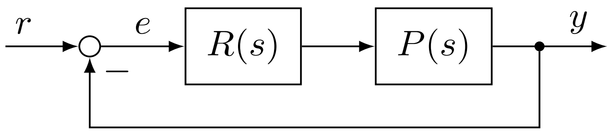
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

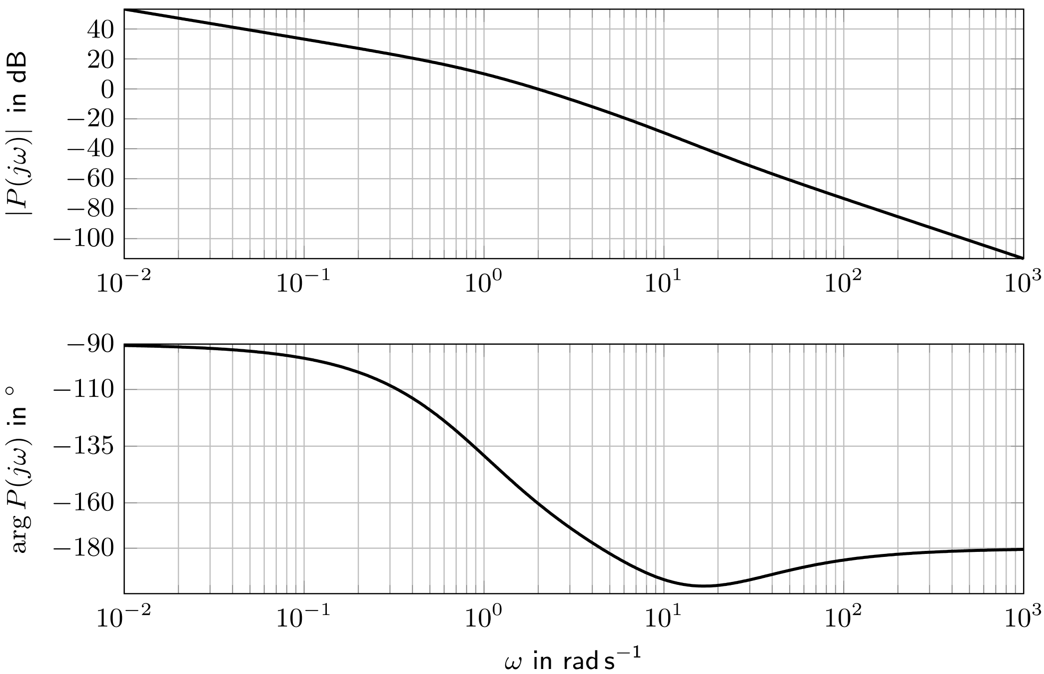
	1	2	3	
erreichbare Punkte	5	7	7	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße *r*, dem Regelfehler *e* und der Ausgangsgröße *y*:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s)=1$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r, das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

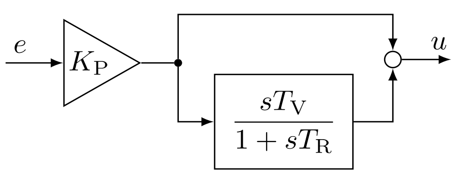
b) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun eine Anstiegszeit von $t_r = 0.75s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 13\%$ aufweisen. Dafür wird folgende Regler-Übertragungsfunktion verwendet:

$$R(s) = K\left(\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}\right).$$

Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor K.

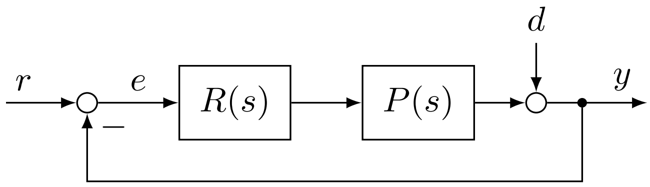
(Die Tabelle für die Auslegung des Reglers befindet sich auf der nächsten Seite)

c) Die unter Punkt b) ermittelte Regler-Übertragungsfunktion $R(s)$ kann auch als PD-Regler interpretiert werden. Bestimmen Sie die Parameter K_P, T_V und T_R eines *realisierbaren* PD-Reglers, dessen Struktur in nebenstehender Abbildung ersichtlich ist.



m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße *r*, dem Regelfehler *e*, der Ausgangsgröße *y* und der Störgröße *d*:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $P(s) = \frac{8}{s\left(s+2\right)^2}$

a) Ein Kunde fordert von Ihnen einen Regler, der die Führungsübertragungsfunktion

$$T\left(s\right) = \left.\frac{\bar{y}\left(s\right)}{\bar{r}\left(s\right)}\right|_{AW=\mathbf{0}} = 1$$

erfüllt, da er gehört hat, dass sich das positiv auf die Störübertragungsfunktion *S(s)* von $d \rightarrow y$ auswirkt. Wie lautet in diesem Fall *S(s)* für den oben skizzierten Standardregelkreis? Begründen Sie, warum die Wahl $T\left(s\right)=1$ für die konkrete gegebene Regelstrecke *P(s)* nicht realisierbar ist.

b) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Ortskurve von $P(j\omega)$ für $\omega \geq 0$. Geben Sie die Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse an.

c) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (*K* ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird $r\left(t\right)=1+3\cos\left(t\right)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte von *t* die die eingeschwungene Lösung *y(t)* für folgende Fälle:

i) $K = \frac{1}{2}$ ii) $K = \frac{5}{2}$

Hinweis: $\Delta arc\left[1+L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei das System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr$$

verwendet.

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter k_1 und k_2 an, damit der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den zulässigen Bereich graphisch in der k_1 - k_2 -Ebene dar.

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{k}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

c) Dimensionieren Sie nun den Parameter V so, dass der Regelkreis *stationär genau* ist, dass also für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1\,.$$

d) Ist die Strecke *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

e) Ist der geschlossene Regelkreis, bestehend aus Regelstrecke und Zustandsregler, *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

f) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right)$$

verwendet. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert des Zustandsvektors $\mathbf{x}$. Bestimmen Sie den Vektor $\mathbf{l}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -1$ liegen.