# Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 23.01.2014

Name / Vorname(n):

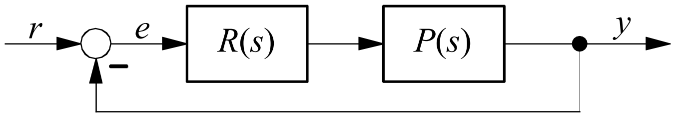
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

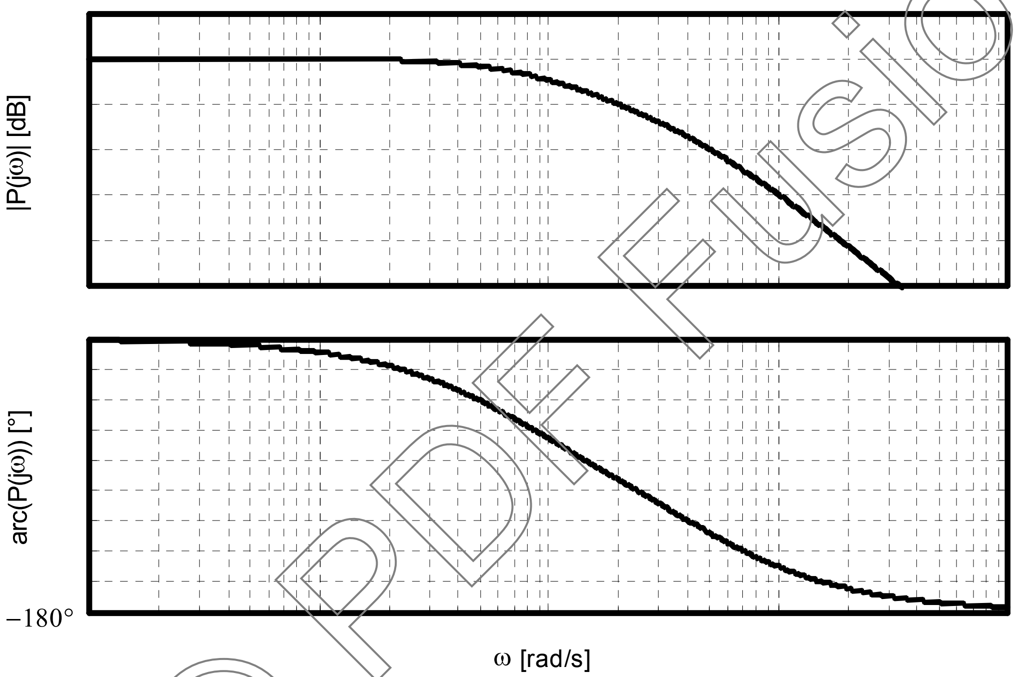
| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 7 | 6 | 6 |
| erreichte Punkte | | | |

## Aufgabe 1:

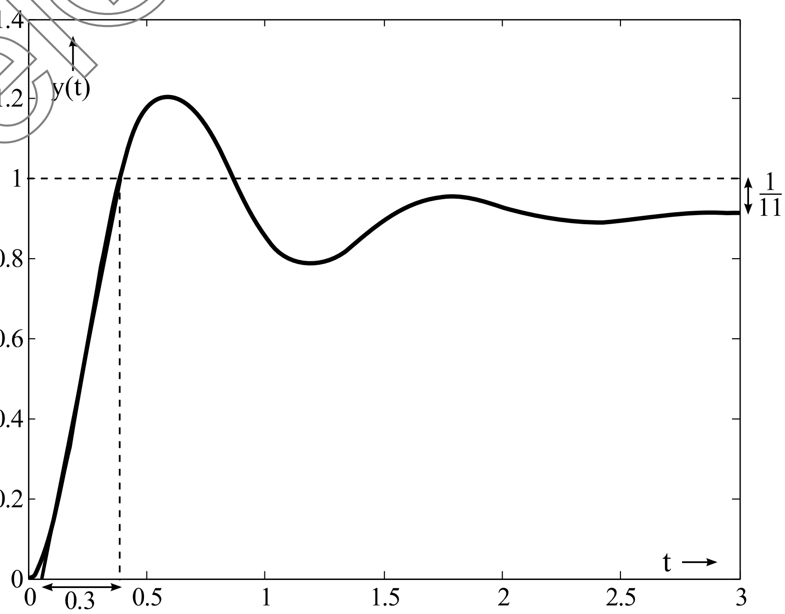
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Regelstrecke **zweiter Ordnung** mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor. Allerdings wurde auf die Beschriftung der Achsen vergessen:




Dafür liegt eine Aufzeichnung der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises für $R(s) = 1$ vor:



a) Bestimmen Sie näherungsweise die Durchtrittsfrequenz $\omega_C$, die Phasenreserve $\phi_R$ sowie den Verstärkungsfaktor $V$. Beschriften Sie die Achsen entsprechend.

b) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt ($K$ sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des Regelkreises $T(s)$ näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.15s$ aufweist. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$?

c) Durch den Einsatz eines lead-Gliedes mit Verstärkungsfaktor gemäß

$$R(s) = K\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}$$

soll das Überschwingen bei gleicher Anstiegszeit auf ungefähr 3% reduziert werden. Bestimmen Sie die Knickfrequenzen $\omega_Z$ und $\omega_N$ sowie den neuen Proportionalanteil $K$.

| $m$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$ | 19° | 30° | 37° | 42° | 46° | 51° | 55° |
| $\lvert m\rvert_{dB}$ | 6 | 9.5 | 12 | 14 | 15.5 | 18 | 20 |

## Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ sowie der Ausgangsgröße $y$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} -3 & 9 & 27 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad =: \quad \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\mathbf{x} \quad =: \quad \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

Ein Eigenwert der Systemmatrix $\mathbf{A}$ ist bekannt: $s_1 = 3$.

a) Ermitteln Sie zunächst ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{pmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass alle Eigenwerte des Regelkreises bei $s_{1,2,3} = -1$ liegen.

b) Dimensionieren Sie nun den Parameter $V$ so, dass der Regelkreis *stationär genau* ist, dass also für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1.$$

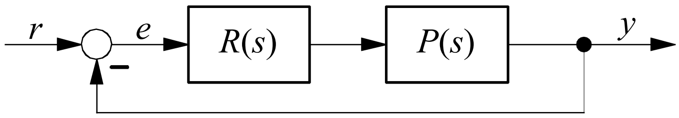
c) Ist die Strecke *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Ist der geschlossene Regelkreis *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

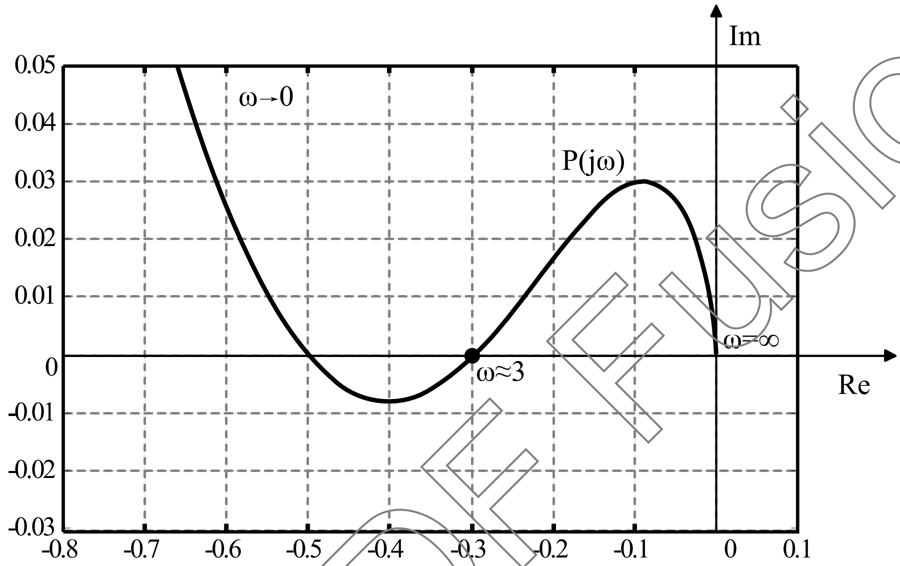
*Hinweis:* Es müssen *weder* $3\times3$ - Matrizen invertiert *noch* Gleichungen dritten Grades gelöst werden.

## Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:




a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

(i) $P(s) = -\dfrac{40}{s(s+6)^2}$  (ii) $P(s) = -\dfrac{40}{s}$

(iii) $P(s) = \dfrac{40(s+1)}{s(s-1)(s+6)^2}$  (iv) $P(s) = \dfrac{40}{s^3}$

Wählen Sie eine passende Übertragungsfunktion und beantworten Sie folgende Fragen:

b) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt ($K$ sei hierbei ein reeller, positiver Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = 0.1\cos(3t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte $t \gg$ näherungsweise den Regelfehler $e(t)$ für die Fälle:

(i) $K = 1$  (ii) $K = 3$

*Hinweis:* $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

# Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 19.03.2014

Name / Vorname(n):

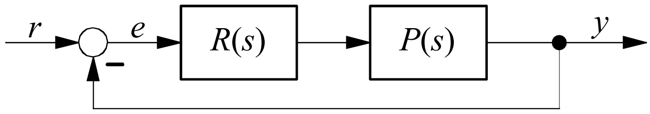
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

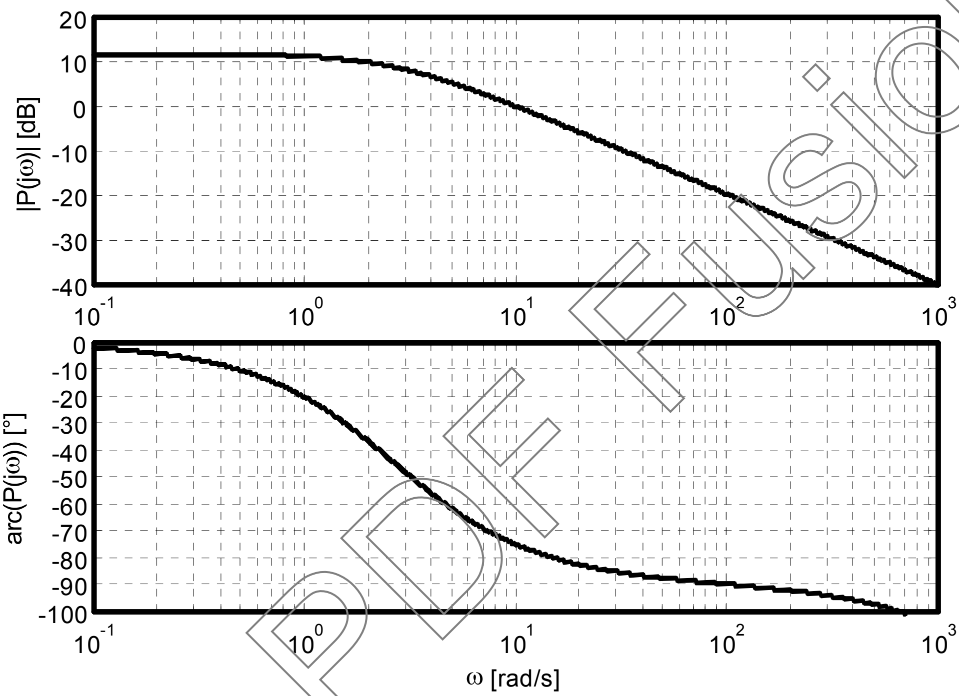
| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 6 | 7 | 6 |
| erreichte Punkte | | | |

## Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:




a) Zunächst soll ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter $K$) so entworfen werden, dass die Anstiegszeit $t_r$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $0.15\,\mathrm{s}$ beträgt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ ?

b) Ermitteln Sie für den unter a) dimensionierten Regler und der Führungsgröße $r(t) = 2 + 3\sin(100t)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

c) Bei der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll bei gleicher Anstiegszeit $t_r$ und gleicher bleibender Regelabweichung $e_\infty$ das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ gegenüber a) auf ca. ein Drittel reduziert werden. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. **Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!**

| $m$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$ | 19° | 30° | 37° | 42° | 46° | 51° | 55° |
| $\lvert m\rvert_{dB}$ | 6 | 9.5 | 12 | 14 | 15.5 | 18 | 20 |

## Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, der Ausgangsgröße $y$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u,$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler folgender Form verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr,$$

wobei $V$ ein positiver, reeller Parameter ist. Mit $r$ symbolisieren wir die Führungsgröße.

Der Regler soll so dimensioniert werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises bei verschwindenden Anfangswerten $\mathbf{x}(t=0) = \mathbf{0}$ folgenden Verlauf annimmt:

$$r(t) = \sigma(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = 1 - e^{-3t}.$$

a) Bestimmen Sie die Lage der Eigenwerte $\lambda_1$ und $\lambda_2$ des geschlossenen Regelkreises sowie den Parameter $V$, damit obige Forderung erfüllt wird. *(Hinweis: Betrachten Sie die Forderung im Frequenzbereich. Gibt es Kürzungen zu beachten?)*

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems die gewünschten Werte $\lambda_1$ und $\lambda_2$ annehmen.

c) Kann *allgemein* stets ein Wert für den Parameter $V$ gefunden werden, so dass der geschlossene Regelkreis stationär genau ist, d.h. $r(t) = \sigma(t) \quad \Rightarrow \quad \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr.$$

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

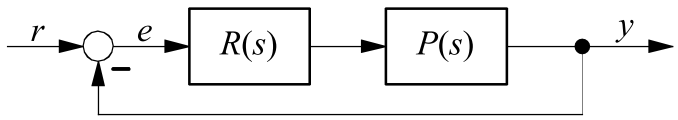
$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet.

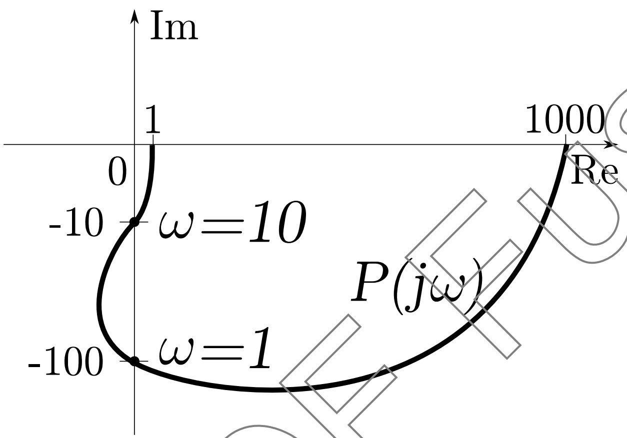
d) Kann prinzipiell die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so gewählt werden, dass die Systemmatrix der Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\varsigma_{1,2} = -3$ besitzt? (*Geben Sie eine mathematische Begründung!*)
Falls ja, berechnen Sie den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$.

## Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Übertragungsfunktion der Strecke $P(s)$ besitzt ausschließlich Pole mit negativem Realteil. Ihre Ortskurve $P(j\omega)$ liegt für $0 \le \omega < \infty$ skizzenhaft vor:




Um die Regelabweichung der Sprungantwort zu null zu machen, wird als Regler ein **Integralregler** $R(s) = K/s$ eingesetzt ($K$ ist ein positiver, reeller Parameter).

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Regelkreises $L(s) = R(s)P(s)$ für $K = 1$. Bestimmen Sie insbesondere die Schnittpunkte mit der reellen Achse sowie den Anfangs- und Endpunkt der Kurve.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die **Rampen**funktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim_{t\to\infty} e(t)$ für

i. $K = \dfrac{1}{2}$  ii. $K = \dfrac{1}{1000}$

*Hinweis:* $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

# Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 10.07.2014

Name / Vorname(n):

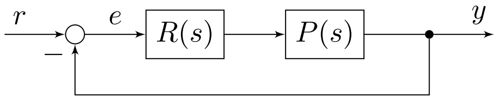
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den Matlab-Übungen: ◯ ja ◯ nein

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 7 | 6 | 6 |
| erreichte Punkte | | | |

**Aufgabe 1:**

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{50}\frac{s+100}{(s+1)^2}.$$

a) Skizzieren Sie die BODE-Diagramme des Frequenzgangs der Strecke $P(j\omega)$.

b) Als Regler wird zunächst der Proportionalregler $R(s) = 1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit $t_\mathrm{r}$ und Überschwingweite $M_\mathrm{p}$ der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

c) Um die bleibende Regelabweichung zu eliminieren ersetzt man den Proportionalregler durch einen PI-Regler

$$R(s) = K\frac{1}{s}\left(1 + \frac{s}{\omega_0}\right)$$

mit den positiven reellen Parametern $K$ und $\omega_0$. Dimensionieren Sie diesen Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 1{,}5\,\mathrm{s}$ und ein prozentuales Überschwingen von $7\,\%$ aufweist.
*Hinweis:* Nutzen Sie dazu gegebenenfalls die untenstehende Tabelle oder alternativ Logarithmuspapier und Phasenlineal.

d) Aus Sicherheitsgründen muss bei Vorgabe der *rampenförmigen* Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung

$$|e_\infty| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

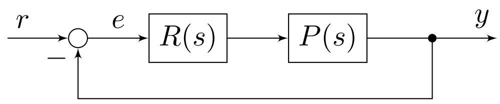
erfüllen. Passen Sie die Parameter des Reglers aus dem vorigen Punkt so an, dass diese Forderung *bei gleichbleibender Anstiegszeit* $t_\mathrm{r}$ erfüllt wird. Wie groß ist näherungsweise die Überschwingweite $M_\mathrm{p}$ der *Sprungantwort* des geschlossenen Kreises bei Einsatz des derart modifizierten Reglers?

| $x$ | 1,5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\arctan x$ | 56° | 63° | 72° | 76° | 79° | 81° | 82° | 83° | 84° |
| $\lvert x\rvert_{\mathrm{dB}}$ | 3,5 | 6 | 9,5 | 12 | 14 | 15,5 | 17 | 18 | 19 |

*Hinweis*: $\arctan\frac{1}{x} = 90° - \arctan x$ (für $x > 0$)

**Aufgabe 2:**

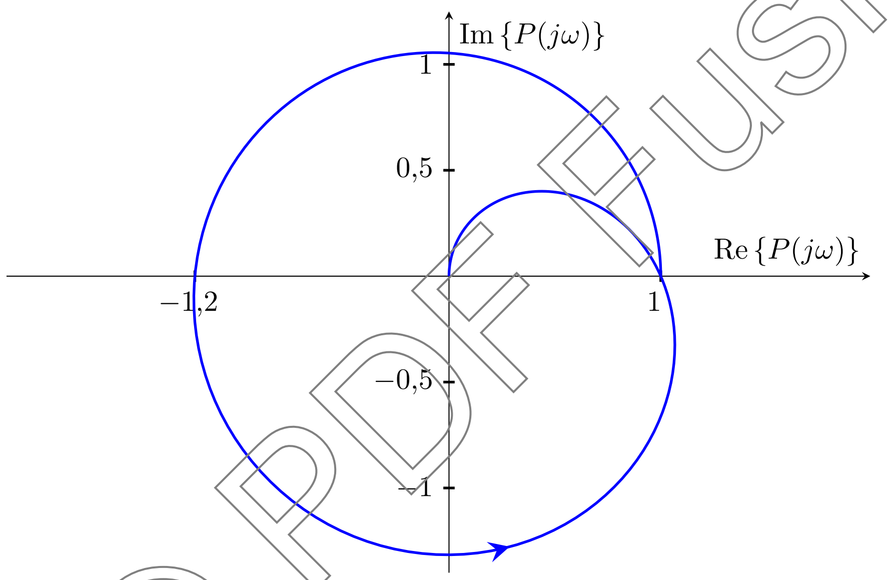
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Dabei ist $K$ ein (nicht notwendigerweise positiver) reeller Parameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{-6(s+1)^2}{(s-1)(s-3)(s+\alpha)}$$

wobei $\alpha$ ein unbekannter reeller Parameter ist. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:




a) Ermitteln Sie den Parameter $\alpha$.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 7\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie für die Fälle

$$\text{i) } K = 5, \quad \text{ii) } K = -5$$

den Verlauf der Regelabweichung $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

*Hinweis:* $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$
$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

**Aufgabe 3:**

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße $y$ gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \frac{5}{4} r.$$

a) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{h}$ so, dass die Systemmatrix des geregelten Systems das konjugiert komplexe Eigenwertpaar $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ aufweist.

b) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} \{r(t) - y(t)\}.$$

c) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebligen Anfangswert $\mathbf{e}(t = 0)$ für $t \to \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

# Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 25.09.2014

Name / Vorname(n):

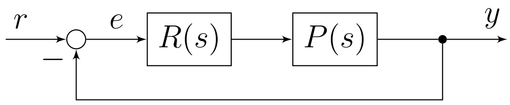
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ○ ja ○ nein

| | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 6 | 6 | 7 |
| erreichte Punkte | | | |

**Aufgabe 1:**

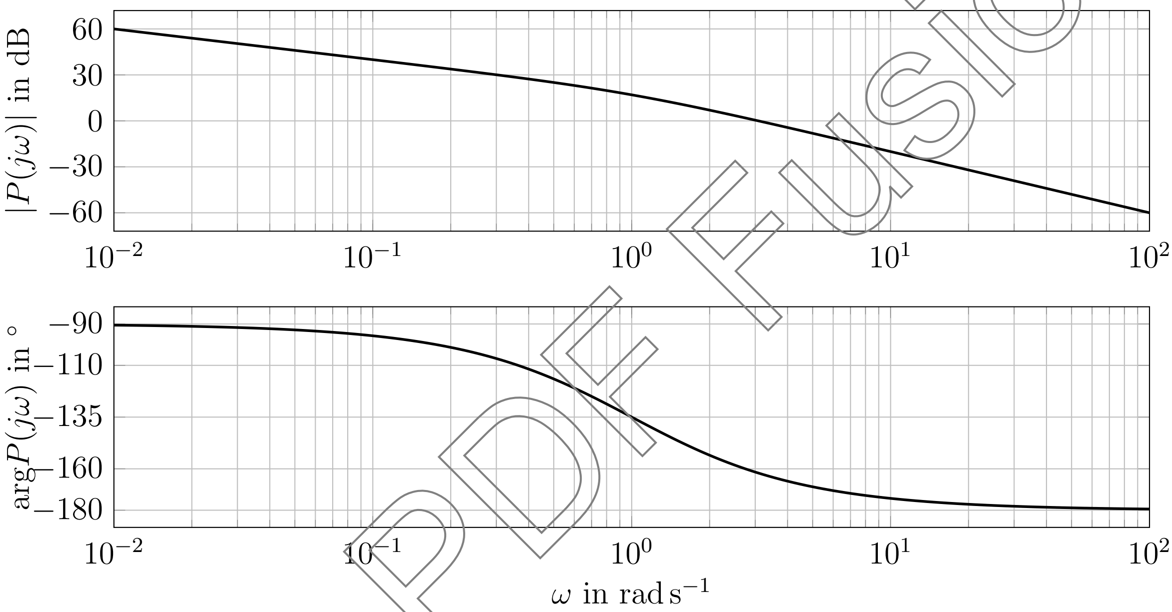
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße $r$, der Regelabweichung $e$ und der Ausgangsgröße $y$:




Die Regelstrecke besitzt eine Übertragungsfunktion der Form:

$$P(s) = \frac{V}{s(sT+1)}$$

Hierbei sind $V$ und $T$ positive, reelle Parameter. Der Frequenzgang obiger Strecke wurde aufgezeichnet:




a) Bestimmen Sie die Werte der Parameter $V$ und $T$.

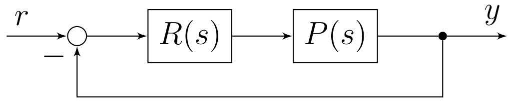
b) Ermitteln Sie näherungsweise das prozentuale Überschwingen ü und die Anstiegszeit $t_\mathrm{r}$ der **Sprung**antwort des geschlossenen Regelkreises, wenn die Übertragungsfunktion des Reglers mit $R(s) = 1$ angenommen wird. Wie groß fällt die bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim_{t\to\infty} e(t)$ bei einer **rampen**förmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ aus?

c) Gesucht ist nun ein Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$, welcher bei gleichbleibender Anstiegszeit das prozentuale Überschwingen auf ü $= 13\,\%$ reduziert. Dimensionieren Sie diesen auf nachvollziehbarer Weise näherungsweise.

| $m$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$ | 19° | 30° | 37° | 42° | 46° | 51° | 55° |
| $\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$ | 6 | 9,5 | 12 | 14 | 15,5 | 18 | 20 |

**Aufgabe 2:**

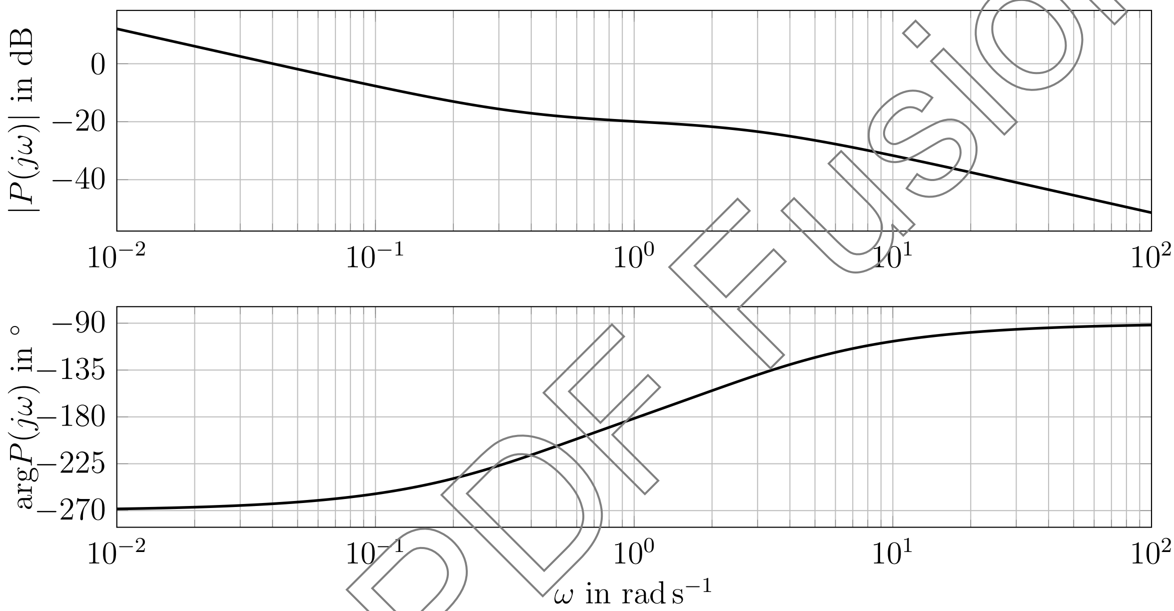
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße $r$ und der Ausgangsgröße $y$:




Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s(s-a)}$$

mit den positiven, reellen Koeffizienten $a$, $b_0$ und $b_1$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:




a) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ?

b) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$.

c) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt ($K$ ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $K$, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird $r(t) = 1 + 2\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte $t$ für folgende Fälle:

$$\text{i) } K = 5, \quad \text{ii) } K = 15$$

*Hinweis:* $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

**Aufgabe 3:**

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße $u$, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße $y$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

Diese Strecke soll mit Hilfe eines Zustandsreglers der Form

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so geregelt werden, dass sie einer sinusförmigen Referenzgröße $r(t) = \sin(2t)$ stationär genau folgt, d.h. $y(t) \overset{!}{=} \sin(2t)$ für $t \gg$. Dazu soll eine der folgenden Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ implementiert werden:

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathrm{AW}=0} = \begin{cases} \text{(i)} & 1 \\ \text{(ii)} & \dfrac{5s+2}{s^2+5s+6} \\ \text{(iii)} & -2\dfrac{5s+2}{s(s-10)} \end{cases}$$

a) Wählend Sie eine der obigen Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$. *Begründen Sie Ihre Wahl mathematisch!*

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{h}$ sowie den Verstärkungsfaktor $V$ so, dass der geschlossene Regelkreis die gewählte Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung
$$e_\infty := \lim_{t\to\infty} \{r(t) - y(t)\}.$$

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter
$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$
vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebligen Anfangswert $\mathbf{e}(t=0)$ für $t \to \infty$ ab? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

e) Ist es bei dieser Strecke *prinzipiell* möglich, bei einem Beobachter der Form
$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right)$$
die Eigenwerte der Fehlerdynamik *beliebig* vorzugeben? *Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!*