Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 19.10.2012

Name / Vorname(n):

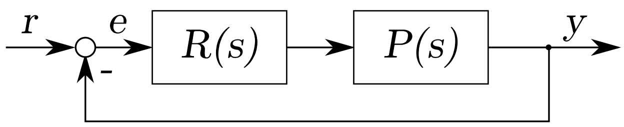
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	
erreichbare Punkte	6	6	7	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \frac{1}{10}\frac{(s+10)^2}{(s+1)^2}$.

a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die Durchtrittsfrequenz ω_C sowie die Phasenreserve φ_R des **offenen** Regelkreises. *(Hinweis: Vergleichen Sie die Strecke mit einem lead- / lag-Glied.)*

b) Kann daraus auf die Anstiegszeit t_r bzw. das prozentuale Überschwingen der Sprungantwort des **geschlossenen** Regelkreises geschlossen werden? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

c) Unzufrieden mit dem Proportionalregler ersetzt man diesen durch einen mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{K}{s}\left(\frac{s}{\omega_Z}+1\right)\left(\frac{s}{\omega_N}+1\right)^{-1}$$

mit den reellen Parametern K, ω_Z und ω_N.

Dimensionieren Sie diesen Regler so, dass die Durchtrittsfrequenz gegenüber Punkt a) nicht verändert wird. Das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ soll 35% betragen.

d) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises, wenn der in Punkt c) entworfene Regler verwendet wird?

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler folgender Form verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr\,,$$

wobei V ein positiver, reeller Parameter ist. Mit r symbolisieren wir die Führungsgröße.

Der Regler soll so dimensioniert werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises bei verschwindenden Anfangswerten $\mathbf{x}(t=0)=\mathbf{0}$ folgenden Verlauf annimmt:

$$r(t) = \sigma(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = 1 - e^{-4t}\,.$$

a) Bestimmen Sie die Lage der Eigenwerte λ_1 und λ_2 des geschlossenen Regelkreises sowie den Parameter V, damit obige Forderung erfüllt wird. *(Hinweis: Betrachten Sie die Forderung im Frequenzbereich.)*

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems die gewünschten Werte λ_1 und λ_2 annehmen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr\,.$$

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

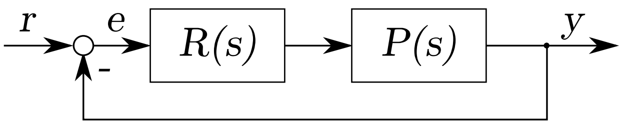
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet.

c) Kann prinzipiell die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so gewählt werden, dass die Systemmatrix der Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\varsigma_{1,2} = -4$ besitzt? (*Geben Sie eine mathematische Begründung!*)
Falls ja, berechnen Sie den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Führungsübertragungsfunktion des **geschlossenen** Regelkreises lautet:

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{AW=0} = \frac{K(s+6)^2}{s(s+1)^2 + K(s+6)^2}.$$

Hierbei ist K ein reeller Parameter.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $L(j\omega)$ des **offenen** Regelkreises $L(s) = R(s)P(s)$ für $K = 1$. Zeigen Sie, dass die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse bei $-\frac{3}{2}$ sowie -4 liegen.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t) + \sin(3t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t bei folgender Wahl des Parameters K:

$$(i) \quad K = \frac{1}{2}, \qquad\qquad (ii) \quad K = 1.$$

Hinweis: $\quad \Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 01.02.2013

Name / Vorname(n):

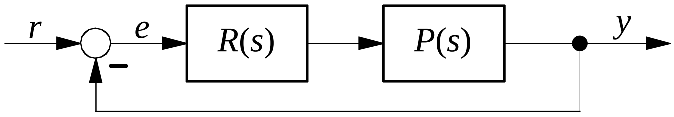
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

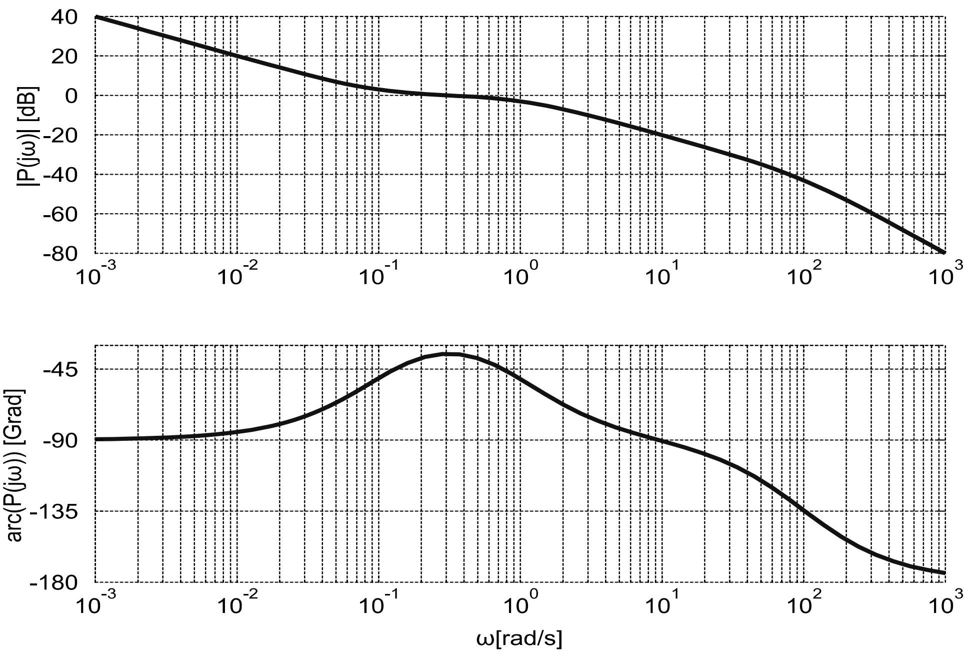
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es soll zunächst die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers ermittelt werden, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit $t_r = 0.015s$ besitzt und die bleibende Regelabweichung e_∞ verschwindet.
Zur Lösung dieser Aufgabe haben Sie die Auswahl zwischen zwei Reglern mit den reellen Parametern K und ω_1:

(i) $R(s) = K$ (ii) $R(s) = K\dfrac{(1+s/\omega_1)}{s}$

Wählen Sie einen Regler und begründen Sie Ihre Wahl!

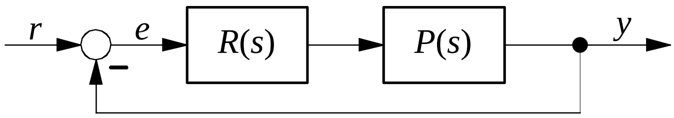
b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den unter Punkt a) ausgewählten Regler so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

c) Entwerfen Sie nun einen Regler, der bei gleicher Anstiegszeit t_r zu einem prozentualen Überschwingen von $\ddot{u} = 6\%$ führt. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

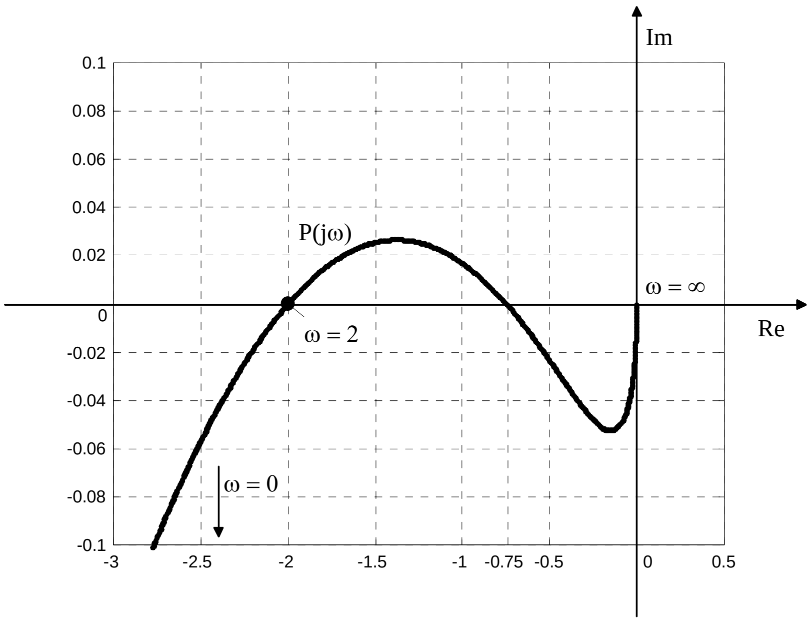
m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen gehört obige Ortskurve? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

(i) $P(s) = -\dfrac{(s+6)^2}{2s^2(s+1)}$ (ii) $P(s) = \dfrac{5(s+6)^2}{10s^2(s+1)}$

(iii) $P(s) = \dfrac{(s+6)}{s(s+1)}$ (iv) $P(s) = \dfrac{(s+6)^2}{2s(s+1)^2}$

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen, positiven Parameter K eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = -2\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie für „große" Werte des Zeitparameters t die Regelabweichung $e(t)$ für die Fälle

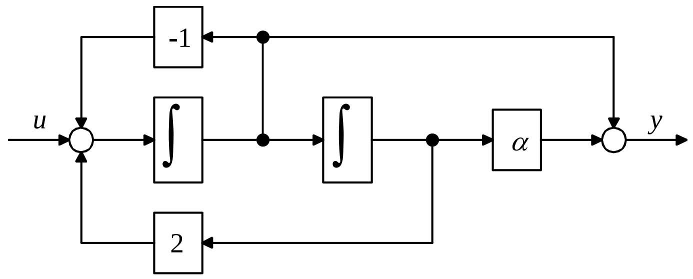
(i) $K = 1$ (ii) $K = 8$.

Hinweis: $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$.

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Strukturbild eines Systems (Regelstrecke) mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist α ein wählbarer, reeller Parameter.

a) Ermitteln Sie ein zugehöriges Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\,.$$

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x}$ so, dass alle Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_{1,2} = -1$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messtechnisch erfassbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}}$.

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

eingesetzt.

c) Geben Sie den Wertebereich des Parameters α an, für den die Verwendung eines Beobachters prinzipiell möglich ist!

d) Bestimmen Sie für den Wert $\alpha = 1$ die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}$ des Beobachters $\varsigma_{1,2} = -2 \pm j$ betragen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 22.03.2013

Name / Vorname(n):

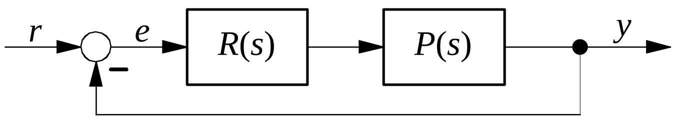
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

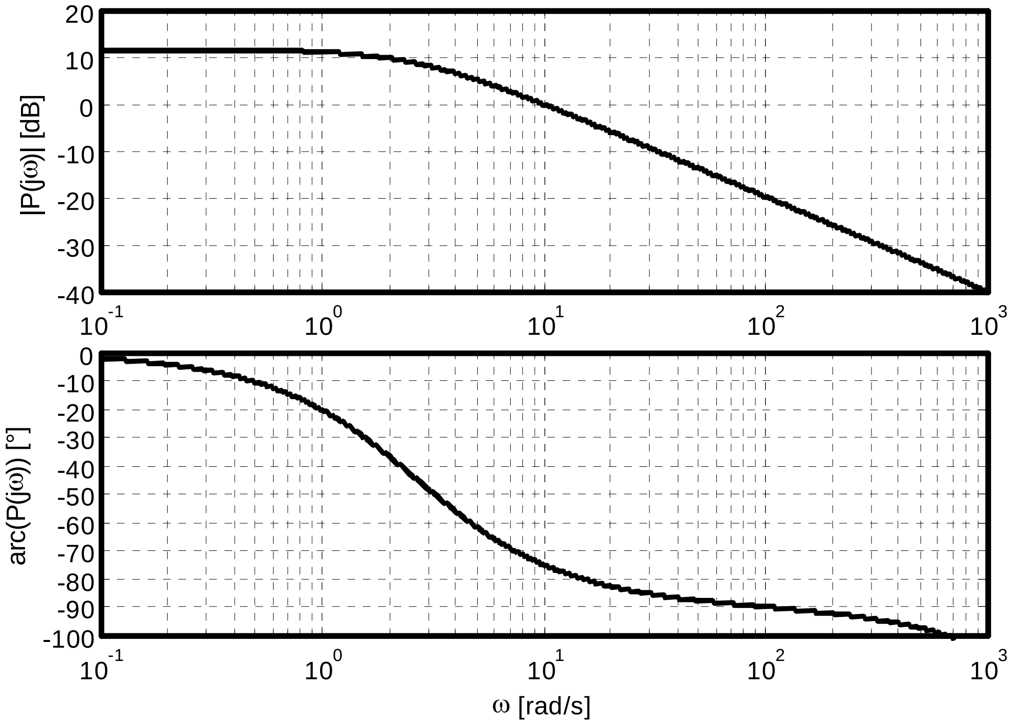
	1	2	3	
erreichbare Punkte	7	6	6	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



a) Zunächst soll ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter K) so entworfen werden, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $t_r = 0.15s$ beträgt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $ü$?

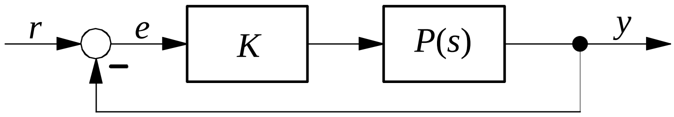
b) Ermitteln Sie für den unter a) dimensionierten Regler und der Führungsgröße $r(t) = 1 + 99\sin(100t)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

c) Bei der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll bei gleicher Anstiegszeit t_r und gleicher bleibender Regelabweichung e_∞ das prozentuale Überschwingen $ü$ gegenüber a) auf etwa ein Drittel reduziert werden. Wählen Sie in nachvollziehbarer Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!

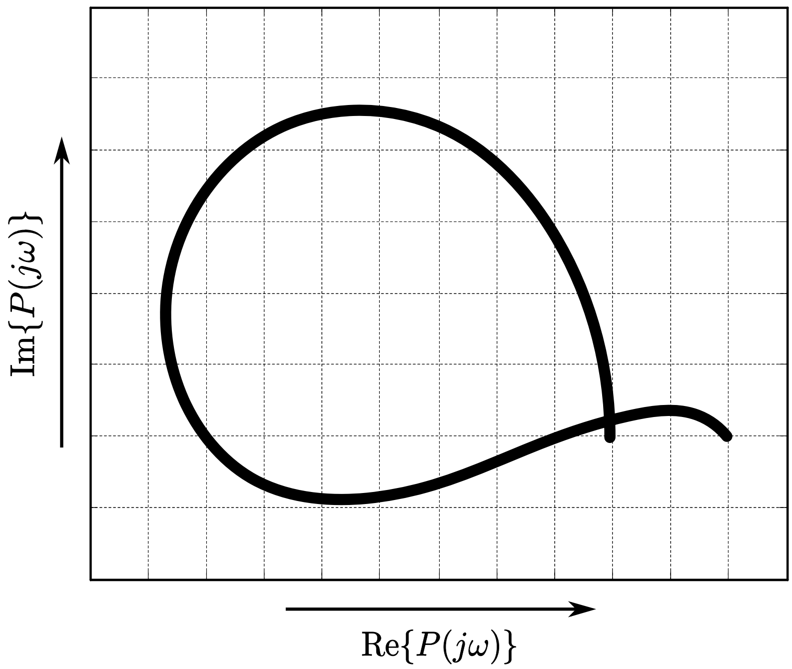
m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist K ein reeller Parameter.
Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke liegt für $0 \le \omega < \infty$ in maßstäblicher Form, aber ohne vollständige Beschriftung vor:



Folgendes ist bekannt:

- Die Strecke besitzt Tiefpasscharakter.
- Die Sprungantwort des Regelkreises weist für $K = 1$ eine bleibende Regelabweichung von $e_\infty = 2$ auf.

a) Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie anhand obiger Ortskurve den Wert der stetigen Winkeländerung $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\}$, für den BIBO-Stabilität vorliegt ($L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar).

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 3:

Ein Physiker erstellt für eine Strecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y sowie der Übertragungsfunktion $P(s)=\frac{10}{s^2+s}$ ein Zustandsraummodell mit folgender Struktur:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 \end{bmatrix}\mathbf{x}\end{aligned}.$$

a) Wie lauten die Werte der Parameter β_0, β_1 sowie α_0 und α_1? Geben Sie eine mathematische Begründung an.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u=-\mathbf{k}^T\mathbf{x}+Vr$ so, dass die Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises bei $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=-2$ liegen.

c) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises

$$T(s):=\left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{AW=0}$$

und wählen Sie V so, dass für die Sprungantwort $h(t)$ des Regelkreises gilt:

$$\lim_{t\to\infty} h(t)=1.$$

d) Wie groß ist die sich ergebende Überschwingweite?

e) Entwerfen Sie nun einen asymptotischen Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t}=\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}+\mathbf{b}u+\hat{\mathbf{b}}y$$

so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e}:=\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}$ zwei Eigenwerte bei $\varsigma_{1,2}=-2$ besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 03.07.2013

Name / Vorname(n):

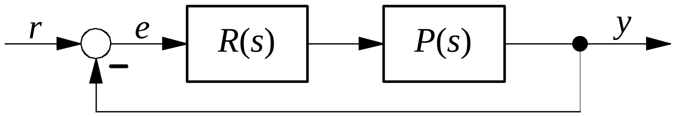
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

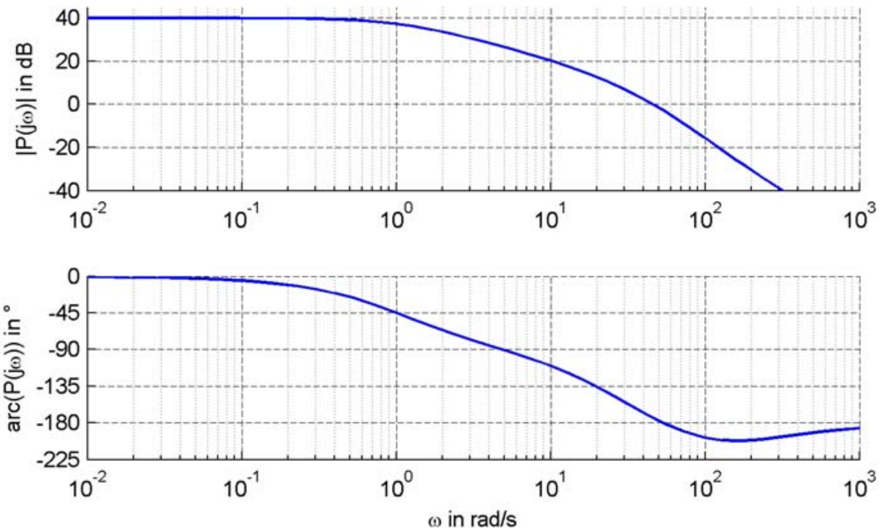
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Aufgrund von Einsparungen stehen nur drei P-Regler mit unterschiedlichen Verstärkungen

i) $R_1(s) = 10$ ii) $R_2(s) = \dfrac{1}{10}$ iii) $R_3(s) = \dfrac{1}{20}$

zur Auswahl. Wählen Sie einen Regler aus, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine möglichst kleine Anstiegszeit aufweist. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ bei $r(t) = \sigma(t)$?

b) Nach längerer Suche finden Sie im Keller einen Regler mit einstellbaren (reellen) Parametern:

$$R(s) = \frac{K}{s+\alpha} \qquad K > 0, \alpha \geq 0$$

Dimensionieren Sie diesen *mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens* so, dass bei $r(t) = \sigma(t)$ die Überschwingweite näherungsweise $M_p = 1.25$ beträgt und $e_\infty = 0$ ist.

c) Zeigen Sie, dass durch Erweiterung der Reglerübertragungsfunktion zu

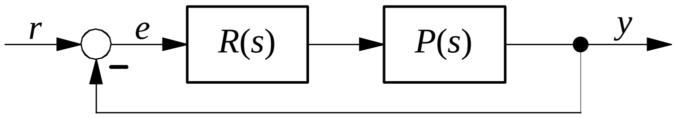
$$R(s) = \frac{K}{s+\alpha}\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1} \qquad \omega_Z > 0, \omega_N > 0$$

das Überschwingen ohne Beeinträchtigung von Anstiegszeit und bleibender Regelabweichung zu Null gemacht werden kann, indem Sie die dazu nötigen Parameterwerte bestimmen.

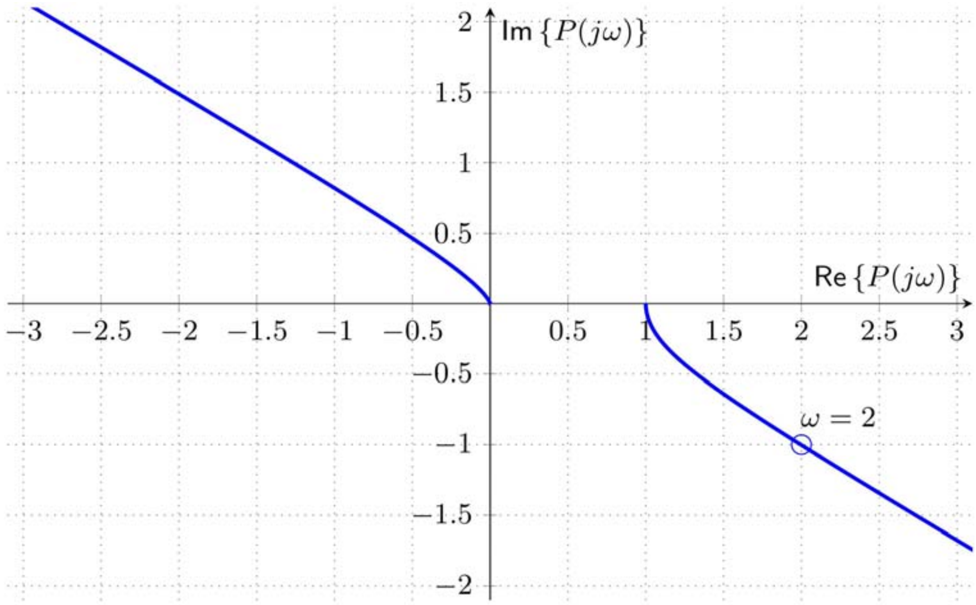
m	2	2.5	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	25°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	8	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke weist Tiefpasscharakter auf und hat keine Pole in der rechten offenen Halbebene. Die Ortskurve ihres Frequenzganges $P(j\omega)$ für $0 \le \omega < \infty$ ist gegeben:



a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen (mit den *positiven*, reellen Parametern a_i) können prinzipiell obigen Verlauf $P(j\omega)$ aufweisen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

(i) $P(s) = \dfrac{a_1}{(s+a_2)(s+a_3)}$ (ii) $P(s) = \dfrac{a_1}{(s+a_2)s}$

(iii) $P(s) = \dfrac{a_1}{(s+a_2)(s^2+a_3)}$ (iv) $P(s) = \dfrac{a_1 s}{(s+a_2)(s^2+a_3)}$

Berechnen Sie $P(j0)$ in Abhängigkeit der Parameter.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der *stetigen* Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 6\sin(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie für *hinreichend große Werte des Zeitparameters t* die Regelabweichung $e(t)$ für die Fälle

i) $K = 1$ ii) $K = -\dfrac{1}{2}$.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_{1,2} = -1$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1 .$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr .$$

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet.

b) Wie müssen Sie $\hat{\mathbf{A}}$ wählen, damit das Verhalten des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ durch eine freie Differentialgleichung beschrieben werden kann? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Ermitteln Sie diese Differentialgleichung.

c) Bestimmen Sie $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass sich ein asymptotischer Beobachter ergibt, dessen *reelle* Eigenwerte $\zeta_{1,2}$ betragsmäßig

$$|\zeta_1| = 2$$
$$|\zeta_2| = 3$$

erfüllen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 27.09.2013

Name / Vorname(n):

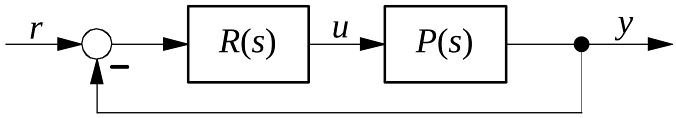
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ besitzt die Zustandsraumdarstellung

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -100 & -101 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 100 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie $P(s)$ und zeichnen Sie die BODE-Diagramme des Frequenzgangs $P(j\omega)$. Ist die Strecke steuer- und/oder beobachtbar? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*
Hinweis: Ein Eigenwert der Systemmatrix liegt bei $s = -1$.

b) Es wird nun zunächst ein Proportionalregler

$$R(s) = K$$

mit dem (reellen) Parameter K eingesetzt. Dimensionieren Sie diesen *mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens* so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine Anstiegszeit $t_r = 0{,}015s$ aufweist. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

c) Die Reglerübertragungsfunktion wird nun zu

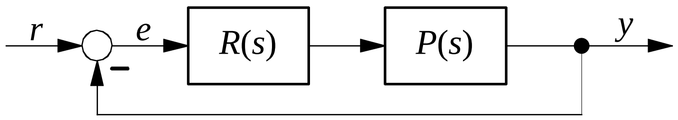
$$R(s) = K\frac{s - s_Z}{s - s_N}$$

mit den reellen Parametern K, s_Z und s_N erweitert. Dimensionieren Sie diesen Regler in nachvollziehbarer Weise näherungsweise so, dass das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort, bei gleich bleibender Anstiegszeit, gegenüber Punkt b) auf etwa ein Fünftel reduziert wird.

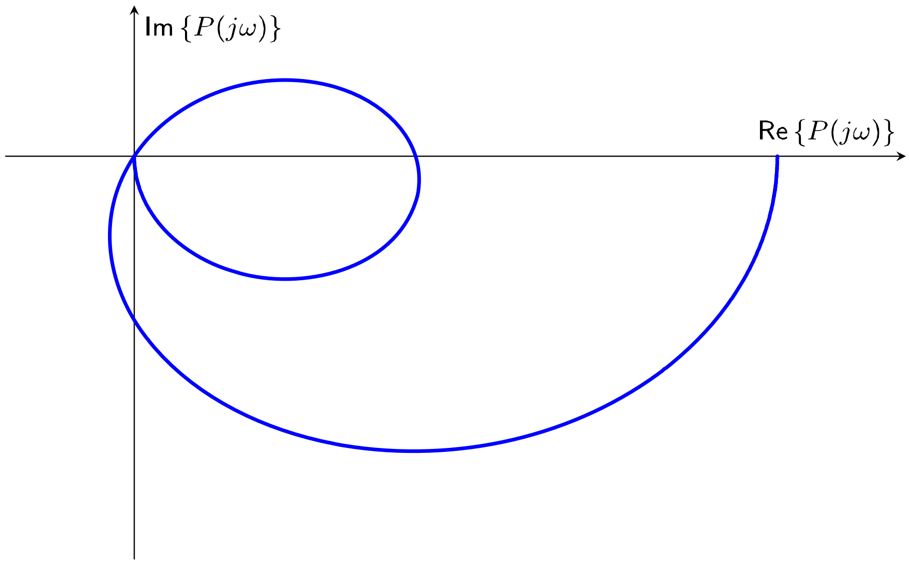
m	2	2.5	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	25°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	8	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke weist Tiefpasscharakter auf und hat keine Pole in der rechten offenen Halbebene. Die Ortskurve ihres Frequenzganges $P(j\omega)$ für $0 \le \omega < \infty$ ist gegeben:



a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen kann den obigen Verlauf $P(j\omega)$ aufweisen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

(i) $P(s) = \dfrac{s^2 - 2/3}{(s+1)^3}$ (ii) $P(s) = \dfrac{s^2 + 2/3}{(s+1)^3}$

(iii) $P(s) = \dfrac{s(s - 2/3)}{(s+1)(s+2)^2}$ (iv) $P(s) = \dfrac{s^2 + 2/3}{s(s+1)^2}$

b) Ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der *stetigen* Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = e^{-t} + 2\sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie für *hinreichend große Werte des Zeitparameters* t die Regelabweichung $e(t)$ für die Fälle

i) $K = -1$ ii) $K = -3$.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \frac{2}{3}r$$

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter h_1 und h_2 an, damit der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den zulässigen Bereich graphisch in der h_1-h_2-Ebene dar.

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

c) Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für die Führungsgrößen

i) $r(t) = \sigma(t)$ ii) $r(t) = t\sigma(t)$

Hinweis: Verwenden Sie den Grenzwertsatz der LAPLACE-Transformation.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein *einfacher* Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

angesetzt. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert des Zustandsvektors $\mathbf{x}$.

d) Ermitteln Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}_0 := \mathbf{e}(t=0)$ für $t \to \infty$ ab? Begründen Sie Ihre Antwort!