Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 13.10.2011

Name / Vorname(n):

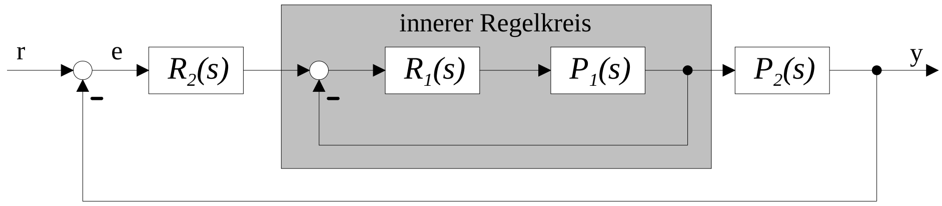
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	7	3	4	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke wird durch die beiden Übertragungsfunktionen $P_1(s) = \frac{0.1}{s}$ und $P_2(s) = \frac{100}{s+1}$ beschrieben.

I) Betrachten Sie zunächst nur den **inneren** Regelkreis laut obiger Abbildung!

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen *Proportionalregler* $R_1(s)$ so, dass die Sprungantwort des inneren Regelkreises eine Anstiegszeit von $t_{r,1} = 0.15\,s$ besitzt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}_1$?

b) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der offene Kreis „vom einfachen Typ“ ist? Ist dies hier der Fall?

II) Betrachten Sie nun den **gesamten** Regelkreis laut obiger Abbildung!

c) Dimensionieren Sie nachvollziehbar einen *Integralregler* $R_2(s)$ für den gesamten Regelkreis, damit für die Anstiegszeit der Sprungantwort des gesamten Regelkreises $t_{r,2} = 1.5\,s$ gilt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}_2$?

d) Ermitteln Sie für $r(t) = [2+3t]\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$.

Aufgabe 2:

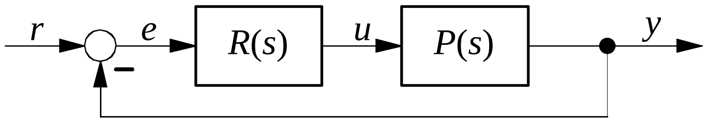
Skizzieren Sie die BODE-Diagramme und die Ortskurve $P(j\omega)$ folgender Übertragungsfunktion:

$$P(s) = \frac{s}{(s+1)(s+9)}$$

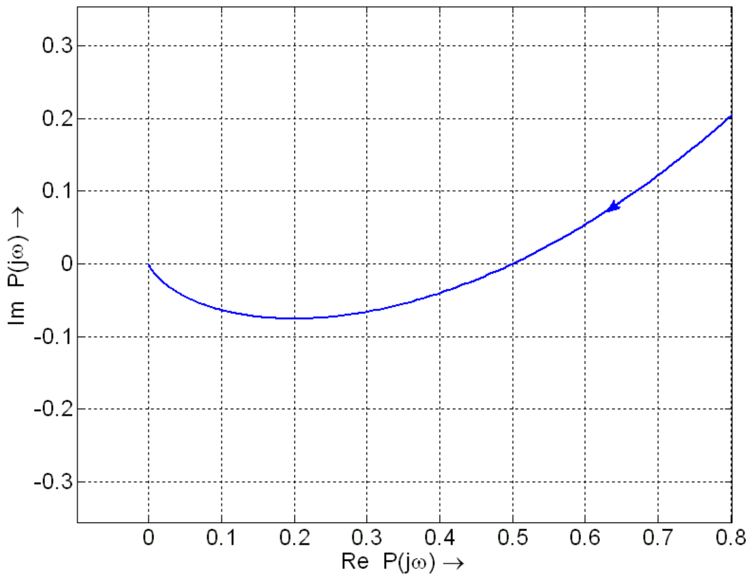
Bestimmen Sie zahlenmäßig alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist vom Grade 3. Sie besitzt keine (endlichen) Nullstellen, keine Pole mit positivem Realteil und es gilt $\lim_{\omega\to 0}|P(j\omega)| \to \infty$. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke liegt graphisch vor:



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist dabei ein reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters K!

b) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich des Parameters K so, dass für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < \frac{1}{2}$$

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + d\,u$$

(d stellt dabei einen reellen Parameter dar)

a) Zur Regelung stehen zwei Zustandsregler $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + V\,r$ zur Verfügung:

(i) $u = -\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}^T \mathbf{x} + V\,r$ (ii) $u = -\begin{bmatrix} -5 & -5 \end{bmatrix}^T \mathbf{x} + V\,r$

Wählen Sie einen Regler und begründen sie Ihre Wahl!

b) Bestimmen Sie eine Berechnungsvorschrift für den Vorfaktor V so, dass die Bedingung $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$ erfüllt ist.

c) Da der Zustandsvektor **x** *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h. $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + V\,r$. Dafür wird ein Zustandsbeobachter der Form:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet. Berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s_1 = s_2 = -5$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 02.02.2012

Name / Vorname(n):

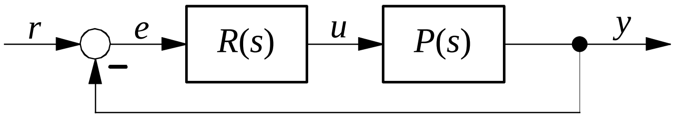
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

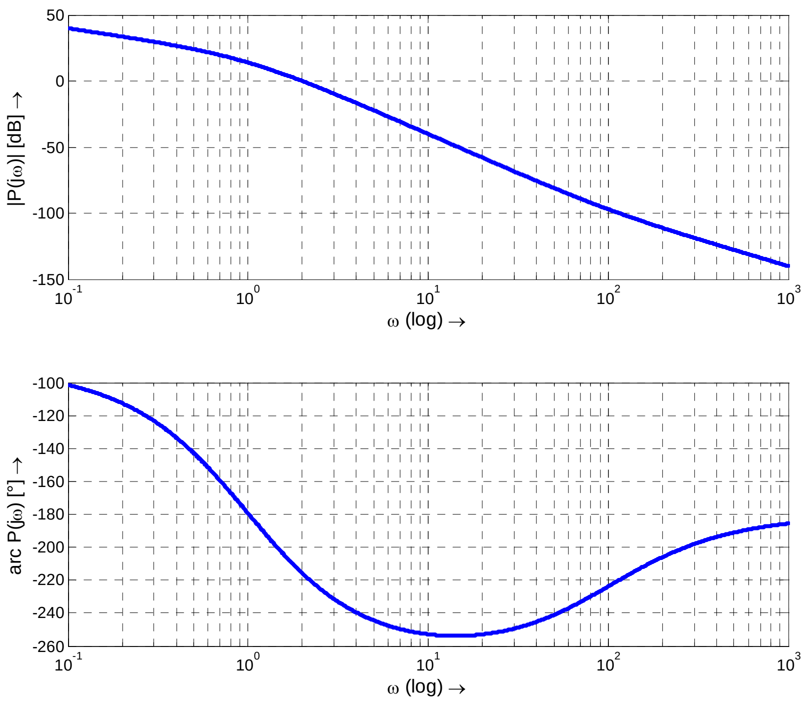
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke liegt als BODE-Diagramm graphisch vor:



Der Regelkreis soll eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5s$ und eine Überschwingweite von $M_P = 1.33$ aufweisen.

a) Sind diese Forderungen mit Hilfe eines P-Reglers $R(s) = K$ erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Es wird nun ein Regler der Form $R(s) = K \cdot \dfrac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle positive Parameter) eingesetzt. Dimensionieren Sie nachvollziehbar mit Hilfe des Frequenzkennlinien-Verfahrens den Regler so, dass obige Spezifikationen näherungsweise erfüllt sind.

c) Beim Neuhold gibt es leider nur Regler mit der Verstärkung $K = 1$ zu kaufen, d.h. $R(s) = \dfrac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$. Dimensionieren Sie eine Serienschaltung zweier solcher Regler nachvollziehbar so, dass obige Spezifikationen näherungsweise erfüllt sind. Eine Verschlechterung des Überschwingens um ca. 5 Prozent ist tolerierbar!

Hinweis: Eine Nachschlagetabelle befindet sich auf der nächsten Seite.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ sowie der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} \quad =: \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

a) Ist die Regelstrecke *steuerbar*? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Ist die Regelstrecke *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Lässt sich ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so finden, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ sowie $\lambda_3 = -3$ liegen? Wenn ja, berechnen Sie den Vektor $\mathbf{h}^T$. Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.

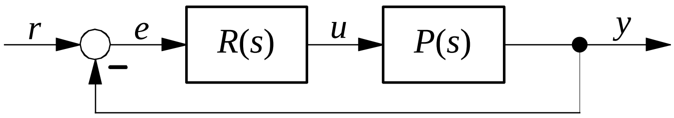
d) Dimensionieren Sie nun den Parameter V so, dass der Regelkreis *stationär genau* ist, d.h. für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty := \lim_{t\to\infty} y(t) = 1\,.$$

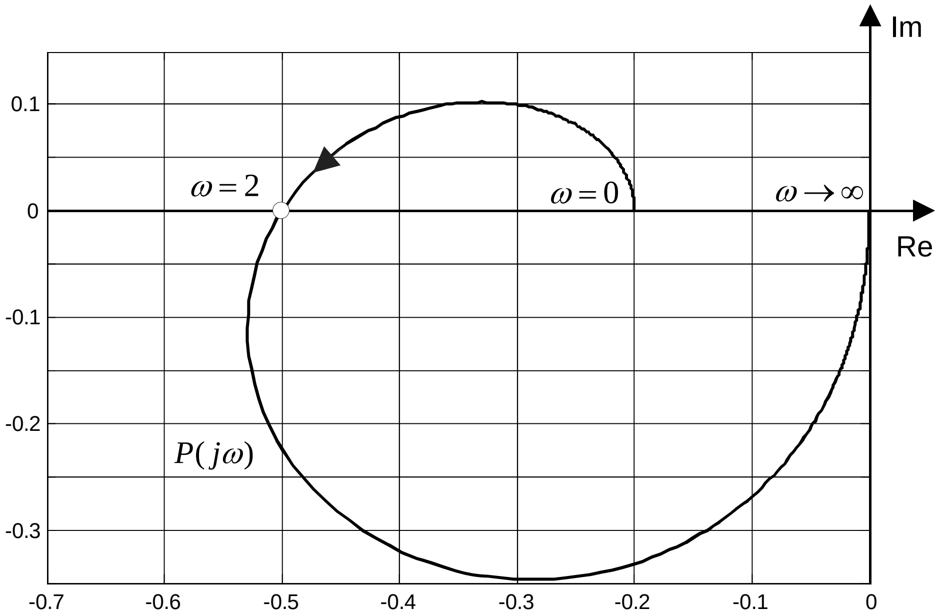
Hinweis*:* Es müssen *weder* 3×3 - Matrizen invertiert *noch* Gleichungen dritten Grades gelöst werden.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Übertragungsfunktion der Strecke $P(s)$ ist bekannt, dass ihre beiden Polstellen einen positiven Realteil aufweisen. Zusätzlich liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega < \infty$ graphisch vor:



Als Regler soll ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt werden (K ist hierbei ein *positiver* reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 1 + 2\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

(i) $K = 1$ (ii) $K = 3$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 23.03.2012

Name / Vorname(n):

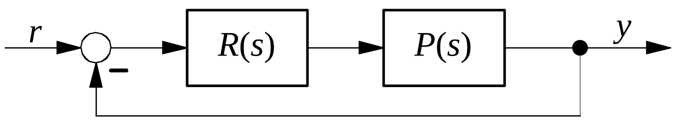
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

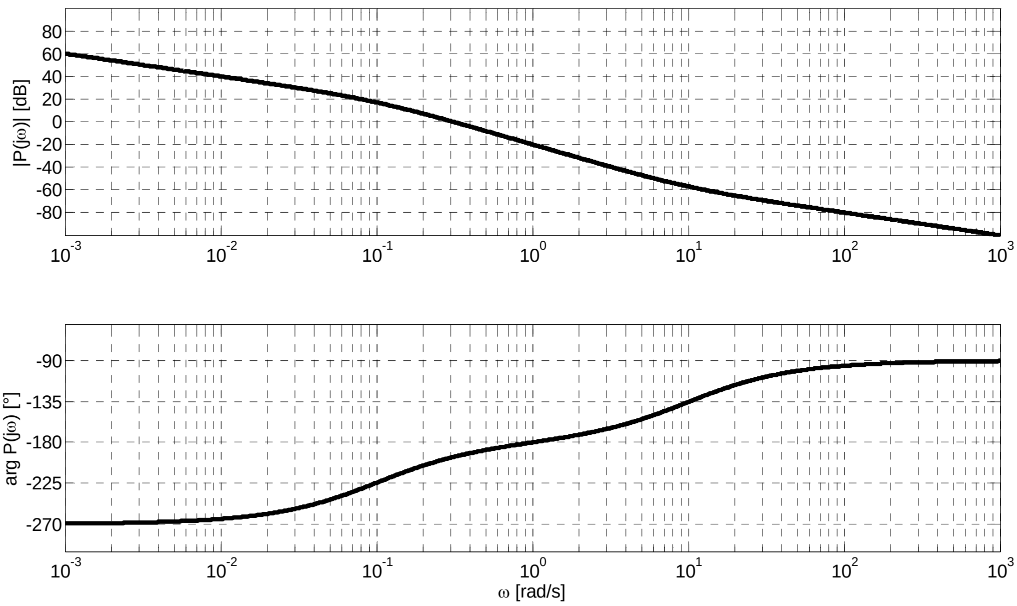
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{b_0 + b_1 s}{s(a+s)}$$

liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



a) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzganges der Regelstrecke $P(j\omega)$.

c) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird $r(t) = 1 + 2\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

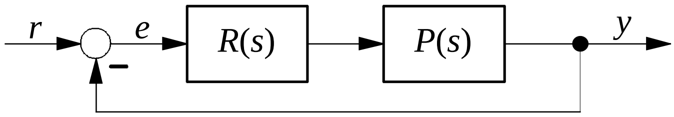
(i) $K = 5$ (ii) $K = 15$

Hinweis: $\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

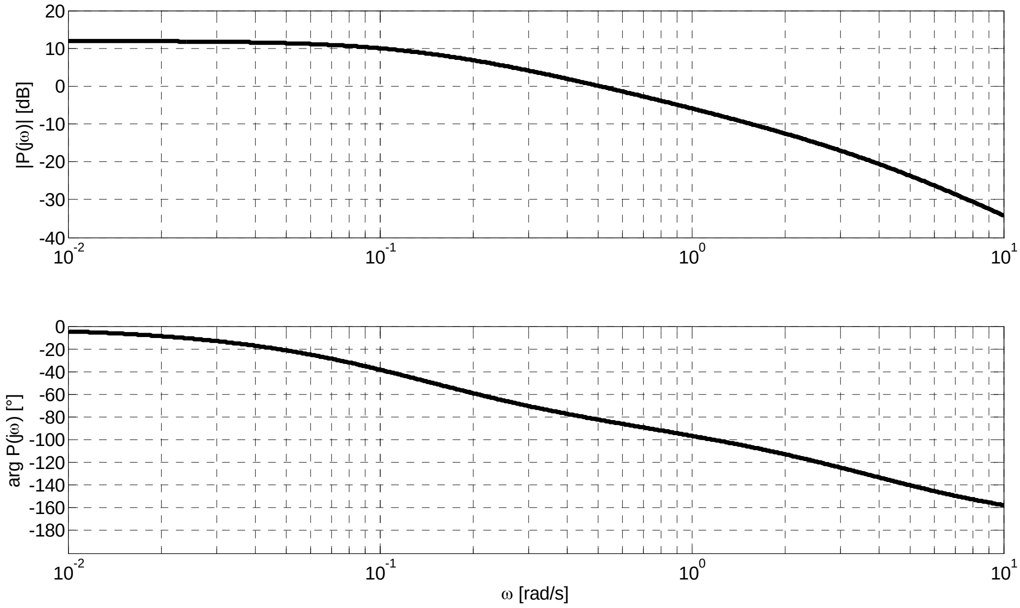
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ ist „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die Anstiegszeit t_r, das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ sowie die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des Regelkreises.

b) Es wird nun ein integrierender Regler $R(s)=K/s$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler nachvollziehbar so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=20$ % aufweist.

c) Die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll, bei gleichbleibender Überschwingweite, gegenüber Punkt b) auf ein Fünftel reduziert werden. Ferner soll die bleibende Regelabweichung (ebenfalls für die Sprungantwort) $e_\infty = 0$ betragen. Wählen Sie eine geeignete Reglerstruktur und dimensionieren Sie in nachvollziehbarer Weise den Regler.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \frac{2}{3} r$$

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter h_1 und h_2 an, damit der Regelkreis asymptotisch stabil ist.

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

c) Ist der Regelkreis bei dieser Wahl der Eigenwerte *stationär genau*? Begründen Sie Ihre Antwort!

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein *einfacher* Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

angesetzt. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert des Zustandsvektors $\mathbf{x}$.

d) Ermitteln Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}_0 := \mathbf{e}(t = 0)$ für $t \to \infty$ ab? Begründen Sie Ihre Antwort!

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 05.07.2012

Name / Vorname(n):

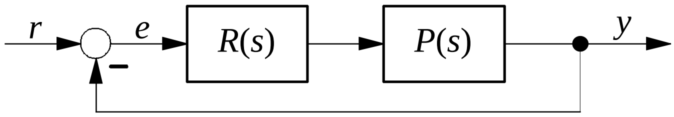
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

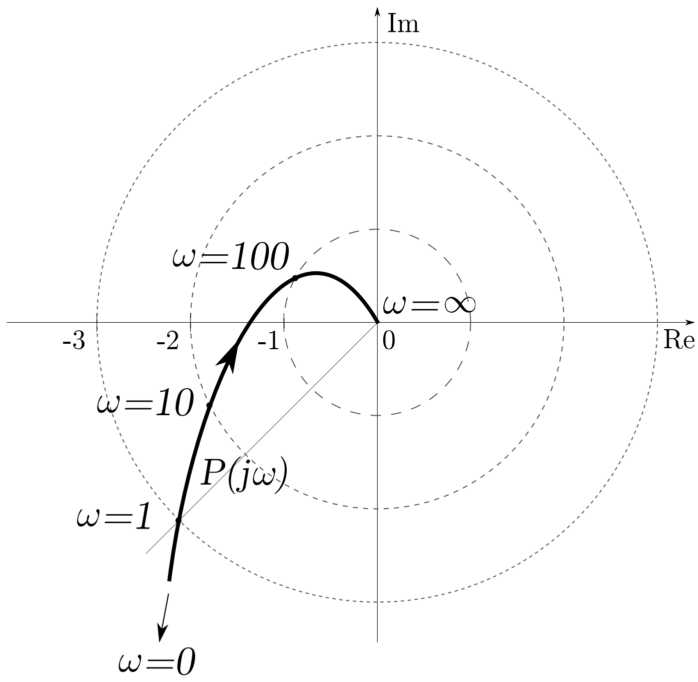
	1	2	3	
erreichbare Punkte	6	6	7	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Die Ortskurve ihres Frequenzganges $P(j\omega)$ ist gegeben:



a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die Anstiegszeit t_r, das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ sowie die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des Regelkreises.

b) Dimensionieren Sie nun den Proportionalregler $R(s)=K$ (mit dem reellen Parameter K) so, dass die Anstiegszeit $t_r = 1.5\,\mathrm{s}$ beträgt. Wie hoch sind das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ sowie die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des Regelkreises jetzt?

c) Das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort soll, bei gleichbleibender Anstiegszeit t_r, gegenüber Punkt b) auf etwa ein Fünftel reduziert werden. Wählen Sie eine geeignete, möglichst einfache Reglerstruktur und dimensionieren Sie in nachvollziehbarer Weise den Regler näherungsweise.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler folgender Form verwendet:

$$u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr\,,$$

wobei V einen positiven, reellen Parameter darstellt.

Ein Eigenwert des Regelkreises wird von der Europäischen Union vorgeschrieben: $\lambda_1 = -2$.

Gewünscht wird, dass der Regelkreis die harmonische Führungsgröße $r(t) = \sin(t)$ im eingeschwungenen Zustand am Ausgang **identisch** (ohne Phasenverschiebung oder Amplitudenänderung) wiedergibt, d.h.:

$$t >>: \qquad r(t) = \sin(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = \sin(t)\,.$$

a) Bestimmen Sie die Lage des zweiten Eigenwertes λ_2 des geschlossenen Regelkreises sowie den Verstärkungsfaktor V, damit diese Forderung erfüllt wird.

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei den gewünschten Werten λ_1 und λ_2 zu liegen kommen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr\,.$$

Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

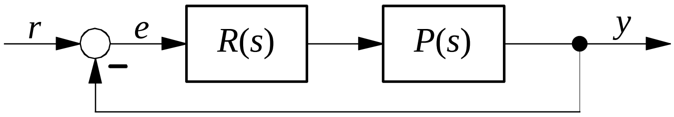
verwendet werden.

c) Kann die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so gewählt werden, dass die Systemmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\varsigma_{1,2} = -3$ besitzt? (*Geben Sie eine mathematische Begründung!*)

Falls ja, berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \dfrac{3}{(s-1)(s+2)(s+3)}$

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ und ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, damit die bleibende Regelabweichung *betragsmäßig* beschränkt ist:

$$\lim_{t\to\infty} |e(t)| < \frac{1}{10}.$$

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.