Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 29.10.2009

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	4	5	5	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -10 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke soll ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ verwendet werden.

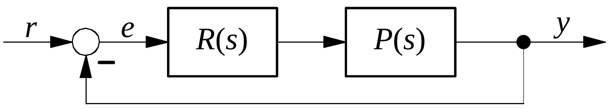
a) Berechnen Sie $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Bestimmen Sie den Vorfaktor V so, dass die Bedingung $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$ erfüllt ist.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein einfacher Beobachter der Form $\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$ entworfen. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

b) Geben Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ an. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}_0$ für $t \to \infty$ ab? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = (-4)\cdot\frac{s^2+5s+4}{s^3}$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ (K reell)

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke und bestimmen Sie *alle* Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameter

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{1}{s^2 + \alpha s + 1}$ mit $\alpha > 0$.

Ermitteln Sie den Parameter α so, dass für die Überschwingweite $\ddot{u}$ und die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort von $T(s)$ gilt:

$$\ddot{u} \approx 25\% \qquad t_r \approx 1.5\,s$$

Verwenden Sie zur Lösung der Aufgabe das Frequenzkennlinienverfahren!

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}u$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ist die Strecke *steuerbar* und/oder *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antworten!

b) Entwerfen Sie einen Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

so, dass die Eigenwerte von $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s_1 = s_2 = s_3 = -2$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 28.01.2010

Name / Vorname(n):

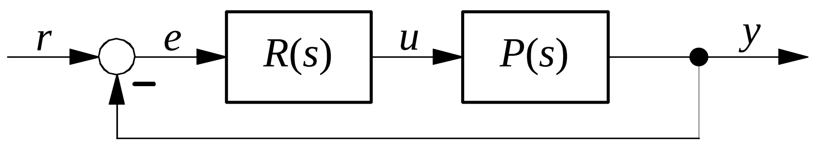
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

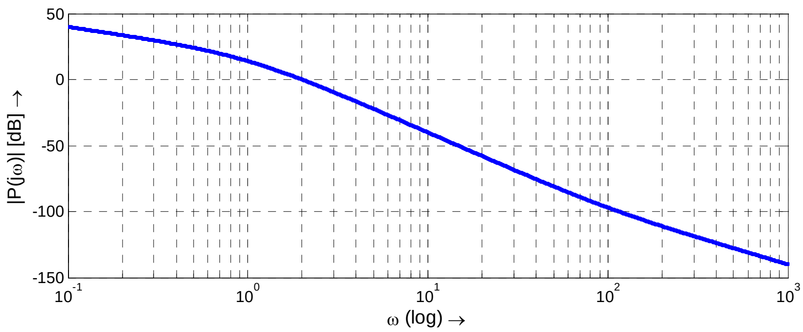
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	7
erreichte Punkte			

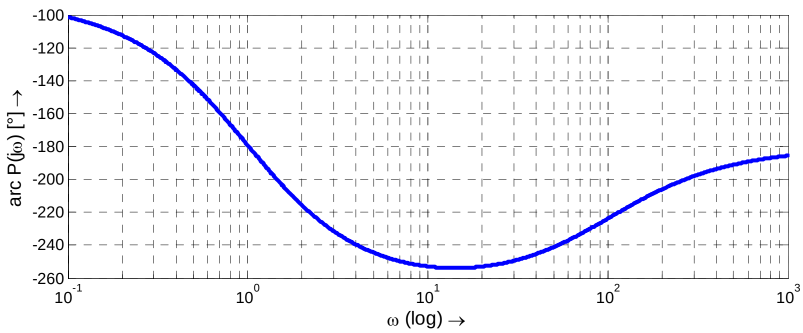
Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Weiters sind die Bode-Diagramme der Strecke $P(s) = \frac{0.1(s+100)}{s(s+1)^2}$ gegeben:





Der Regelkreis soll eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5\,s$ und eine Überschwingweite von $\ddot{u} = 33\%$ aufweisen.

a) Sind diese Forderungen mit Hilfe eines P-Reglers erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

b) Es wird nun der Regler $R(s) = K\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinen-Verfahrens näherungsweise und nachvollziehbar den Regler so, dass obige Spezifikationen erfüllt sind.

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

c) Es soll nun ein PI Regler mit Hilfe der **closed loop** Methode nach Ziegler und Nichols ermittelt werden. Bestimmen Sie die hierfür notwendigen Werte für die kritische Verstärkung K_u und die kritische Periodendauer T_u. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an. (*Hinweis*: Zur Beantwortung dieser Frage sind **keine** längeren Rechnungen notwendig.)

Ziegler-Nichols

	open loop method			closed loop method		
Reglertyp	K_P	T_I	T_D	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{1}{K_S}\frac{T_A}{T_V}$	-	-	$0{,}5\,K_u$	-	-
PI	$0{,}9\frac{1}{K_S}\frac{T_A}{T_V}$	$3\,T_V$	-	$0{,}4\,K_u$	$0{,}8\,T_u$	-
PID	$1{,}2\frac{1}{K_S}\frac{T_A}{T_V}$	$2\,T_V$	$0{,}5\,T_V$	$0{,}6\,K_u$	$0{,}5\,T_u$	$0{,}12\,T_u$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ und $s_3 = -3$ liegen.

b) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geregelten Systems, also

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}.$$

c) Legen Sie den Parameter V des Regelgesetzes so fest, dass für den Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

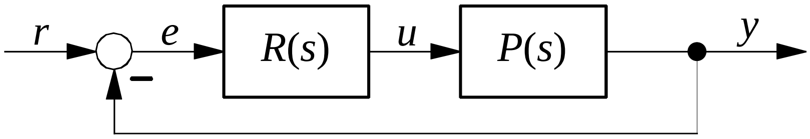
d) Geben Sie das Zustandsraummodell des geregelten Systems an.

e) Ist das geregelte System *steuerbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

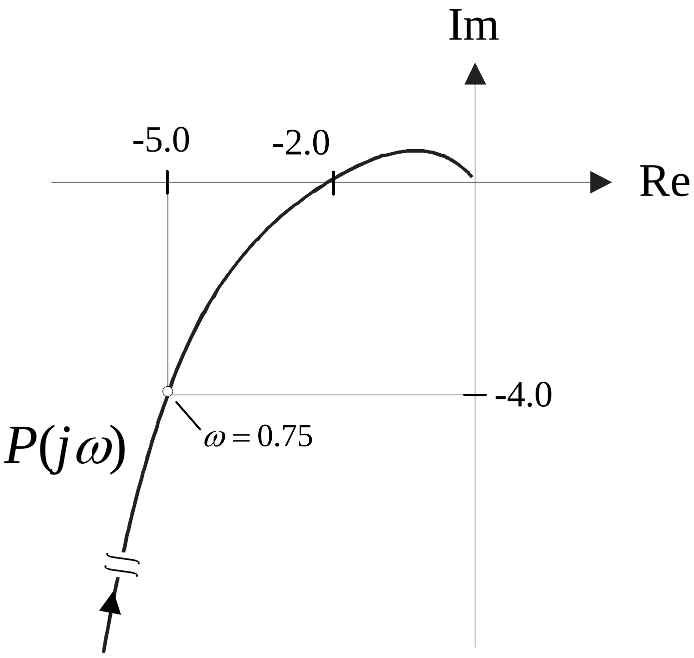
f) Ist das geregelte System *beobachtbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Aufgabe 3:

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion $P(s)$ beschrieben, $R(s)$ ist die Reglerübertragungsfunktion. Von der Regelstrecke ist bekannt, dass sie 3. Ordnung ist und *keine* Polstellen mit positivem Realteil besitzt. Der Verlauf der Ortskurve $P(j\omega)$ ist in folgender Abbildung dargestellt:



a) Es soll ein Proportionalregler (*P-Regler*) entworfen werden, d.h.

$$R(s) = K$$

Hierbei ist K ein reeller, positiver Parameter. Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquistkriteriums* den Wertebereich von K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Für den Parameter K soll nun gelten K=0.1. Ermitteln Sie im *eingeschwungenen Zustand* den Verlauf der Stellgröße u für

$$r(t) = 1 + \cos(0.75t)$$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 26.03.2010

Name / Vorname(n):

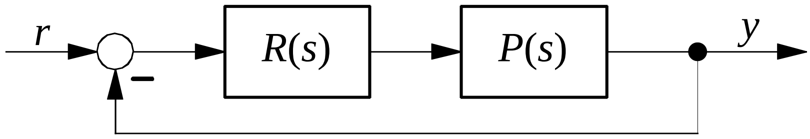
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	6
erreichte Punkte			

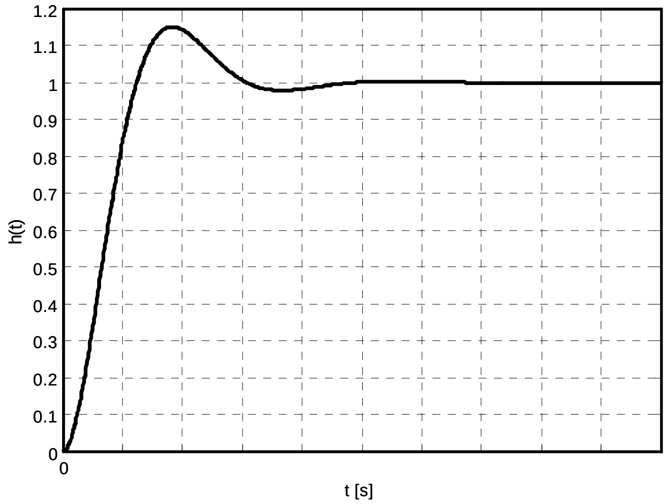
Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke besitzt die Übertragungsfunktion $P(s) = \dfrac{1}{(s+1)^2}$.

Die Sprungantwort $h(t)$ des Regelkreises soll folgenden Verlauf aufweisen:



Vorerst steht einer der beiden Regler

$$i)\quad R(s) = K \qquad\qquad ii)\quad R(s) = \frac{K}{s}$$

zur Auswahl (K ist hierbei ein positiver reeller Parameter).

a) *Skizzieren* Sie die Sprungantwort der Regelstrecke $P(s)$.

b) Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des Regelkreises der oben angeführten Vorgabe bezüglich der Überschwingweite entspricht.

c) Beschriften Sie die Zeitachse des obigen Diagramms der Sprungantwort so, dass es dem tatsächlichen Verhalten mit dem von Ihnen dimensionierten Regler näherungsweise entspricht.

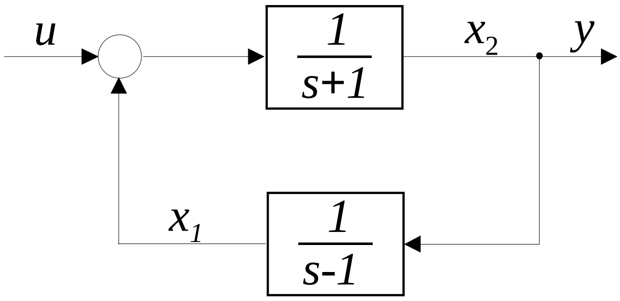
d) Es soll nun ein PI Regler mit Hilfe T-Summenregel ermittelt werden. Bestimmen Sie die hierfür notwendigen Werte K_S und T_Σ. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

<u>T-Summen-Regel</u>

Reglertyp	K_P	T_I
P	$\frac{1}{K_S}$	-
PI	$\frac{0,5}{K_S}$	$0,5T_\Sigma$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Strukturbild einer Regelstrecke mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Stellen Sie für obige Regelstrecke ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

auf. Verwenden Sie hierfür die eingezeichneten Zustandsgrößen $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$.

b) Überprüfen Sie das erstellte Modell auf Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit.

c) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass beide Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises bei $s = -1$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

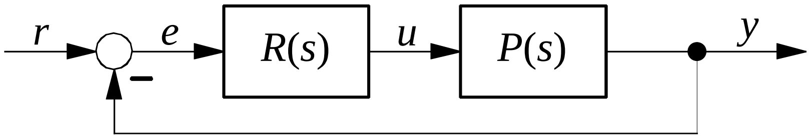
Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen. Hierbei wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form $\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ eingesetzt.

d) Ermitteln Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass beide Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s = -1$ liegen. Wie lautet die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$? (Begründen Sie Ihre Antwort)

e) Bestimmen Sie die Eigenwerte des Gesamtsystems, bestehend aus Strecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter. Welche Ordnung besitzt das Gesamtsystem? (Begründen Sie Ihre Antwort)

Aufgabe 3:

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis mit der Führungsgröße *r*, der Stellgröße *u* und der Ausgangsgröße *y*:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet:

$$P(s) = 2\frac{(1-2s)}{1+2s}$$

a) Zeichnen Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Regelstrecke.

b) Als Regler wird zunächst ein Proportionalregler gewählt:

$$R(s) = K$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K so, dass der geschlossene Regelkreis die BIBO Eigenschaft besitzt.

c) Wiederholen Sie die Berechnung des Stabilitätsbereiches von K für den I-Regler

$$R(s) = \frac{K}{s}.$$

Hinweis: $\Delta\mathrm{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2**
am 11.06.2010

Name / Vorname(n):

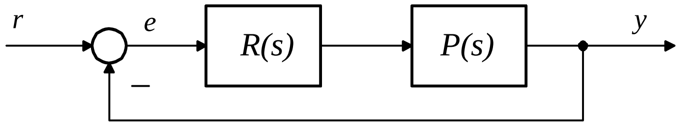
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Die Position y eines Roboterarmes soll geregelt werden. Dazu bedient man sich folgender Regelkreisstruktur mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:

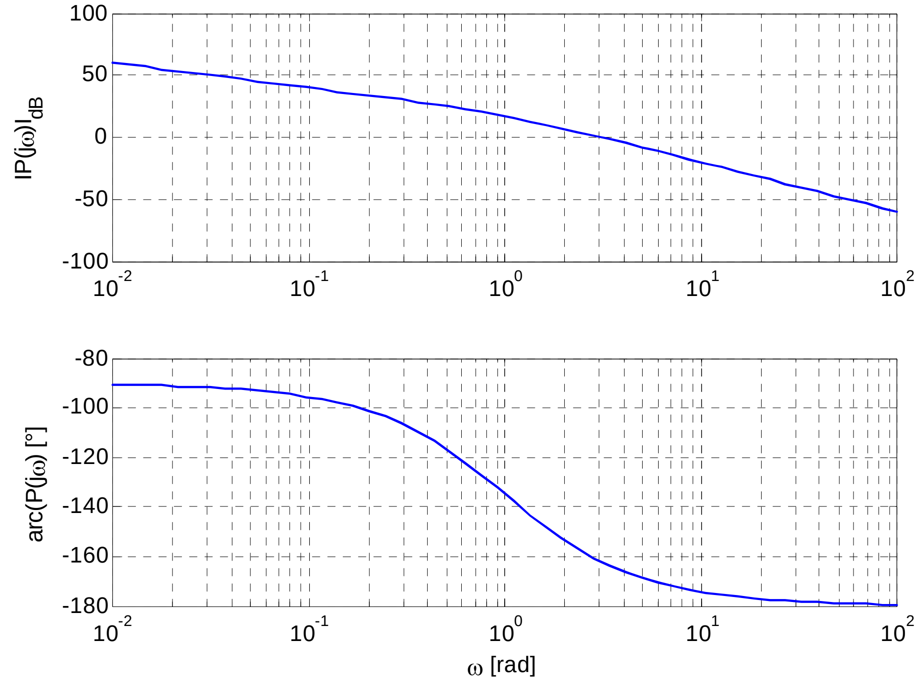


Die Regelstrecke besitzt eine Übertragungsfunktion der Form

$$P(s) = \frac{V}{s(sT+1)}.$$

Hierbei sind V und T positive reelle Parameter.

Im Labor wurde der folgende Frequenzgang $P(j\omega)$ obiger Strecke aufgezeichnet:



a) Bestimmen Sie die Werte der Parameter V und T.

Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = 1$ eingesetzt.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die bleibende Regelabweichung e_∞ bei einer rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$.

c) Ermitteln Sie näherungsweise das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

d) Gesucht ist nun ein Regler, der bei gleichbleibender Anstiegszeit das prozentuale Überschwingen auf $\ddot{u} = 13\%$ reduziert. Dimensionieren Sie in nachvollziehbarer Weise näherungsweise einen geeigneten Regler.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

e) Leider steht nur ein programmierbarer „realer“ PD-Regler mit der Struktur

$$R(s) = K_P\left(1 + T_D s \frac{1}{1 + T_N s}\right)$$

zur Verfügung. Ermitteln Sie den Verstärkungsfaktor K_P sowie die Zeitkonstanten T_D und T_N so, dass der PD-Regler dieselben Anforderungen wie in d) erfüllt. (*Hinweis: Dafür sind keine umfangreichen Überlegungen nötig!)*

Aufgabe 2:

Zur Messung der verrauschten Ausgangsgröße y der Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{10}{s^2 + s}$ wird ein Tiefpassfilter mit der Übertragungsfunktion

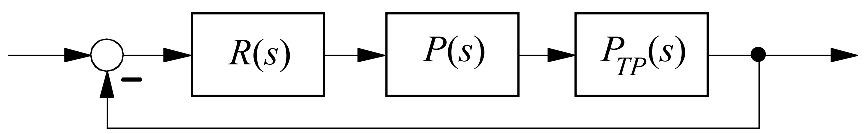
$$P_{TP}(s) = \frac{1}{(sT_{TP} + 1)} = \frac{1}{(0.1s + 1)}$$

verwendet.

a) Berechnen Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve $P_{ges}(j\omega)$ der *gesamten* Übertragungsfunktion $P_{ges}(s) := P(s)P_{TP}(s)$ mit der reellen Achse.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve $P_{ges}(j\omega)$ für Werte $0 \le \omega < \infty$.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).



c) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Ein Physiker erstellt für die Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)=\dfrac{10}{s^2+s}$ ein Zustandsraum-Modell mit folgender Struktur:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -a_0 & -a_1\end{bmatrix}\mathbf{x}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}\beta_0 & \beta_1\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Wie lauten die Werte der reellen Parameter β_0 und β_1 sowie a_0 und a_1? Geben Sie jeweils eine Begründung an.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u=-\mathbf{k}^T\mathbf{x}+Vr$ so, dass beide Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises bei $s=-1$ liegen.

c) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s):=\left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{AW=0}$$

und wählen Sie V so, dass für einen Einheitssprung $r(t)=\sigma(t)$ gilt:

$$\lim_{t\to\infty}y(t)=1.$$

d) Wie groß ist die Überschwingweite des geregelten Systems?

e) Entwerfen Sie nun einen asymptotischen Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}=\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}+\mathbf{b}u+\hat{\mathbf{b}}y$$

so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e}:=\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}$ zwei Eigenwerte bei $s=-2$ besitzt.