Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 23.10.2008

Name / Vorname(n):

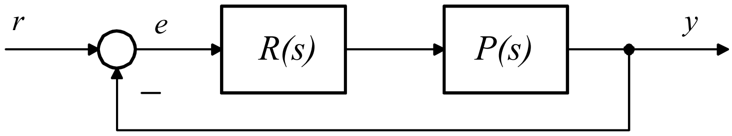
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte: O Ja O Nein

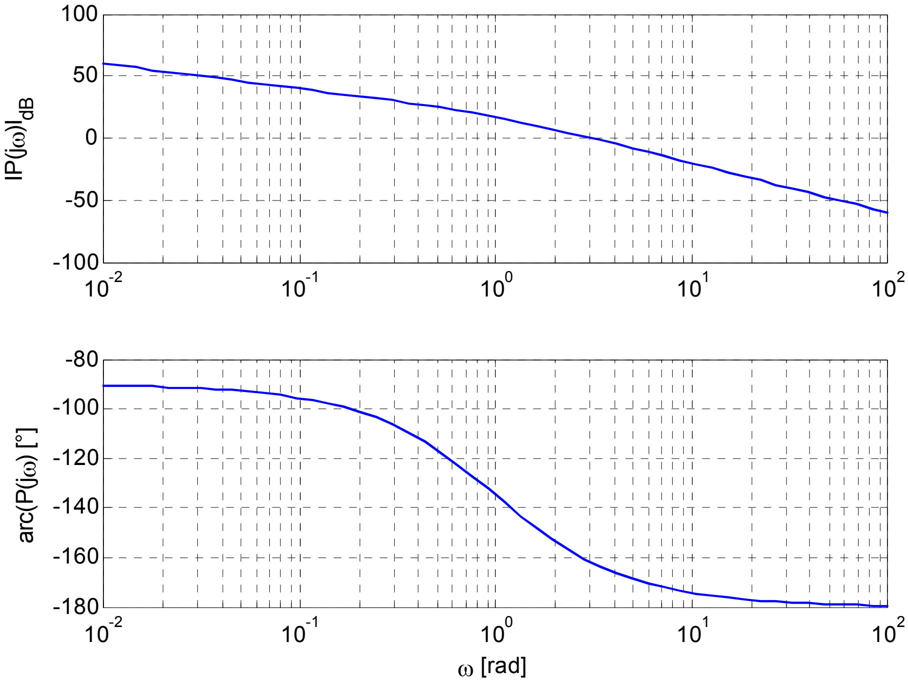
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	6
erreichte Punkte			

Aufgabe1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt.

a) Ermitteln Sie näherungsweise die bleibende Regelabweichung e_∞ bei einer rampenförmigen Eingangsgröße $r(t)=t\sigma(t)$.

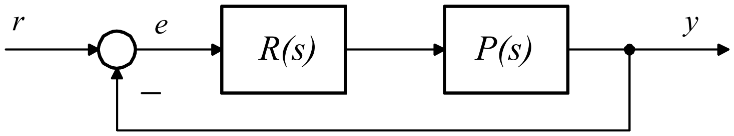
b) Ermitteln Sie näherungsweise das prozentuale Überschwingen und die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

Entwerfen Sie einen Regler, der bei gleichbleibender Anstiegszeit das prozentuale Überschwingen auf ü=13% reduziert. Weiters soll die **bleibende Regelabweichung** für **rampenförmige Eingangsgrößen** $e_\infty = 0.1$ betragen. Dimensionieren Sie in nachvollziehbarer Weise näherungsweise einen geeigneten Regler.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \dfrac{3}{(s-1)(s+2)(s+3)}$

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ und ermitteln Sie die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt. (K ist ein reeller Parameter.)

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$|e_\infty| = \lim_{t\to\infty} |e(t)| < \frac{1}{10}$$

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell der Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Unter der Voraussetzung, dass alle Zustandsvariablen messbar sind soll ein Regelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt werden so, dass der Regelkreis ein charakteristisches Polynom

$$\Delta(s) = s^3 + (\alpha + 1)s^2 + \alpha s + 10 - 2\alpha$$

besitzt. (α ist hierbei ein reeller Parameter) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α so, dass obiges charakteristische Polynom $\Delta(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

b) Für die folgenden Betrachtungen sei nun $\alpha = 3$. Dimensionieren Sie den Zustandsregler so, dass der Regelkreis das entsprechende charakteristische Polynom aufweist, und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = 1$.

c) Nehmen Sie an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Ist es möglich, für obiges System einen Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ drei Eigenwerte bei $s_{1,2,3} = -5$ besitzt? (Begründen Sie Ihre Antwort)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 3.2.2009

NACHNAME:

Vorname(n):

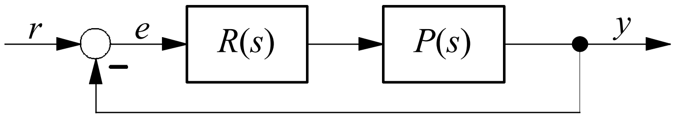
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

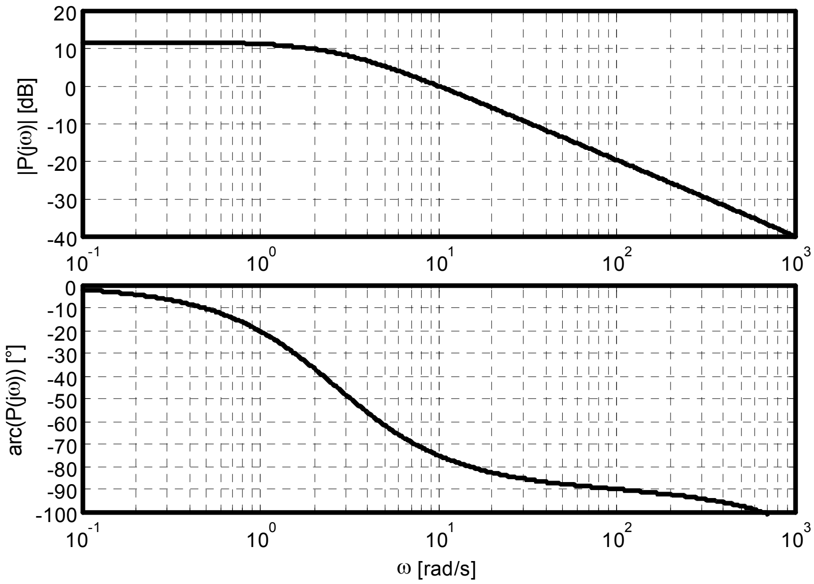
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst soll ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter K) so entworfen werden, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $0.15\ [\mathrm{s}]$ beträgt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$?

b) Ermitteln Sie für den unter a) dimensionierten Regler und der Führungsgröße $r(t) = 2 + 3\sin(100t)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

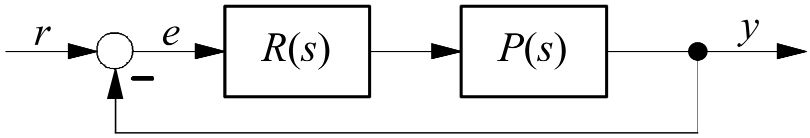
c) Bei der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll bei gleicher Anstiegszeit t_r und gleicher bleibender Regelabweichung e_∞ das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ gegenüber a) auf ein Drittel reduziert werden. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. **Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!**

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktionen lauten:

$$R(s) = \frac{K}{s} \qquad \text{und} \qquad P(s) = \frac{4}{(s+1)(s+4)}.$$

(Hierbei ist K ein reeller Parameter.)

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega)$ für $K=1$ und berechnen Sie die exakten Werte aller Schnittpunkte dieser Ortskurve mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

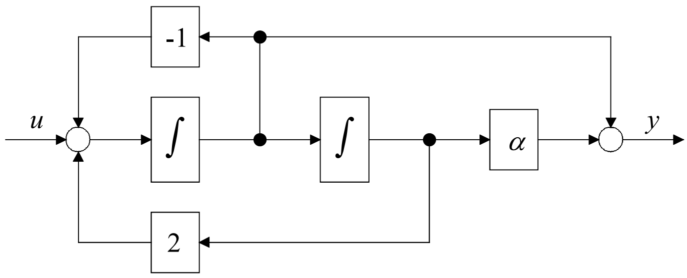
c) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K. *Skizzieren* Sie den Verlauf der Funktion $e_\infty = f\left(K\right)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta\mathrm{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Strukturbild eines Systems (Regelstrecke) mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



(α sei hierbei ein wählbarer reeller Parameter.)

a) Geben Sie für dieses System ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

an.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1.$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h. $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$. Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden. **Hierbei ist zu beachten, dass der Parameter α nur die Werte -1 oder $+1$ annehmen kann.**

c) Wählen Sie einen Wert für α. *(Begründen Sie Ihre Wahl!)*

d) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 13.3.2009

NACHNAME:

Vorname(n):

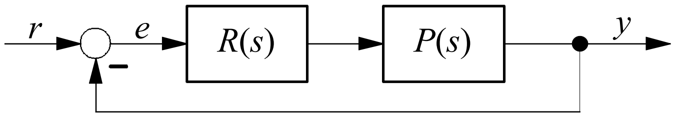
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

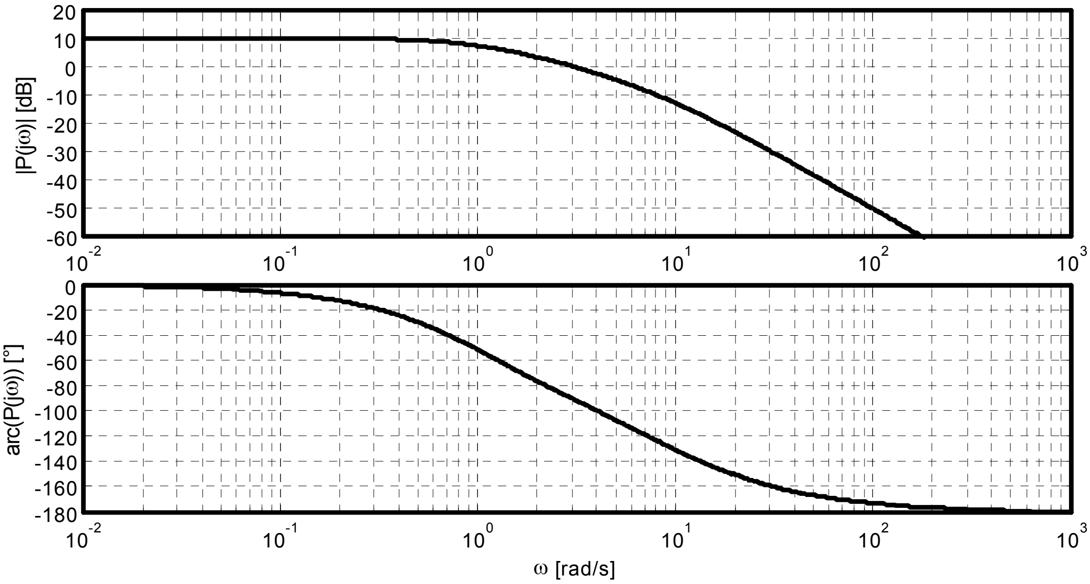
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	5
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst wird als Regler $R(s)=1$ eingesetzt. Ermitteln Sie für die Führungsgröße $r(t)=2\sin\left(3t+\pi/2\right)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

b) Für die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises sollen nun die Spezifikationen

$$\ddot{u} \le 50\ [\%], \quad t_r \le 0.1\ [s] \quad \text{und} \quad e_\infty \le 0.01$$

(näherungsweise) erfüllt werden. Hierfür stehen die beiden Regler

$$\alpha)\quad R(s)=K \qquad\qquad \beta)\quad R(s)=\frac{K}{s}$$

zur Auswahl (K ist hierbei ein reeller Parameter). Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen **nachvollziehbar** mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens. Wie groß ist die erzielte Durchtrittsfrequenz ω_c ?

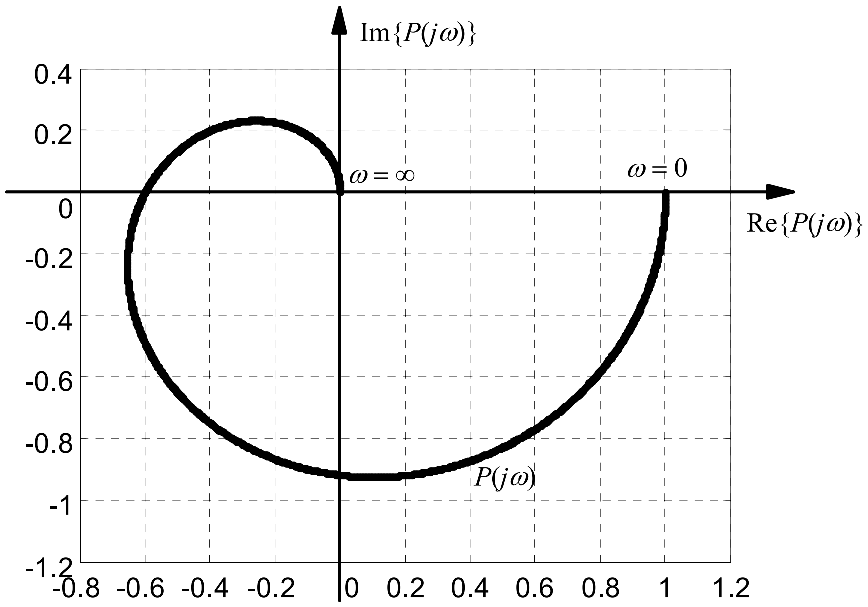
c) Um die Überschwingweite drastisch zu reduzieren, wird *zusätzlich* ein lead-Glied mit $\omega_Z=10$ und $\omega_N=100$ eingesetzt. Die neue Reglerübertragungsfunktion lautet daher (abhängig von der unter b) getroffenen Wahl)

$$\alpha)\quad R(s)=K\cdot\frac{1+s/10}{1+s/100} \qquad \text{oder} \qquad \beta)\quad R(s)=\frac{K}{s}\cdot\frac{1+s/10}{1+s/100}$$

mit dem bereits unter b) bestimmten Wert für den Parameter K. Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die neue Durchtrittsfrequenz ω_c.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y (Blockschaltbild siehe Aufgabe 1). Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

i) $P(s) = \dfrac{6}{(s+2)(s+3)}$ ii) $P(s) = \dfrac{-3(s-2)}{(s+2)(s+3)}$

iii) $P(s) = \dfrac{-3(s+2)}{(s-2)(s+3)}$ iv) $P(s) = \dfrac{6}{(s+2)^2(s+3)}$

Als Regler wird nun $R(s) = K$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ gilt:

$$e_\infty < \frac{1}{2}.$$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{2}{s+1}$$

lautet.

b) Ist das geregelte System beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, soll für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

c) Kann die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so entworfen werden, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\hat{s}_{1,2} = -3 \pm j$ besitzt? Falls ja, berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$. Falls nein, geben Sie eine mathematische Begründung an.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 19.6.2009

NACHNAME:

Vorname(n):

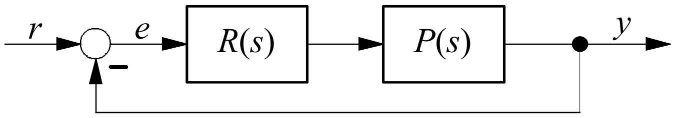
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

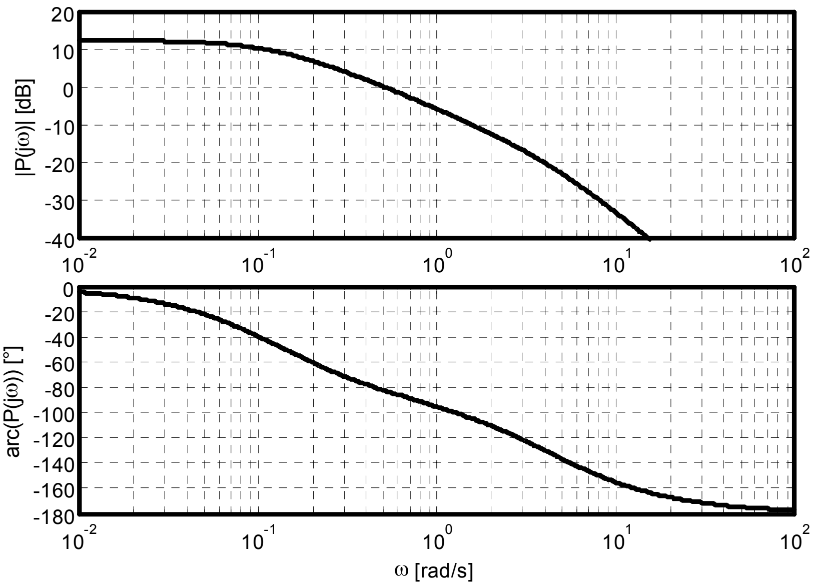
	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	3	6	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst wird ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 20$ % aufweist.

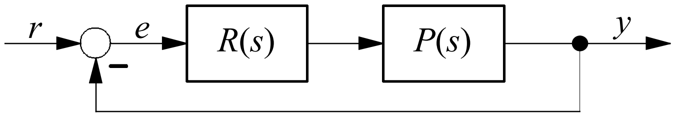
b) Die Anstiegszeit **und** das prozentuale Überschwingen der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises sollen gegenüber a) halbiert werden. Weiters soll die bleibende Regelabweichung (ebenfalls für die Sprungantwort) $e_\infty = 0$ betragen. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!

Hilfestellung:

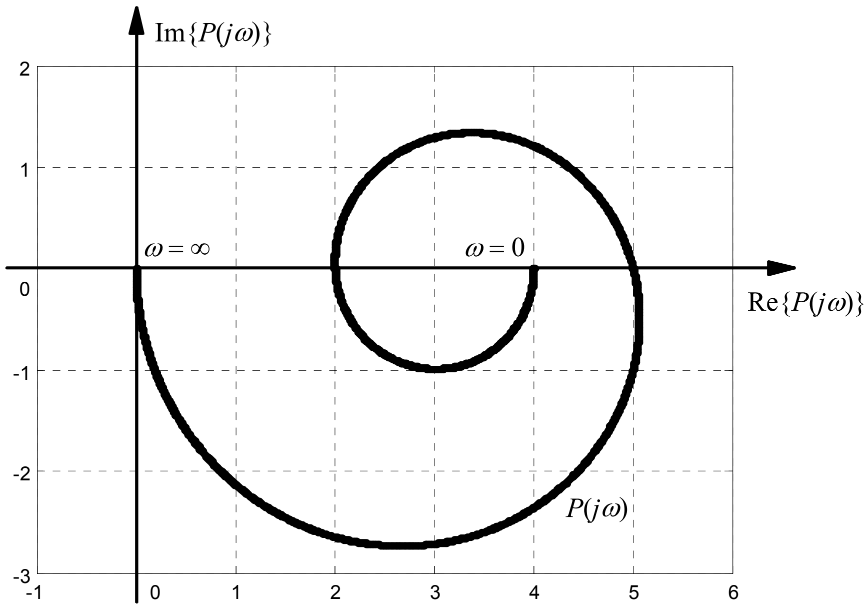
m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der **BIBO-stabilen** Strecke ist gegeben (für $0 \le \omega < \infty$):



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Die Übertragungsfunktion eines Systems ist gegeben mit:

$$G(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{1}{2s^4 + 2s^3 + (\alpha+2)s^2 + s + \alpha + \beta}$$

(α und β seien hierbei reelle Parameter.)

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich für die Parameter α und β, für den obiges System die BIBO-Eigenschaft besitzt. Stellen Sie diesen Bereich in der α-β-Ebene graphisch dar.

b) Für die Parameter gelte nun $\alpha = 0.5$ und $\beta = 0$. Bestimmen Sie die eingeschwungene Antwort $y(t)$ ($t \gg 0$) des Systems auf die Eingangsgröße:

$$u(t) = 2 + 3\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Aufgrund der Wirtschaftskrise stehen nur drei Zustandsregler zur Verfügung:

(i) $u = -\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr$

(ii) $u = -\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr$

(iii) $u = -\begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr$

Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl!*) und bestimmen Sie den Vorfaktor V so, dass $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für den Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt.

b) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden. Berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\hat{s}_{1,2} = -1 \pm j$ liegen.