Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 24.10.2007

NACHNAME:

Vorname(n):

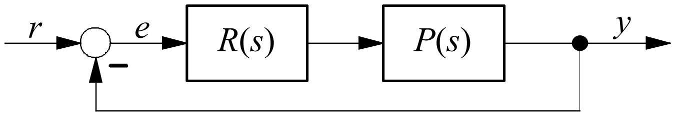
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Regelstrecke gilt: $P(s)=\dfrac{s+1}{(s+0.1)(s+10)}$

a) Zunächst wird ein integrierender Regler $R(s)=K/s$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit t_r von *maximal* 2 Sekunden (also $t_r \le 2$) bei möglichst geringer Überschwingweite aufweist. (*Hinweis:* Bedenken Sie beim zeichnen von Bode-Diagrammen, dass der Phasengang aufgrund der besonderen Lage der Pol- und Nullstellen *symmetrisch* sein muss!)

b) Ermitteln Sie für den Regler $R(s)=10/s$ und der Führungsgröße $r(t)=2\cos(t+\pi/4)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

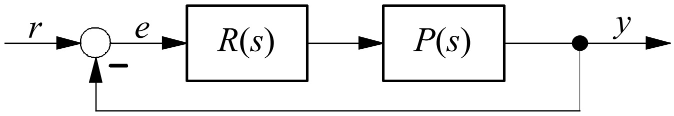
c) Nun soll die Anstiegszeit t_r gegenüber a) auf ein Drittel reduziert werden. Zusätzlich soll die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Überschwingweite $\ddot{u}=10\ [\%]$ und eine bleibende Regelabweichung $e_\infty=0$ aufweisen. Entwerfen Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** einen geeigneten Regler. Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max}=\arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $P(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2(s+4)}$.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ und ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$e_\infty = \lim_{t \to \infty} e(t) < \frac{1}{6}.$$

Hinweis: $\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form
$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$
so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ und $s_3 = -3$ liegen.

b) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geregelten Systems, also
$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}}.$$

c) Legen Sie den Parameter V des Regelgesetzes so fest, dass für den Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = 1$.

d) Ist das geregelte System *steuerbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

e) Ist das geregelte System *beobachtbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, müsste für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden , d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.

f) Kann dafür *prinzipiell* ein Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$
so entworfen werden, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ *beliebig* vorgebbare Eigenwerte annehmen kann ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 5.2.2008

NACHNAME:

Vorname(n):

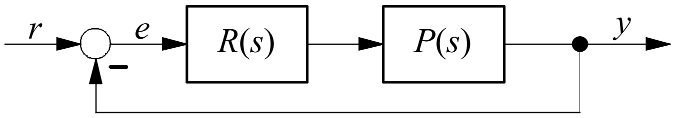
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

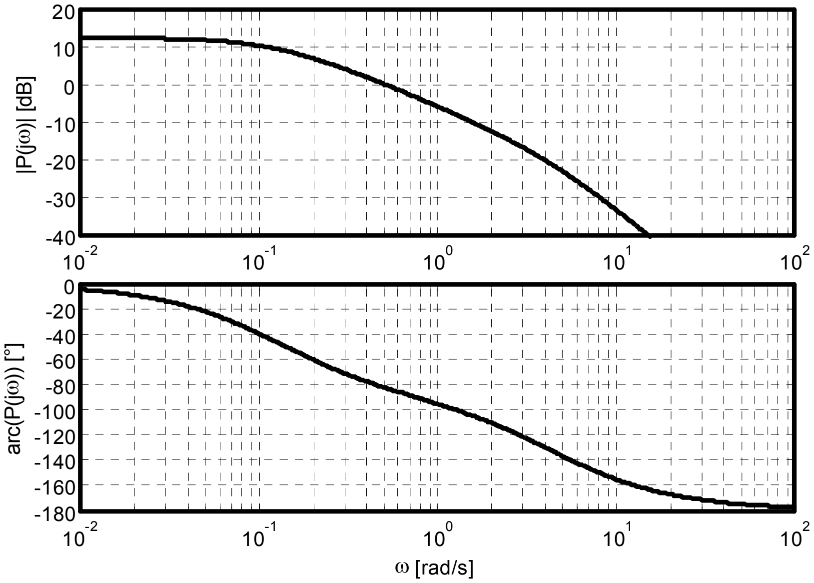
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	5	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst wird ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 20\ \%$ aufweist.

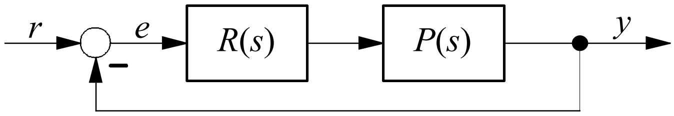
b) Die Anstiegszeit **und** das prozentuale Überschwingen der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises sollen gegenüber a) halbiert werden. Weiters soll die bleibende Regelabweichung (ebenfalls für die Sprungantwort) $e_\infty = 0$ betragen. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

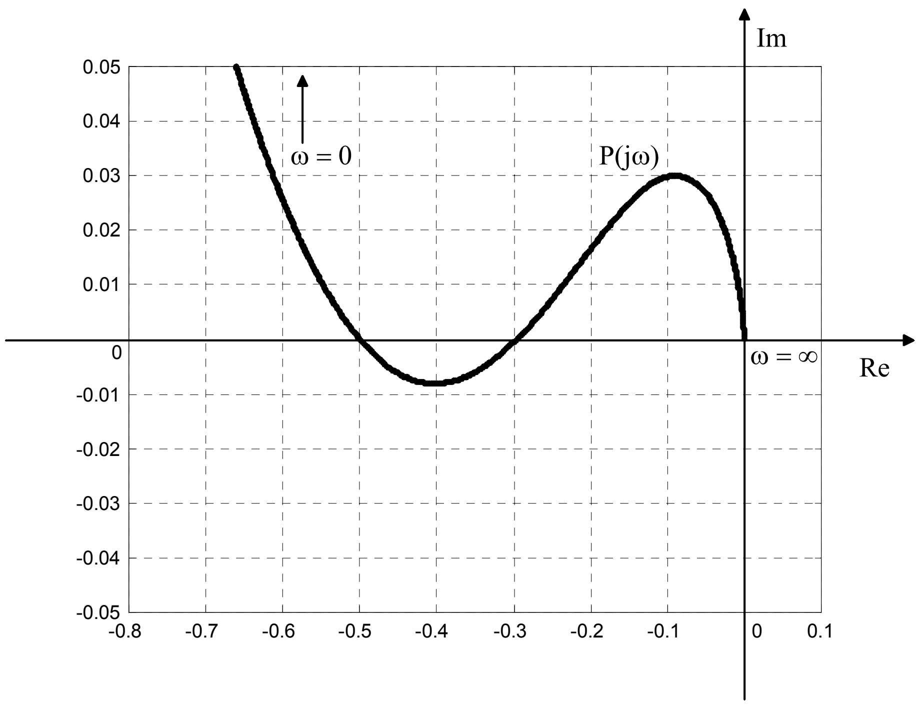
Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $$P(s) = \frac{40(s+1)}{s(s-1)(s+6)^2}$$

Zusätzlich ist der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 < \omega < \infty$ gegeben:



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird nun die Funktion $r(t) = \left[1 + 2t\right]\sigma(t)$ gewählt. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$. Was ergibt sich konkret für $K = 1$, $K = 2$, $K = 3$ und $K = 4$?

Hinweis: $\Delta \mathrm{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form
$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$
so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -2$ und $\lambda_2 = -3$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$
verwendet. Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \overline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} . & -10 & . & . \\ . & -6 & . & . \\ . & . & -2 & . \\ . & . & 0 & . \end{bmatrix},$$
$$y = \overline{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

wobei durch einen Fehler in der Software leider nur wenige Elemente der Dynamikmatrix $\overline{\mathbf{A}}$ angezeigt werden können.

b) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Dynamikmatrix $\overline{\mathbf{A}}$ sowie die Systemdaten $\overline{\mathbf{b}}$ und $\overline{\mathbf{c}}^T$ (zahlenmäßig).

c) Zeigen Sie, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s_{1,2} = -3 \pm j$ liegen.

d) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion obiger Zusammenschaltung:
$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{z}_0 = \mathbf{0}} = \overline{\mathbf{c}}^T \left(s\mathbf{E} - \overline{\mathbf{A}}\right)^{-1} \overline{\mathbf{b}}$$

e) Ist das Gesamtsystem *beobachtbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 29.2.2008

NACHNAME:

Vorname(n):

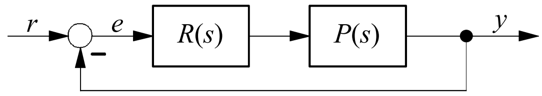
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

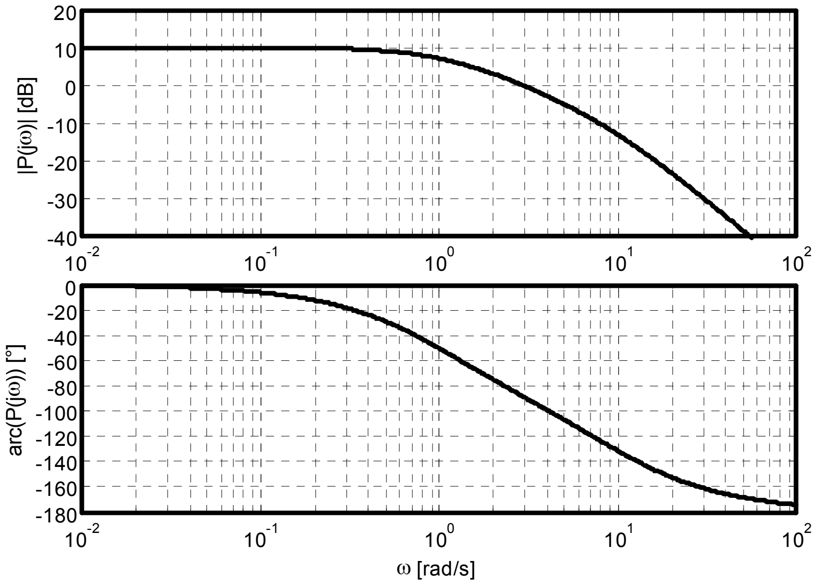
	1	2	3
erreichbare Punkte	8	5	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Ermitteln Sie für den P-Regler $R(s)=1$ und der Führungsgröße $r(t)=2\cos(3t+\pi/4)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

b) Nun wird ein PI-Regler $R(s)=K\dfrac{1+s/\omega_1}{s}$ (mit den reellen Parametern K und ω_1) eingesetzt. Skizzieren Sie zunächst das Bode-Diagramm des Reglers für $K=1$ und $\omega_1=10$. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises die Anstiegszeit $t_r=0.5$ s und die Überschwingweite $M_p=1.25$ aufweist.

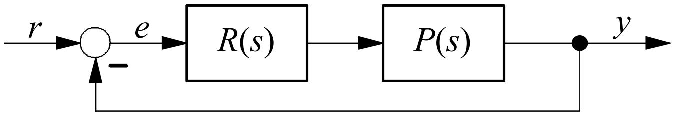
c) Die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises mit dem unter b) dimensionierten Regler soll bei gleicher Überschwingweite und gleicher bleibender Regelabweichung auf ein Zehntel reduziert werden. **Erweitern** Sie den unter b) gefundenen Regler auf geeignete Weise und dimensionieren Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** Ihre Erweiterung. Geben Sie die **komplette** Regler-Übertragungsfunktion an!

Hilfestellung:

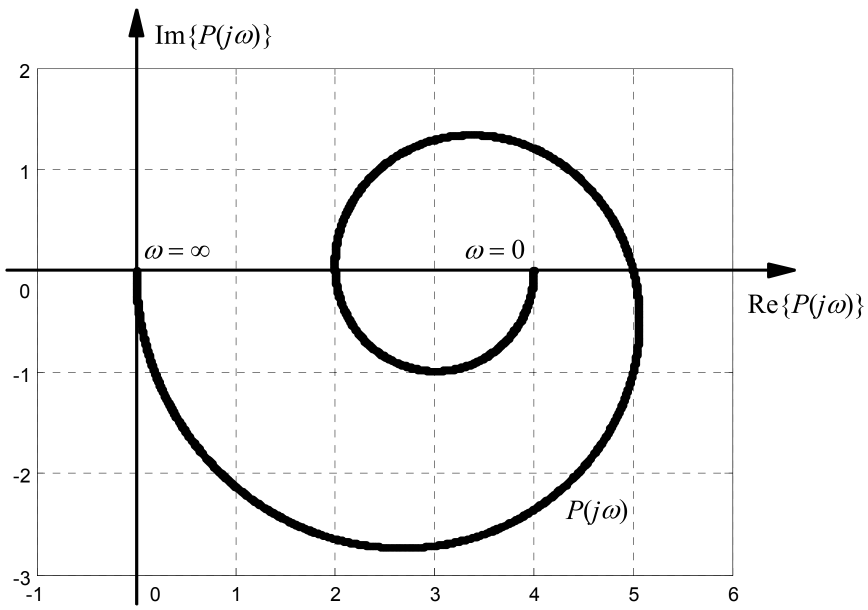
m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max}=\arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der BIBO-stabilen Strecke ist gegeben (für $0 \le \omega < \infty$):



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$. Was ergibt sich konkret für $K = -1$, $K = 0$ und $K = 1$?

Hinweis: $\Delta\text{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion
$$T(s) = \left. \frac{y(s)}{r(s)} \right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{4}{s+2}$$
lautet.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} u + \hat{\mathbf{b}} y$$
verwendet.

b) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\hat{s}_{1,2} = -3 \pm j$ besitzt.

Die obige Zusammenschaltung von Regelstrecke, Regler und Beobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}} r, \quad y = \overline{\mathbf{c}}^T \mathbf{z} \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$

c) Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\overline{\mathbf{A}}$, $\overline{\mathbf{b}}$ **und** $\overline{\mathbf{c}}^T$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 13.6.2008

NACHNAME:

Vorname(n):

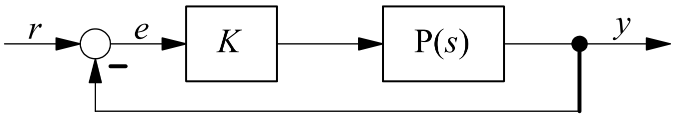
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	4	3	5	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Zeichnen Sie die Frequenzgangsortskurve $P(j\omega)$ der Strecke

$$P(s) = P_1(s) = \frac{4}{(s+1)^2}$$

für $0 < \omega < \infty$. Bestimmen Sie dazu die Punkte $P(j\omega_i)$ für $\omega_1 = 0$, $\omega_3 = \infty$, sowie für die Frequenz $0 < \omega_2 < \infty$ für die gilt: $arc\{P(j\omega_2)\} = -\pi/2$.

b) Wählen Sie nun als Strecke

$$P(s) = P_2(s) = \frac{16}{(s+1)^4} = P_1(s)P_1(s)$$

und bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweise: *i)* $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.
ii) Nutzen Sie ihre Ergebnisse aus Punkt a) für Punkt b)!

Aufgabe 2:

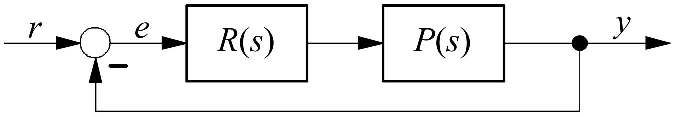
Gegeben ist ein Standardregelkreis (Blockschaltbild siehe Aufgabe 1) mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{3(-2s+1)}{(5s+1)(10s+1)}$$

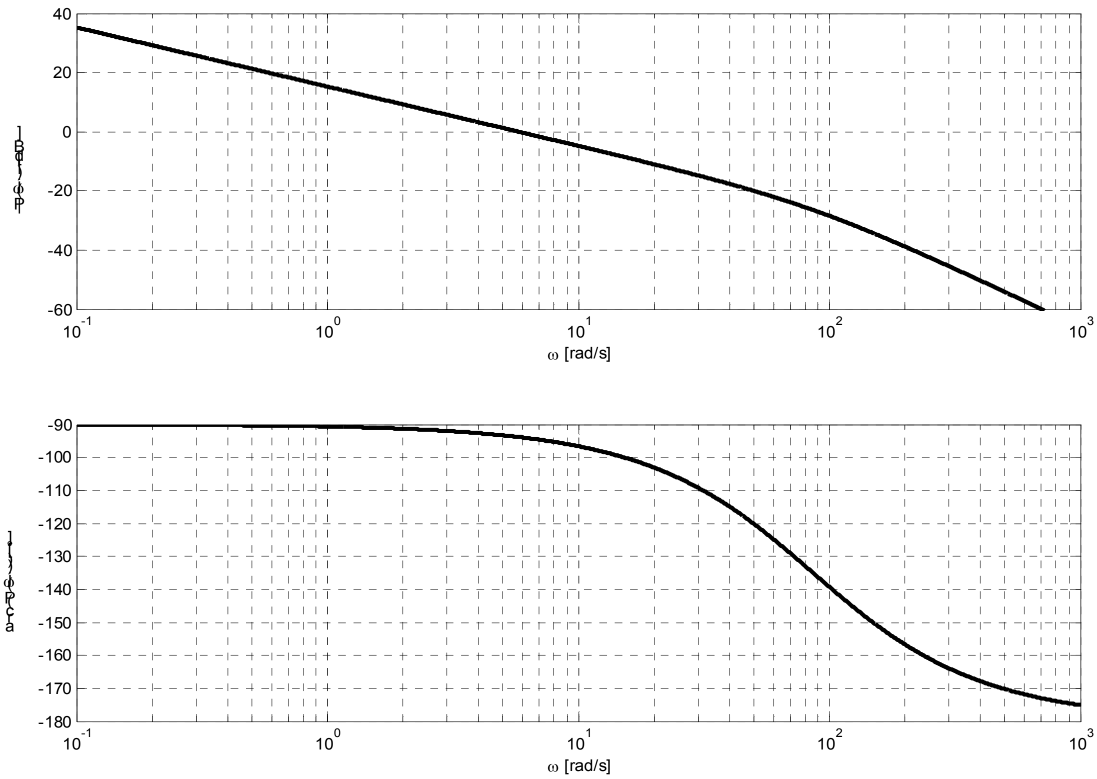
Bestimmen Sie den Wertebereich für den reellen Parameter K, sodass der geschlossene Regelkreis die BIBO Eigenschaft aufweist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von logarithmischen Frequenzkennlinien graphisch vor:



a) Es wird ein P-Regler $R(s) = K_P$ (mit dem reellen Parameter K_P) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 10$ % aufweist. Welche Anstiegszeit erhalten Sie näherungsweise für diesen Regler?

b) Welche bleibende Regelabweichung e_∞ erhalten Sie für den Regelkreis mit dem Regler aus Punkt (a) bei einer **sprungförmigen** Eingangsgröße $r(t) = \sigma(t)$? Welche bleibende Regelabweichung erhalten sie näherungsweise für eine **rampenförmige** Eingangsgröße $r(t) = t\sigma(t)$?

c) Zum Anfangszeitpunkt $t_0 = 0$ wird die Führungsgröße $r(t) = \sin(6t)$ auf den Regelkreis aufgeschaltet. Bestimmen Sie näherungsweise den **Maximalwert** der eingeschwungenen Antwort $y(t)\big|_{t\to\infty}$. Ergänzen Sie die obige Betragskennlinie der Strecke durch die Betragskennlinie $\left|T(j\omega)\right|_{dB}$ des geschlossenen Regelkreises.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -8 & -15 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 5 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises gilt

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\text{Anfangswerte}=0} = \frac{2s+4}{s^2+4s+4}$$