Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 20.10.2006

NACHNAME:

Vorname(n):

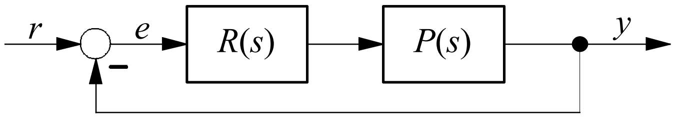
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

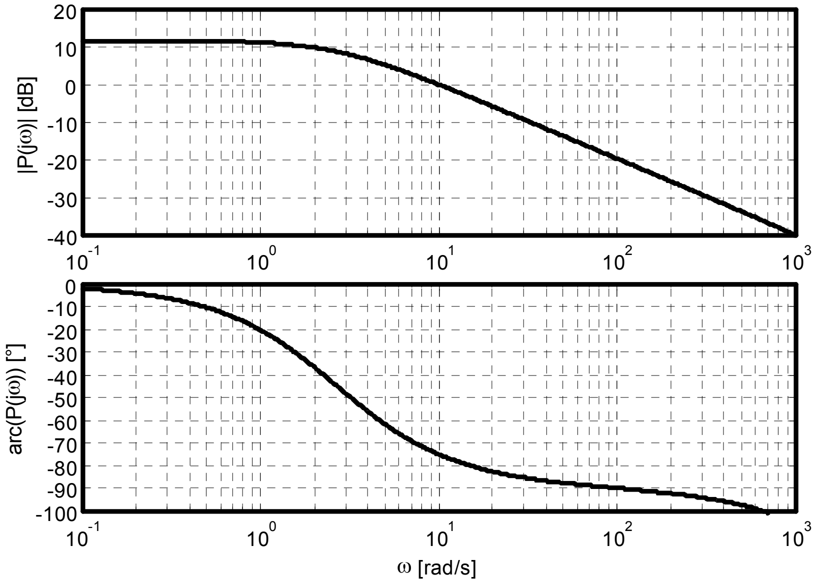
	1	2	3
erreichbare Punkte	8	5	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst soll ein integrierender Regler $R(s)=\dfrac{K}{s}$ (mit dem reellen Parameter K) so entworfen werden, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $0.15\ [\mathrm{s}]$ beträgt. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite $\ddot{u}$?

b) Ermitteln Sie für den unter a) dimensionierten Regler und der Führungsgröße $r(t)=2+3\sin(100t)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

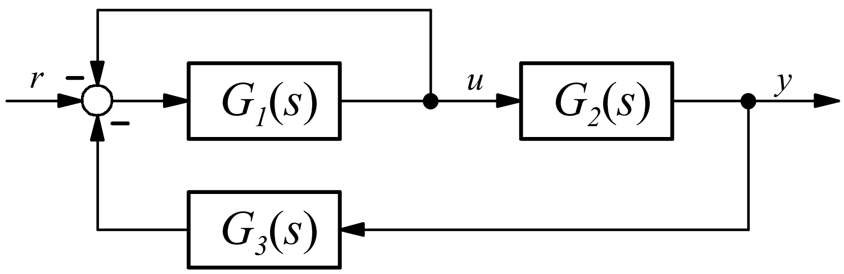
c) Als Regler wird nun $R(s)=\dfrac{K}{s}\cdot\dfrac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ mit $\omega_N=m\omega_Z$

angesetzt (K,ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle (näherungsweise) die Parameter ω_Z, ω_N **und** K so, dass gegenüber a) bei gleicher Anstiegszeit t_r die Überschwingweite $\ddot{u}$ auf ein Drittel reduziert wird.

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max}=\arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktionen gilt:

$$G_1(s) = \frac{2}{(s+2)(s+\alpha)}, \qquad G_2(s) = \frac{5}{s-1}, \qquad G_3(s) = 2.$$

(α ist hierbei ein reeller Parameter)

a) Zeigen Sie, dass für die Führungsübertragungsfunktion gilt:

$$T(s) = \frac{10}{s^3 + (\alpha+1)s^2 + \alpha s - (2\alpha - 18)}.$$

b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt.

i) Für welche Werte von α erhält man $y_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 1$?

ii) Für welche Werte von α erhält man $u_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} u(t) = 1$?

Hinweis: Für verschwindende Anfangswerte gilt $u(s) = \dfrac{y(s)}{G_2(s)}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y in Form der Übertragungsfunktion:

$$P(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s^2+s+1)}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\,, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

in der sogenannten *Steuerbarkeits-Normalform* an.

Zur Regelung des Systems aus Punkt a) wird nun ein Zustandsregler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt.

b) Ermitteln Sie $\mathbf{h}^T$ und V so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{6}{s^2+5s+6}$$

lautet.

c) Ist das geregelte System *steuerbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

d) Ist das geregelte System *beobachtbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, müsste für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden , d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.

e) Kann dafür *prinzipiell* ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

so entworfen werden, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ *beliebig* vorgebbare Eigenwerte annehmen kann ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 5.2.2007

NACHNAME:

Vorname(n):

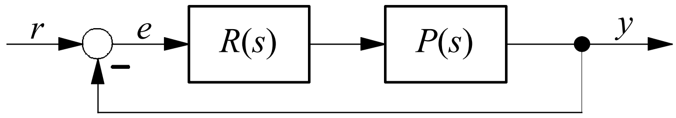
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

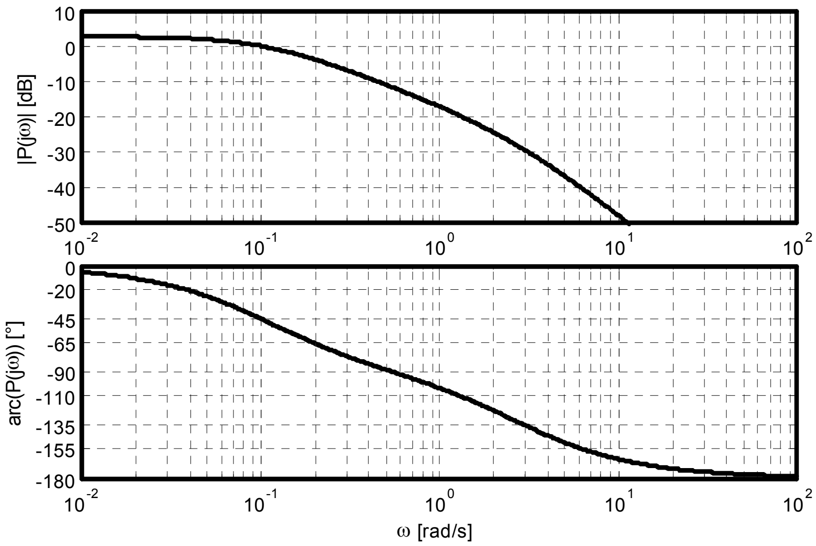
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll die Merkmale $M_p = 1.25$ und $e_\infty = 0$ aufweisen. Hierfür stehen drei verschiedene Regler zur Auswahl:

α) $R(s) = K$ β) $R(s) = Ks$ γ) $R(s) = \frac{K}{s}$

K ist hierbei ein reeller Parameter. Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens.

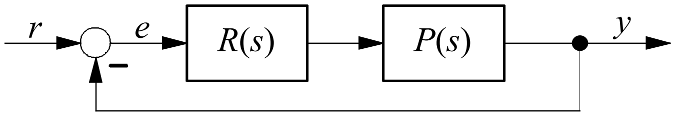
b) Die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises mit dem unter b) dimensionierten Regler soll bei gleicher Überschwingweite und gleicher bleibender Regelabweichung halbiert werden. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise.

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

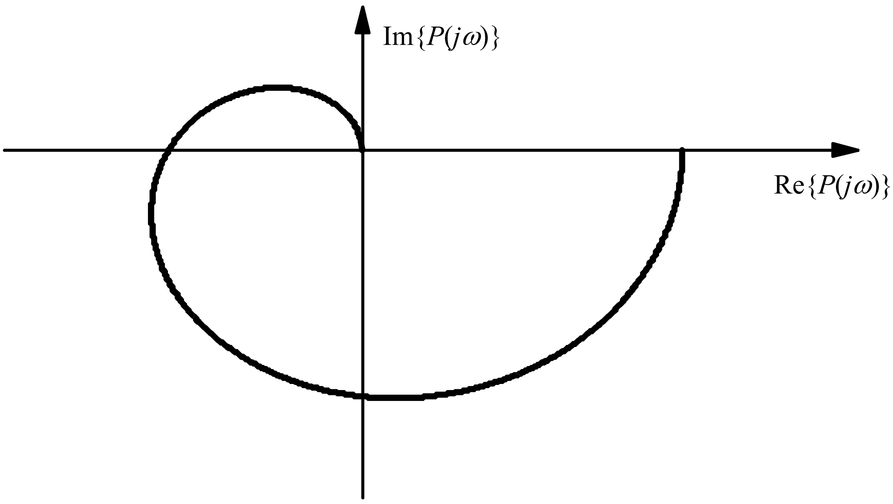
Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $$P(s) = \frac{2-s}{(s+2)(s+3)}.$$

Zusätzlich ist der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega < \infty$ mit einer qualitativen (nicht maßstäblichen) Skizze der Ortskurve gegeben:



a) Zeigen Sie, dass die Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse bei $S_1(-1/5\,|\,0)$ und $S_2(1/3\,|\,0)$ liegen.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ gilt:

$$e_\infty < \frac{1}{2}.$$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} =: \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_{1,2} = -1 \pm j$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

b) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\hat{s}_1 = -2$ und $\hat{s}_2 = -3$ besitzt.

c) Die obige Zusammenschaltung von Regelstrecke, Regler und Beobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$

$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

d) Ist die Matrix $\bar{\mathbf{A}}$ regulär ? (*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*)
Hinweis: Die Determinante einer Matrix entspricht dem Produkt ihrer Eigenwerte.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 16.3.2007

NACHNAME:

Vorname(n):

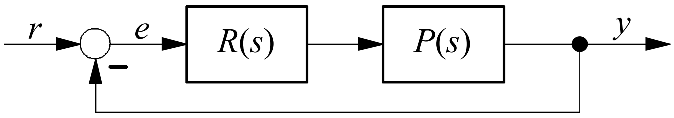
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

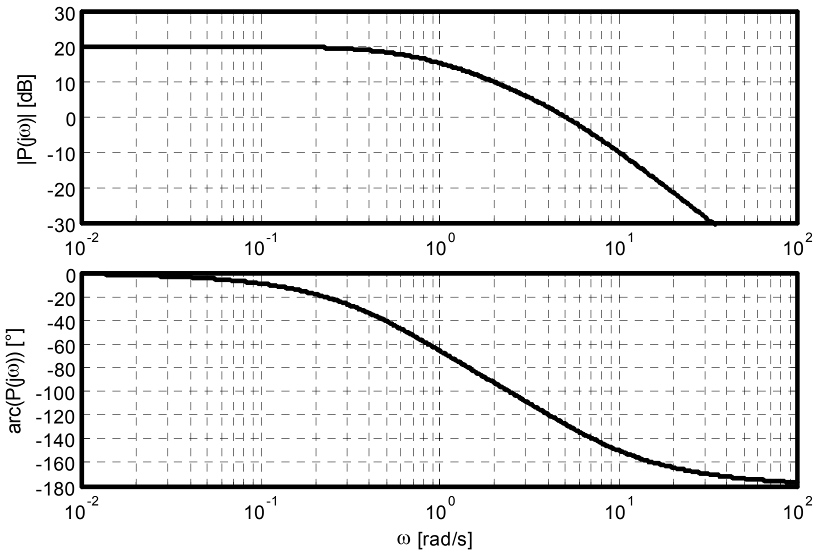
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



Ein selbsternannter „Control-Systems-Guru" entwirft nun mehrere Regler:

a) Zunächst ein einfacher Proportionalregler: $R(s) = 1/\sqrt{10}$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Anstiegszeit t_r sowie die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

b) Anschließend ein integrierender Regler: $R(s) = 5/s$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Durchtrittsfrequenz ω_c, die Anstiegszeit t_r sowie die bleibende Regelabweichung e_∞.

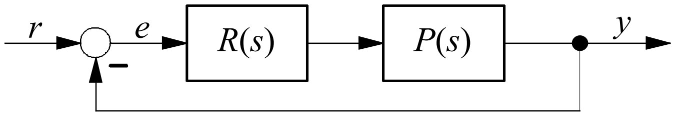
c) Abschließend etwas komplizierteres: $R(s) = \sqrt{1000}\,\dfrac{1+s/0.1}{1+s/0.01}$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Anstiegszeit t_r sowie die Überschwingweite $\ddot{u}$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

Hilfestellung:

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ und ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$. Ermitteln sie mit einer zum vorhergehenden Punkt b) **unterschiedlichen** Methode den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} =: \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{4}{s+2}$$

lautet.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

b) Aufgrund einer Management-Entscheidung stehen nur zwei Varianten für den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ zur Verfügung:

$$\alpha)\quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad\qquad \beta)\quad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Wählen Sie einen Vektor $\hat{\mathbf{b}}$. (B*egründen Sie Ihre Wahl!*)

c) Die obige Zusammenschaltung von Regelstrecke, Regler und Beobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$

$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ **und** $\bar{\mathbf{c}}^T$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 22.06.2007

Name / Vorname(n):

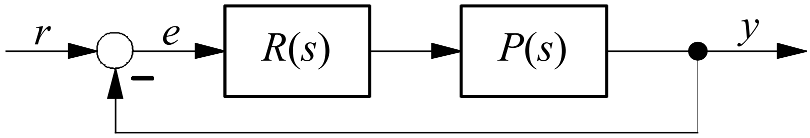
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	7	4	4	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt: $$P(s) = \frac{100(s+0.1)}{s(s+1)(s+100)}$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des offenen Kreises, wenn als Regler $R(s)=1$ gewählt wird. Bestimmen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_c.

b) Es soll nun eine Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers so ermittelt werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.014\,s$ besitzt und die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ verschwindet, d.h. $e_\infty = 0$ gilt.

Zur Lösung dieser Aufgabe haben Sie die Auswahl zwischen zwei Reglern (K und ω_1 sind reelle Parameter):

(i) $R(s) = K$

(ii) $R(s) = K\frac{(1+s/\omega_1)}{s}$

Wählen Sie einen Regler aus und begründen sie Ihre Wahl.

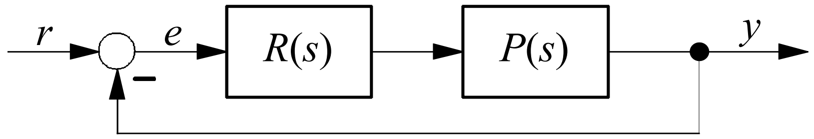
c) Dimensionieren Sie die in Punkt b) ausgewählten Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

d) Entwerfen Sie nun einen Regler, der bei gleicher Anstiegszeit t_r zu einem prozentualen Überschwingen von $\ddot{u} = 6\%$ führt. Geben Sie die komplette Reglerübertragungsfunktion an!

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \dfrac{s^2 + 5s + 4}{s^3}$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ (K reell)

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke und bestimmen Sie alle Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung!

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Für die Führungsübertragungsfunktionen zweier Regelkreise gilt:

Regekreis 1: $T_1(s) = \left.\dfrac{y_1(s)}{r_1(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = 0} = \dfrac{1}{s^3 + 2s + \alpha}$

Regekreis 2: $T_2(s) = \left.\dfrac{y_2(s)}{r_2(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = 0} = \dfrac{1}{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + (1+\alpha)s + \alpha}$

Bestimmen Sie für beide Regelkreise den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α, für den die jeweilige Führungsübertragungsfunktionen die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Zur Regelung stehen zwei Zustandsregler zur Verfügung:

(i) $u = -\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}^T \mathbf{x} + V\,r$ (ii) $u = -\begin{bmatrix} -5 & -5 \end{bmatrix}^T \mathbf{x} + V\,r$

Wählen Sie einen Regler (begründen sie Ihre Wahl!) und bestimmen Sie den Vorfaktor V so, dass die Bedingung $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$ erfüllt ist.

b) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h. $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + V\,r$. Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden. Berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s_1 = s_2 = -5$ liegen.