Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 28.10.2005

Name / Vorname(n):

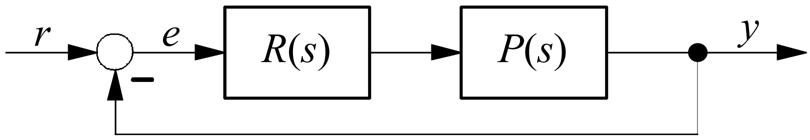
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS2004/05:

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	5	7
erreichte Punkte			

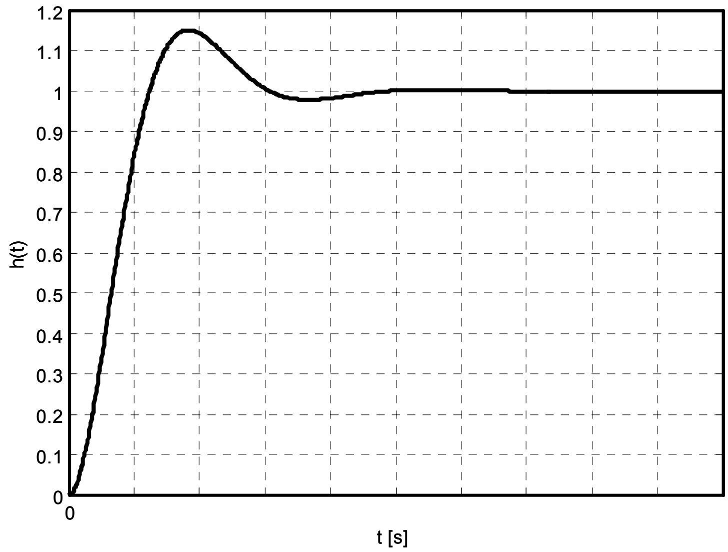
Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke besitze die Übertragungsfunktion $P(s)=\dfrac{1}{(s+1)^2}$.

Die Sprungantwort des geregelten Systems soll folgenden Verlauf aufweisen:



Aus Einsparungsgründen steht nur einer der beiden Regler

α) $R(s)=K$ $\qquad\qquad$ β) $R(s)=\dfrac{K}{s}$

zur Auswahl (K ist hierbei ein positiver reeller Parameter).

a) *Skizzieren* Sie die Sprungantwort der Regelstrecke $P(s)$.

b) Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geregelten Systems der Vorgabe entspricht.

c) Beschriften Sie die Zeitachse des obigen Diagramms der Sprungantwort so, dass es dem tatsächlichen Verhalten mit dem von Ihnen dimensionierten Regler näherungsweise entspricht.

d) Dokumentieren Sie mit Hilfe des *Nyquist*-Kriteriums, dass der Regelkreis mit dem von Ihnen dimensionierten Regler die BIBO-Eigenschaft aufweist.

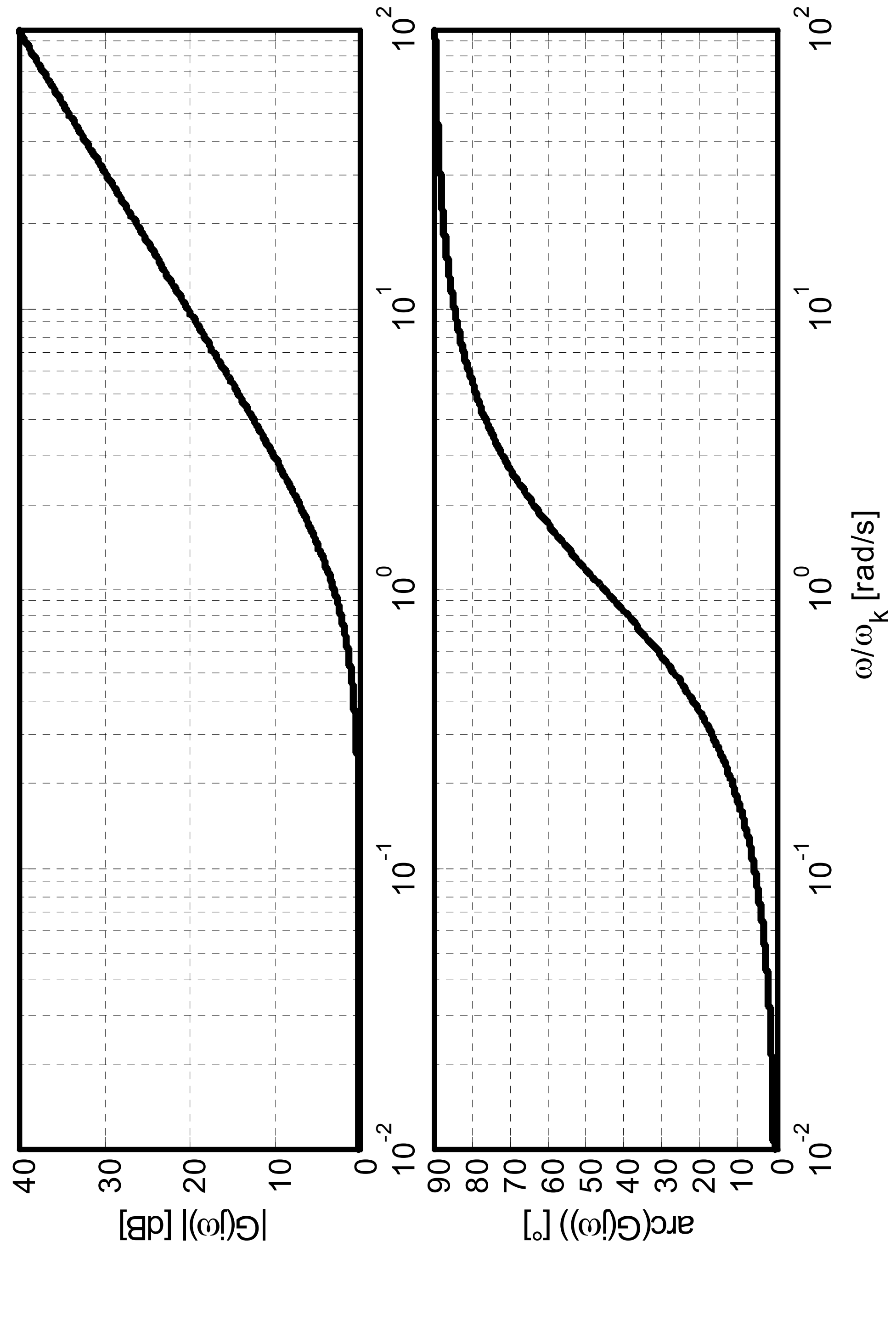
Hinweis zu Aufgabe 1 auf der nächsten Seite.

Hinweis zu Aufgabe 1:

Der Frequenzgang eines Linearfaktors mit der Übertragungsfunktion

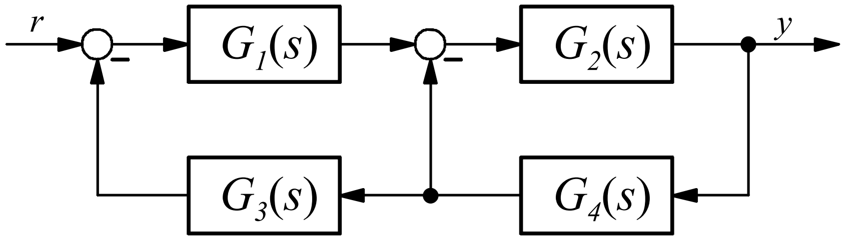
$$G(s) = 1 + \frac{s}{\omega_k}$$

weist folgende Form auf:



Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Berechnen Sie allgemein die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}$.

Für die Übertragungsfunktionen gilt:

$$G_1(s) = \frac{1}{s-2}, \qquad G_2(s) = \frac{6}{s+\alpha}, \qquad G_3(s) = 5, \qquad G_4(s) = \frac{1}{s+3}.$$

(α ist hierbei ein reeller Parameter)

b) Als Führungsgröße wird die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die eingeschwungene Ausgangsgröße $y_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} y(t)$ in Abhängigkeit des Parameters α. *Skizzieren* Sie den Verlauf der Funktion $y_\infty = f(\alpha)$ in einem Diagramm.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form
$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$
so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_{1,2} = -1$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$
verwendet werden.

b) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ besitzt.

c) Die obige Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

d) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 6.2.2006

Name / Vorname(n):

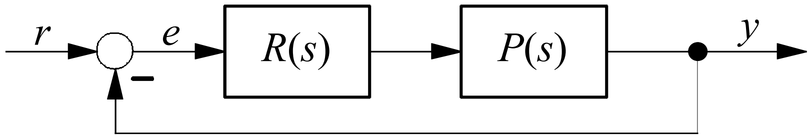
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS2005/06:

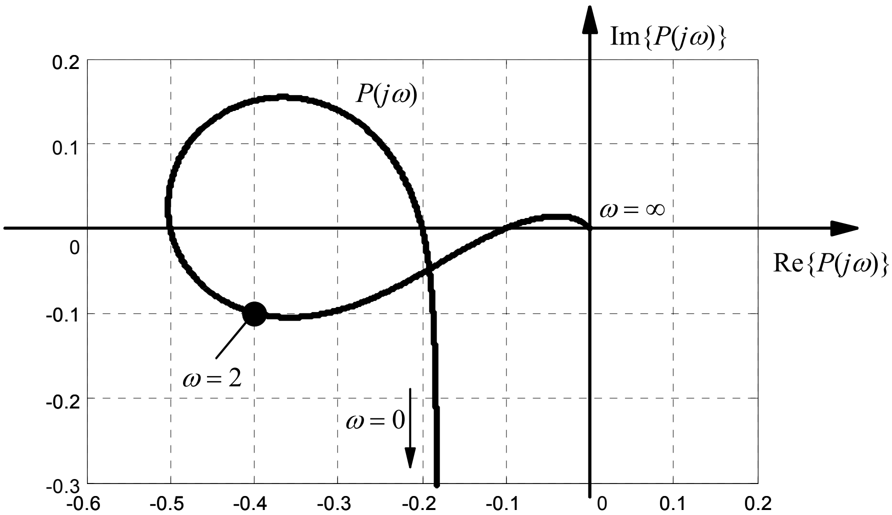
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	8	5
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Übertragungsfunktion der Strecke $P(s)$ ist bekannt, dass genau 2 ihrer 5 Pole einen negativen Realteil aufweisen. Zusätzlich liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega < \infty$ graphisch vor:



Als Regler soll nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt werden (K ist hierbei ein reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 3 + 5\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie im eingeschwungenen Zustand den Regelfehler $e(t)$ für:

α) $K = 1.0$
β) $K = 2.5$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y in Form der Übertragungsfunktion:

$$P(s) = \frac{s+1}{s^3 + s^2 + 2s + 3}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\,, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

in der sogenannten *Steuerbarkeits-Normalform* an.

Zur Regelung des Systems aus Punkt a) wird nun ein Zustandsregler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt.

b) Welchen Bedingungen müssen die Parameter h_1, h_2, h_3 und V genügen, damit das *geregelte* System *asymptotisch stabil* ist ?

c) Ermitteln Sie $\mathbf{h}^T$ so, dass alle Eigenwerte der Systemmatrix des geregelten Systems bei $s_i = -1$ liegen. Berechnen Sie die zugehörige Führungsübertragungsfunktion:

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}}$$

d) Bestimmen Sie V so, dass das geregelte System stationär genau ist, also für einen Einheitssprung als Führungsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllt ist.

e) Ist das geregelte System *steuerbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

f) Ist das geregelte System *beobachtbar* ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Zur Schätzung der Zustandsvariablen soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

a) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -3 \pm j2$ besitzt.

b) Die Zusammenschaltung von Regelstrecke und Zustandsbeobachter ergibt ein System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{z}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}u \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$y = \overline{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\overline{\mathbf{A}}$, $\overline{\mathbf{b}}$ und $\overline{\mathbf{c}}^T$.

c) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\overline{\mathbf{A}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 17.3.2006

NACHNAME:

Vorname(n):

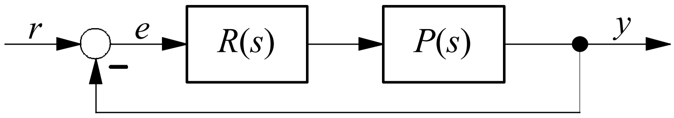
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

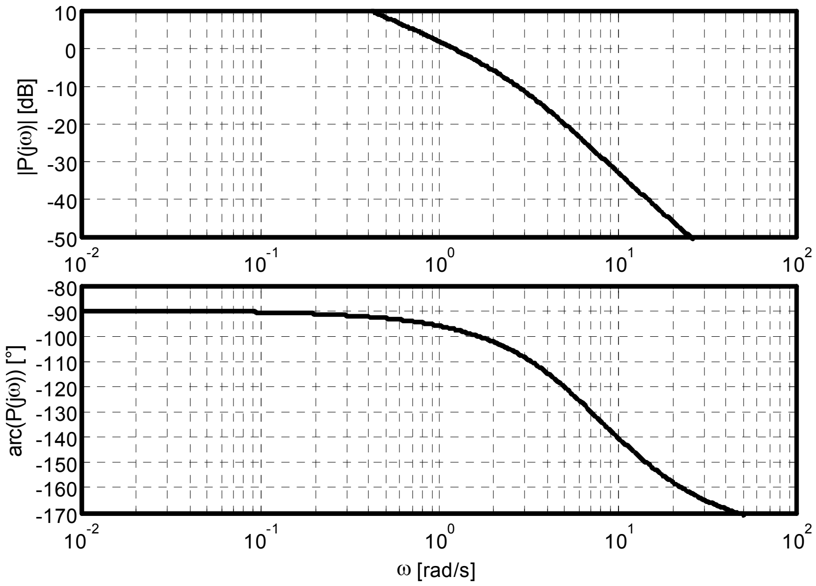
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	4	9
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst soll ein Regler so entworfen werden, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von 10 $[\%]$ aufweist und für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ gilt. Hierfür stehen die beiden Regler

$$\alpha)\quad R(s) = K \qquad\qquad \beta)\quad R(s) = \frac{K}{s}$$

zur Auswahl (K ist hierbei ein reeller Parameter). Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens. Wie groß ist die zu erwartende Anstiegszeit t_r ?

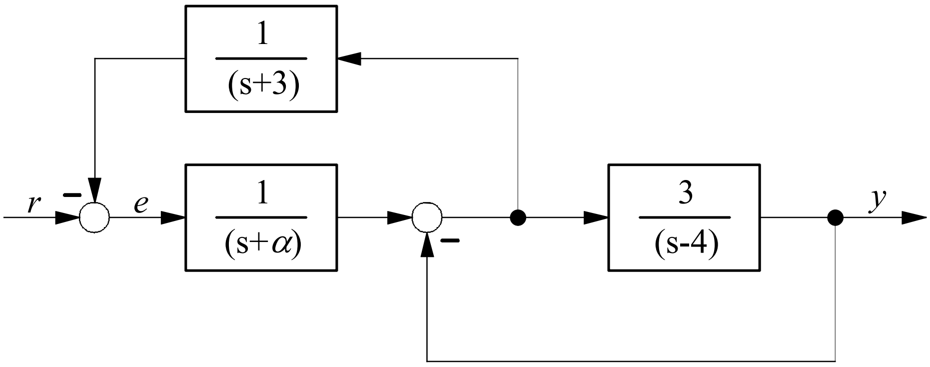
b) Als Regler wird nun $R(s) = K \cdot \dfrac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N}$ mit $\omega_N = m\omega_Z$

angesetzt (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle (näherungsweise) die Parameter ω_Z, ω_N **und** K so, dass gegenüber a) bei gleichem Überschwingen die Anstiegszeit t_r halbiert wird.

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(α ist hierbei ein reeller Parameter.)

a) Zeigen Sie, dass für die Führungsübertragungsfunktion gilt:

$$T(s) = \frac{3(s+3)}{s^3 + (\alpha+2)s^2 + (2\alpha-2)s - (3\alpha+4)}.$$

b) Als Führungsgröße wird die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters α.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 11 & 6 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird die Vorschrift $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ herangezogen. Für die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ stehen 3 Möglichkeiten zur Auswahl:

(i) $T(s) = \dfrac{8}{(s+2)^3}$

(ii) $T(s) = \dfrac{6}{s^2+5s+6}$

(iii) $T(s) = \dfrac{s+6}{s^2+5s+6}$

a) Wählen Sie die einzig mögliche Führungsübertragungsfunktion (*begründen Sie Ihre Wahl!*) und bestimmen Sie die Größen $\mathbf{h}^T$ und V.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, soll ein **einfacher** Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

eingesetzt werden.

b) Geben Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ an. Klingt der Schätzfehler für jeden beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}(0)$ für $t \to \infty$ ab ? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Für die praktische Realisierung obiger Regelung wird nun der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ verwendet, also $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$. Diese Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

d) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 23.6.2006

NACHNAME:

Vorname(n):

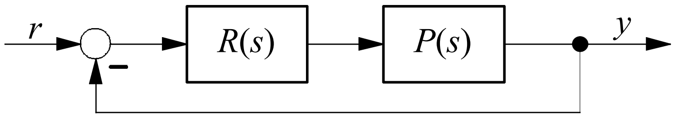
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

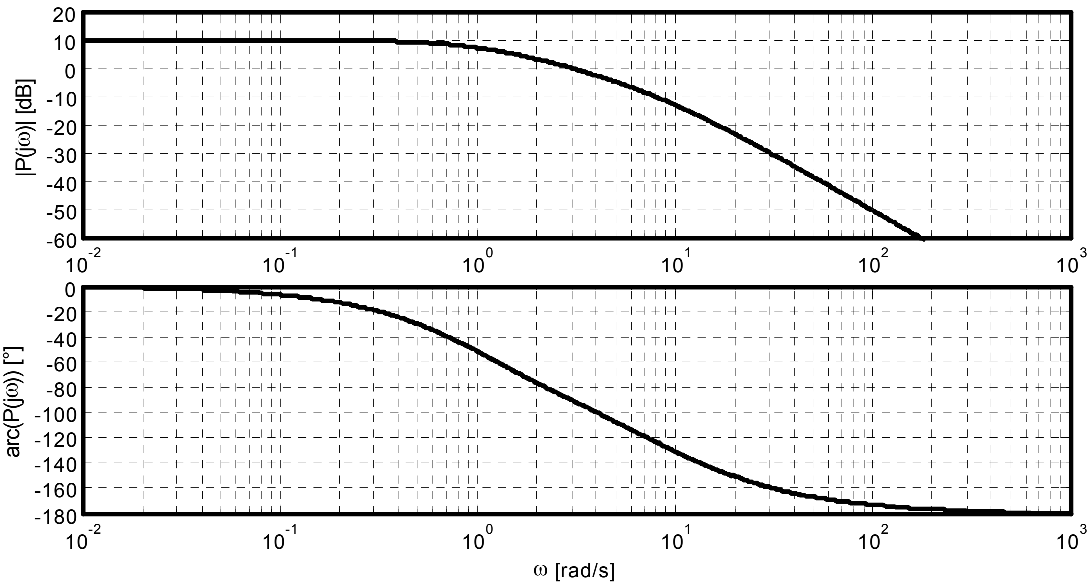
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



a) Zunächst wird der Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt. Ermitteln Sie für die Führungsgröße $r(t)=2\sin(3t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand.*

b) Für die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises sollen nun die Spezifikationen

$$\ddot{u} \leq 50\ [\%], \quad t_r \leq 0.1\ [s] \quad \text{und} \quad e_\infty \leq 0.01$$

(näherungsweise) erfüllt werden. Hierfür stehen die beiden Regler

$$\alpha)\quad R(s)=K \qquad\qquad \beta)\quad R(s)=\frac{K}{s}$$

zur Auswahl (K ist hierbei ein reeller Parameter). Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens. Wie groß ist die erzielte Durchtrittsfrequenz ω_c ?

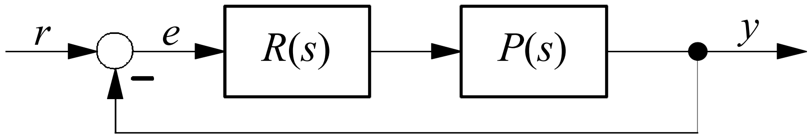
c) Um die Überschwingweite drastisch zu reduzieren, wird *zusätzlich* ein lead-Glied mit $\omega_Z=10$ und $\omega_N=100$ eingesetzt. Die neue Reglerübertragungsfunktion lautet daher (abhängig von der unter b) getroffenen Wahl)

$$\alpha)\quad R(s)=K\cdot\frac{1+s/10}{1+s/100} \quad \text{oder} \quad \beta)\quad R(s)=\frac{K}{s}\cdot\frac{1+s/10}{1+s/100}$$

mit dem bereits unter b) bestimmten Wert für den Parameter K. Ermitteln Sie näherungsweise und nachvollziehbar die neue Durchtrittsfrequenz ω_c.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet:

$$P(s) = \frac{4}{s(s+\alpha)^2}.$$

(α ist hierbei ein reeller positiver Parameter.) Weiters ist bekannt, dass die Ortskurve $P(j\omega)$ die reelle Achse im Punkt -0.25 schneidet.

a) Bestimmen Sie den Parameter α.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$.

Als Regler soll nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) eingesetzt werden.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ gilt:

$$|e_\infty| < \frac{1}{10}.$$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form
$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$
so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_{1,2} = -2 \pm j2$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür wird ein Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$
verwendet. Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \overline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} . & 2 & . & -1 \\ . & 1 & . & -2 \\ . & 1 & -4 & 0 \\ . & 7 & -12 & -8 \end{bmatrix},$$
$$y = \overline{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

wobei durch ein fehlerhaftes Speichermedium leider einige Elemente der Dynamikmatrix $\overline{\mathbf{A}}$ verloren gingen.

b) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Dynamikmatrix $\overline{\mathbf{A}}$ sowie die Systemgrößen $\overline{\mathbf{b}}$ und $\overline{\mathbf{c}}^T$ (zahlenmäßig).

c) Berechnen Sie *alle* Lösungen der charakteristischen Gleichung $\det\left(s\mathbf{E} - \overline{\mathbf{A}}\right) = 0$.