Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 29.10.2004

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS 2003/04:

	1	2	3
erreichbare Punkte	5	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $P(s)$ einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = \frac{s+1}{s\,(s-1)}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell der Form $\dfrac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,\ \ y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$ in der so genannten *Steuerbarkeits-Normalform* an.

Zur Regelung des Systems aus Punkt a) wird nun ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt.

b) Ermitteln Sie $\mathbf{k}^T$ und V so, dass alle Eigenwerte der Systemmatrix des geregelten Systems bei $s = -2$ liegen. Ermitteln Sie die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} .$$

c) Ermitteln Sie $\mathbf{k}^T$ und V so, dass gilt:

$$T(s) = \frac{2}{s+2} .$$

Wo liegen die Eigenwerte der Systemmatrix des geregelten Systems? Auf welche Systemeigenschaften ist es zurückzuführen, dass im vorliegenden Fall die Ordnung von $T(s)$ *niedriger* ist als die Ordnung von $P(s)$? (*Begründen Sie Ihre Antworten*)

Aufgabe 2:

Gegeben sei das folgende mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}u \qquad y = \begin{pmatrix} \delta & \delta \end{pmatrix}\mathbf{x}$$

Hierbei sind α, β und δ reelle Parameter.

a) Bestimmen Sie den Wertebereich von α, β und δ, für den obiges System asymptotisch stabil ist.

b) Für welche Werte von α, β und δ kann das System in die *Diagonalform* transformiert werden?

c) Bestimmen Sie den Wertebereich von α, β und δ, für den das System in die *Steuerbarkeits-Normalform* transformiert werden kann.

d) Bestimmen Sie die Werte von α, β und δ so, dass - bei verschwindendem Anfangszustand und $u(t) = \sigma(t)$, also für die Sprungantwort des Systems - gilt: $y(t) = 2t$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein mathematisches Modell mit der Eingangsgröße *u*, der Ausgangsgröße *y* und dem Zustandsvektor **x**:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u \qquad y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

Da der Zustandsvektor **x** nicht vollständig messtechnisch erfassbar ist, muss z. B. für eine Zustandsregelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden.

a) Entwerfen Sie einen Zustandsbeobachter so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s = -1$ liegen.

b) Fassen Sie nun die Regelstrecke mit dem entworfenen Beobachter als *ein* System mit der Eingangsgröße *u*, der Ausgangsgröße *y* und dem Zustandsvektor $\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$ auf. Ermitteln Sie das zugehörige mathematische Modell in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} &= \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{b}}u \\ y &= \bar{\mathbf{c}}^T \bar{\mathbf{x}} \end{aligned}.$$

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien in der $x_1 - \hat{x}_1$ -Ebene und in der $x_2 - \hat{x}_2$ -Ebene bei verschwindender Eingangsgröße *u*, wenn für die Anfangszustände gilt:

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{x}}_0 = \hat{\mathbf{x}}(t=0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 8.2.2005

Name / Vorname(n):

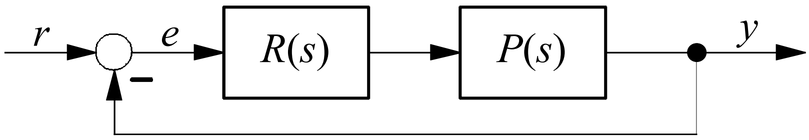
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS2004/05:

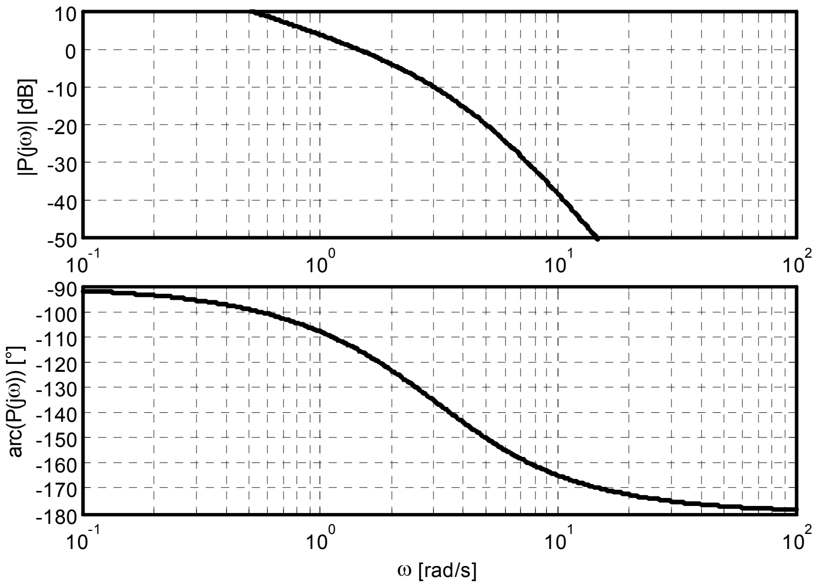
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen graphisch vor:



a) Als Regler wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) eingesetzt. Ermitteln Sie für $K = \sqrt{20}$ den Regelfehler $e(t)$ *im eingeschwungenen Zustand*, wenn als Führungsgröße $r(t) = \sin(3t)$ gewählt wird.

b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises 0.3 $[\mathrm{s}]$ beträgt. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p ? (*Begründen Sie Ihre Antwort.*)

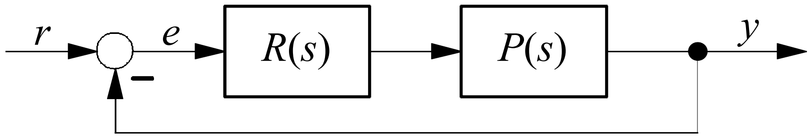
c) Als Regler wird nun $R(s) = K \cdot \dfrac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N}$ mit $\omega_N = m\omega_Z$

angesetzt (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle (näherungsweise) die Parameter ω_Z und ω_N so, dass gegenüber b) bei gleicher Anstiegszeit t_r das prozentuale Überschwingen halbiert wird.

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet:

$$P(s) = \frac{4}{s(s+1)(s+4)} .$$

a) Skizzieren Sie den Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke zunächst in Form von Bode-Diagrammen. Skizzieren Sie anschließend in der komplexen Ebene die zugehörige Ortskurve $P(j\omega)$. Ermitteln Sie anhand dieser qualitativen Skizze die Anzahl der Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

b) Berechnen Sie die exakten Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse.

Als Regler soll ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) verwendet werden.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < \frac{1}{3} .$$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion dieser Regelstrecke.

b) Ist die Regelstrecke steuerbar ? Ist sie beobachtbar ? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an.*)

c) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_{1,2} = -1 \pm j$ und $\lambda_3 = -2$ liegen.

d) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion des geregelten Systems, also

$$T(s) = \left. \frac{y(s)}{r(s)} \right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} .$$

e) Legen Sie den Parameter V des Regelgesetzes so fest, dass für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim\limits_{t \to \infty} y(t) = 1$.

f) Ist das geregelte System steuerbar ? Ist es beobachtbar ? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an.*)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 14.3.2005

Name / Vorname(n):

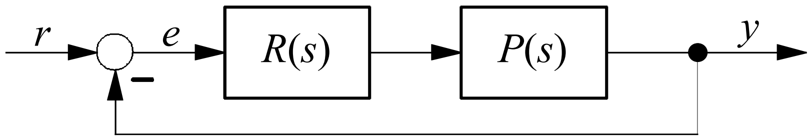
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS2004/05:

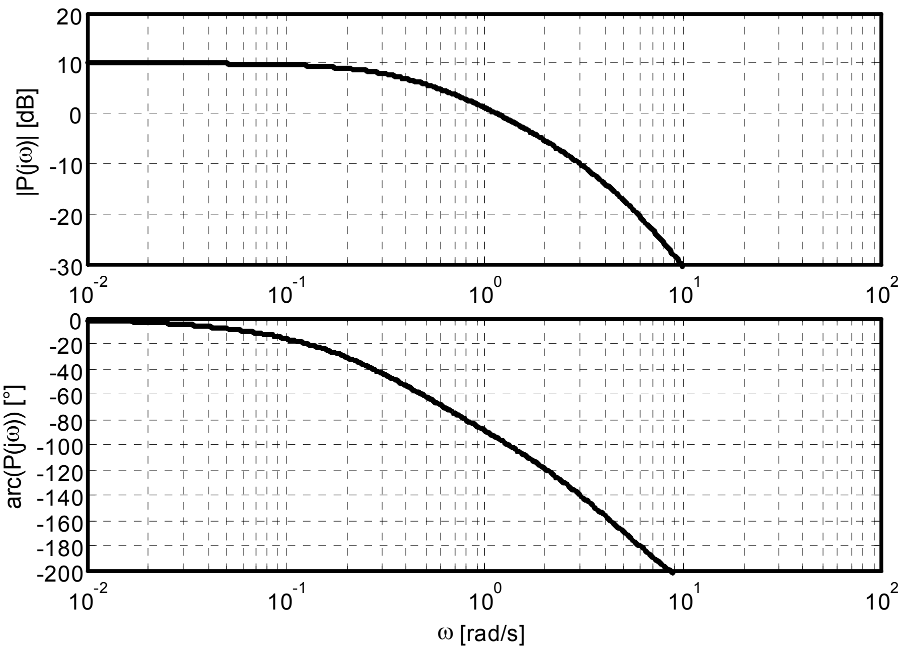
	1	2	3
erreichbare Punkte	8	4	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass sie 3.Ordnung ist und keine Polstellen mit positivem Realteil sowie keine Nullstellen besitzt. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen graphisch vor:



Als Regler wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) verwendet.

a) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die zugehörige Ortskurve $P(j\omega)$. Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse und ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises 0.5 $[\mathrm{s}]$ beträgt. Wie groß ist die zu erwartende bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$, wenn als Führungsgröße die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt wird ? (*Begründen Sie Ihre Antwort.*)

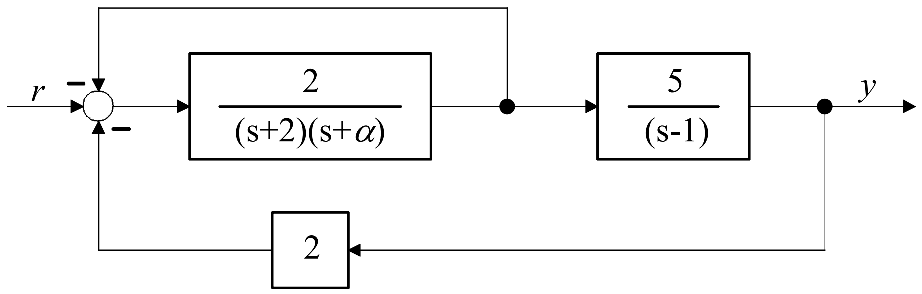
(Fortsetzung von Aufgabe 1 auf der nächsten Seite !)

Als Regler wird nun $R(s) = K \cdot \frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ eingesetzt (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter).

c) Dimensionieren Sie die Parameter K, ω_Z und ω_N so, dass gegenüber b) bei gleicher Anstiegszeit t_r die bleibende Regelabweichung um den Faktor $\frac{11}{101}$ reduziert wird. Wie groß ist die mit dem gerade entworfenen Regler zu erwartende Überschwingweite M_p ? (*Begründen Sie Ihre Antwort.*)

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(α ist hierbei ein reeller Parameter)

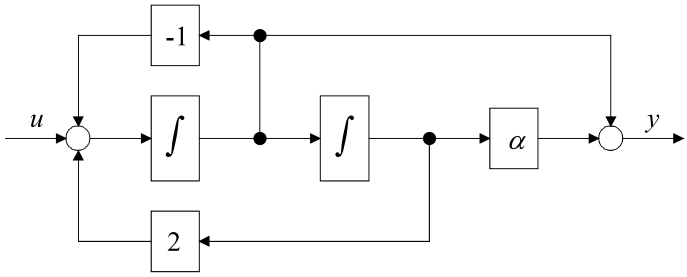
a) Zeigen Sie, dass für die Führungsübertragungsfunktion gilt:

$$T(s) = \frac{10}{s^3 + (\alpha+1)s^2 + \alpha s - (2\alpha - 18)}.$$

b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Strukturbild eines Systems (Regelstrecke) mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



(α sei hierbei ein wählbarer reeller Parameter)

a) Stellen Sie dazu ein mathematisches Modell der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$, $y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$ auf.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$, $s_2 = -2$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h. $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$. Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form $\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ verwendet werden. **Hierbei ist zu beachten, dass der Parameter α nur die Werte -1 oder $+1$ annehmen kann.**

c) Wählen Sie einen Wert für α. *(Begründen Sie Ihre Wahl!)*

d) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 2** am 24.6.2005

Name / Vorname(n):

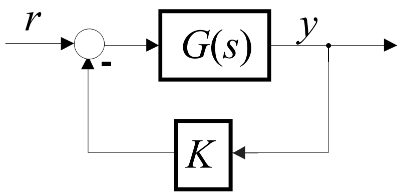
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Matlab-Übung WS2004/05:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	5	4	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist K ein *beliebiger* reeller Parameter, für die Übertragungsfunktion $G(s)$ gilt:

$$G(s) = \frac{2}{s(s+1)^2}$$

a) Skizzieren Sie für $\omega \geq 0$ in der komplexen Ebene die Ortskurve $G(j\omega)$. Geben Sie die Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $G(j\omega)$ mit der reellen Achse an.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquist*-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h. $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $y_\infty = f(K)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines Systems:

$$T(s) = \frac{\sqrt{2}}{s^2 + s + \sqrt{2}}$$

a) Geben Sie einen Standardregelkreis an, der $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion besitzt.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die Anstiegszeit und die Überschwingweite der Sprungantwort von $T(s)$. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Sprungantwort.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y in Form der Übertragungsfunktion

$$G(s)=\frac{s+1}{s^2-2s+1}$$

a) Geben Sie für obige Regelstrecke ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{b}u, \qquad y=\mathbf{c}^T\mathbf{x}+du$$

in *Steuerbarkeits*-Normalform an.

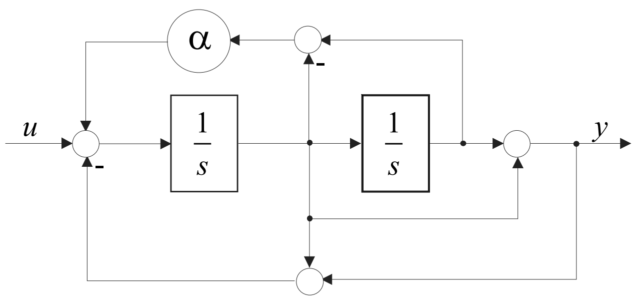
b) Ermitteln Sie einen Zustandsregler der Form $u=-\mathbf{k}^T\mathbf{x}+Vr$ so, dass das Übertragungsverhalten des resultierenden *Regelkreises* mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y durch die Differentialgleichung

$$\frac{dz}{dt}=-z+r$$
$$y=z$$

beschrieben werden kann.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Strukturbild einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



(α sei hierbei ein reeller Parameter)

a) Stellen Sie dazu ein mathematisches Modell der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{b}u, \quad y=\mathbf{c}^T\mathbf{x}+du$ auf.

b) Für welche Werte von α ist das System beobachtbar?

c) Zur Schätzung der Zustandsvariablen wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}=\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}+\mathbf{b}u+\hat{\mathbf{b}}y$$

herangezogen. Ermitteln Sie für den Fall $\alpha=1$ die Systemgrößen $\hat{\mathbf{A}}$ und $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e}=\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}$ bei $s_1=-1$ und $s_2=-3$ liegen.