Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 23.06.2021 [1]

Name / Vorname(n):

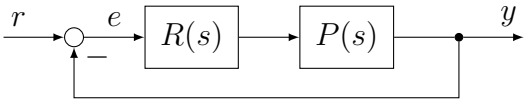
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	2	3	3	19
erreichte Punkte									

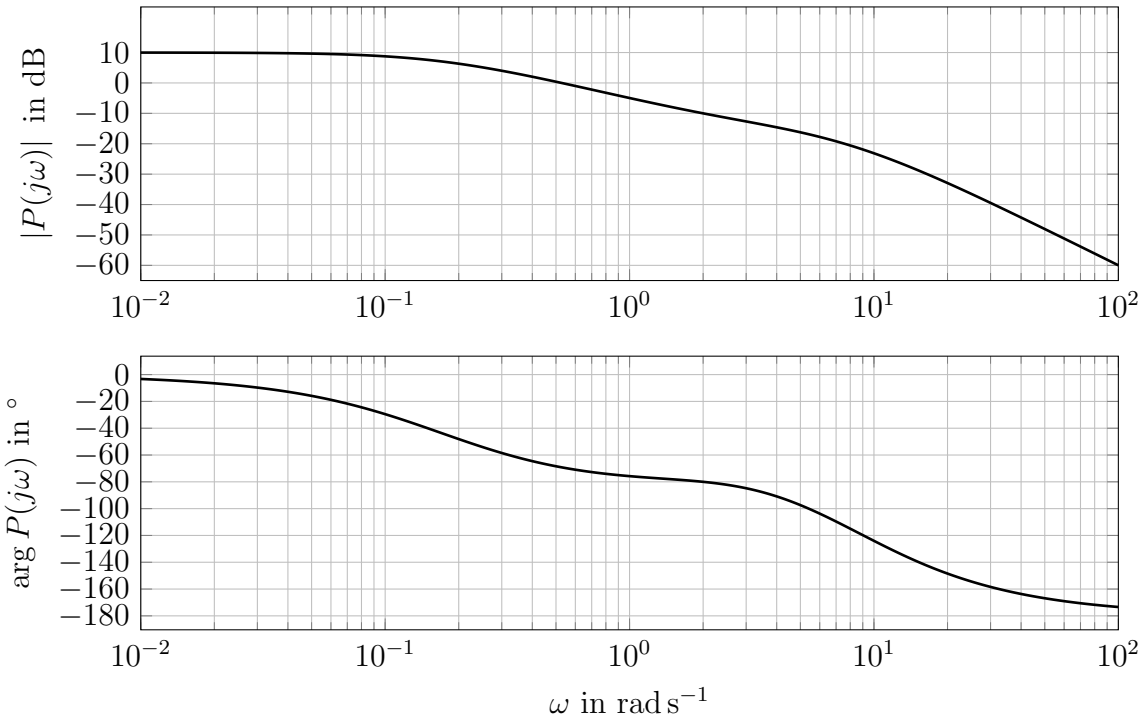
[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines BODE-Diagrammes vor:



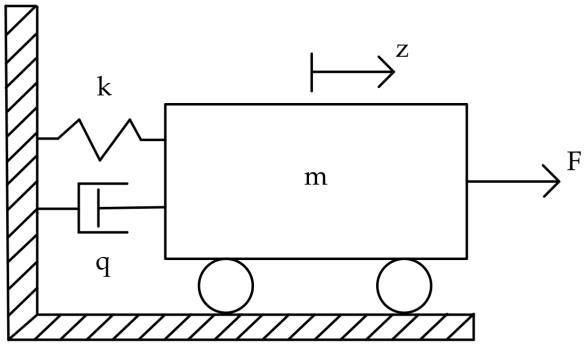
a) Es soll ein PI-Regler zum Einsatz kommen. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

b) Dimensionieren Sie die Parameter des Reglers so, dass der geschlossene Regelkreis in etwa eine Anstiegszeit $t_r \approx 0.75s$ und eine Überschwingweite von $M_P \approx 1.15$ aufweist.

c) Wie groß ist der zu erwartende bleibende Regelfehler e_∞ für $r(t) = t\sigma(t)$?

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines mechanischen Systems,

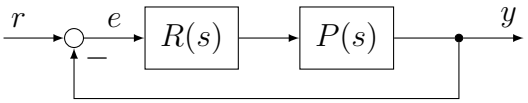


wobei die Masse m durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_k = kz$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_q = q\dot{z}$ an eine starre Wand gekoppelt ist. Auf die Masse m wirkt zusätzlich die Kraft F. Weitere Kräfte (wie zum Beispiel eine Reibung) wirken nicht auf die Masse.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y_1 soll der Beschleunigung der Masse m entsprechen, die Ausgangsgröße y_2 soll der Geschwindigkeit der Masse m entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

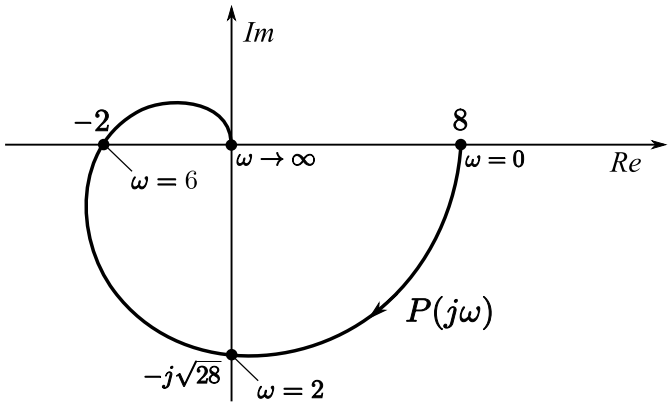
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y_1 = \mathbf{c}_1^T\mathbf{x} + d_1u \qquad y_2 = \mathbf{c}_2^T\mathbf{x} + d_2u.$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ besitzt die *BIBO Eigenschaft*. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist gegeben:



Als Regler wird ein I-Regler $R(s) = \frac{K_\mathrm{I}}{s}$ mit dem reellen Parameter K_I eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K_I, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 2 + \cos(6t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im sogenannten eingeschwungenen Zustand, d.h. für große Werte des Zeitparameters t, für folgende Werte des Reglerparameters K_I:

$$\text{i) } K_\mathrm{I} = \frac{1}{2}, \qquad \text{ii) } K_\mathrm{I} = \frac{3}{8}.$$

Aufgabe 4:

Die Transitionsmatrix eines LZI Systems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du \end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$ ist gegeben als

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-t} & e^{-t} - e^{-3t} \\ 0 & 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}.$$

a) Untersuchen Sie, ob dieses LZI System für $u(t) \equiv 0$ asymptotisch stabil ist.

b) Es werden nun an diesem System zwei Experimente mit identen Eingangssignalen $\hat{u}(\tau) = \tilde{u}(\tau) = u_1(\tau)$ für $0 \leq \tau \leq t$ und unterschiedlichen Anfangswerten $\hat{\mathbf{x}}_0 \neq \tilde{\mathbf{x}}_0$:

- Experiment 1: $\mathbf{x}(t=0) = \hat{\mathbf{x}}_0$
- Experiment 2: $\mathbf{x}(t=0) = \tilde{\mathbf{x}}_0$

durchgeführt. Dadurch ergeben sich die folgenden Verläufe der Systemausgänge:

- Experiment 1: $\hat{y}(t) = \Upsilon \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ u_1 \end{pmatrix}$
- Experiment 2: $\tilde{y}(t) = \Upsilon \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_0 \\ u_1 \end{pmatrix}$

Gilt für dieses System $\lim_{t\to\infty}(\hat{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)) = \mathbf{0}$ für beliebige Anfangswerte $\hat{\mathbf{x}}_0$, $\tilde{\mathbf{x}}_0$? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 6:

Gegegeben sei das System

$$\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_1 x_2$$
$$\dot{x}_2 = x_1^2 - x_2$$

mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte $\mathbf{x}_{R1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{R2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ Ruhelagen des Systems sind.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zum Punkt $\mathbf{x}_{R2}$.

c) Beurteilen sie nachvollziehbar die asymptotische Stabilität des in Punkt b) ermittelten linearen zeitinvarianten Systems.

Aufgabe 7:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$

soll ein realisierbarer PD-Regler eingesetzt werden.

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion möglichst niedriger Ordung eines realisierbaren PD-Reglers an.

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ eines Standardregelkreises mit der gegebenen Strecke und den in Punkt a) ermittelten PD-Regler.

c) Begründen sie nachvollziehbar ob dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckenausgang stationär unterdrücken kann.

Aufgabe 8:

Für die Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3}$$

ist ein erweiterter Regelkreis auszulegen.

a) Die Führungsübertragungsfunktion soll

$$T(s) = \frac{\alpha}{(s+2)^v}$$

sein. Ermitteln Sie nachvollziehbar sinnvolle Werte für den konstanten Parameter α und den konstanten Exponent v.

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ des erweiterten Regelkreises.

c) Geben Sie die Realisierung des Reglers als ein dynamisches System der Form

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_R &= \mathbf{A}_R \mathbf{x}_R + b_r r + b_y y \\ u &= \mathbf{c}_R^T \mathbf{x}_R + d_r r + d_y y \end{aligned}$$

an. Wie lauten $\mathbf{A}_R$, $\mathbf{b}_r$, $\mathbf{b}_y$, $\mathbf{c}_R^T$, d_r und d_y?

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 28.10.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	3	4	4	2	2	3	20
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei das autonome System

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

mit der Ausgangsgröße

$$y = 3x_1 + x_2.$$

a) Berechnen Sie die Transitionsmatrix für das gegebene System.

b) Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^2 + (x_2 - 1)\cos(x_1) \\ \dot{x}_2 &= e^{x_1} - u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

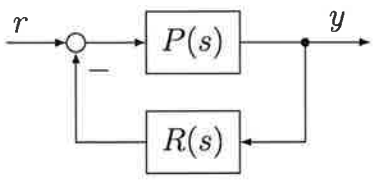
a) Ermitteln Sie für den Fall $u = u_R = 1$ alle Ruhelagen des Systems.

b) Geben Sie für alle Ruhelagen lineare zeitinvariante Zustandsmodelle zur Approximation des Systemverhaltens „nahe“ zur betrachteten Ruhelage an.

c) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktionen der in b) ermittelten Zustandsmodelle.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgende Regelkreisstruktur



mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{7+s}{s(s+2)}.$$

a) Zeigen Sie, dass $\Delta(s) = s^3 + 6s^2 + 14s + 7$ ein Hurwitz-Polynom ist.

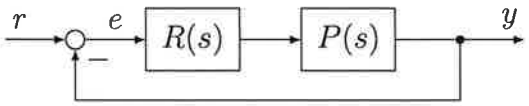
b) Legen Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ so aus, dass die Übertragungsfunktion von r nach y das Nennerpolynom $\Delta(s)$ hat.

c) Berechnen Sie $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand (d.h. für $t \to \infty$) für $r(t) = 2$.

d) Modifizieren Sie den Regelkreis so, dass im eingeschwungenen Zustand $y(t) = r(t)$ für $r(t) = 2$ gilt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgende Regelkreisstruktur



mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{100}{(s+1)(s+10)}.$$

a) Dimensionieren Sie einen PI-Regler

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{s}$$

so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $0.15s$ und ein prozentuales Überschwingen von 25% aufweist. Wie groß ist die zu erwartende bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$?

b) Erweitern Sie den in Punkt a) entworfenen Regler so, dass die prozentuale Überschwingweite bei gleichbleibender Anstiegszeit nur noch ca. 6% beträgt.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Übertragungsfunktion

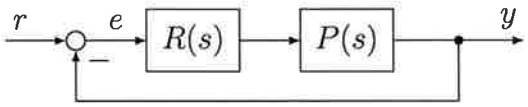
$$G(s) = \frac{s}{s+1}.$$

a) Geben Sie ein Zusandsmodell mit der Zusandsgröße x an, welches dasselbe Übertragungsverhalten aufweist.

b) Geben Sie eine zeitdiskrete Approximation des Systems an. Verwenden Sie dazu die Vorwärts-Euler-Integration der mit Abtastzeit $T_d = 2s$. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y_3 = y(3T_d)$ der zeitdiskreten Approximatin für $x_0 = 0$ und $(u_k) = (0, 1, 2, 3, \dots)$.

Aufgabe 6:

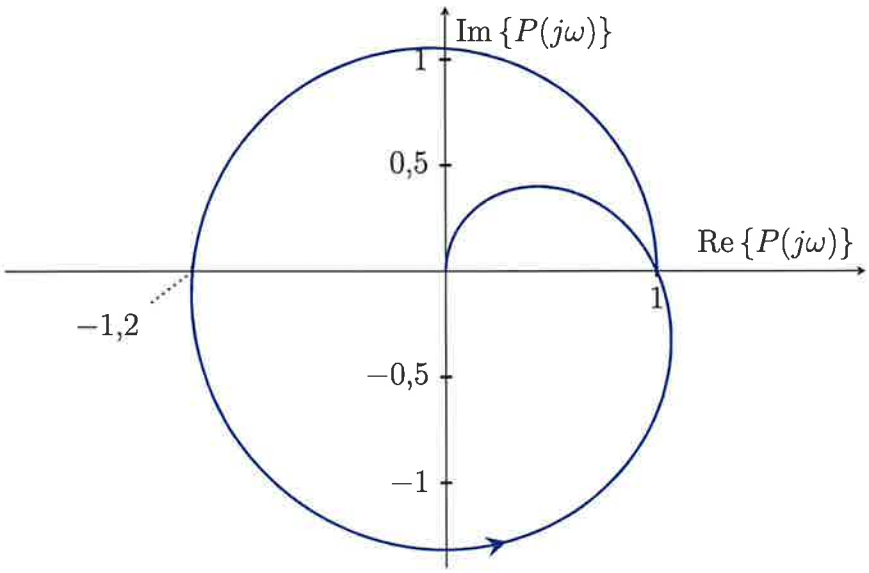
Gegeben sei folgende Regelkreisstruktur



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Dabei ist K ein reeller Parameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{-6(s+1)^2}{(s-1)(s-3)(s+\alpha)}$$

wobei α ein unbekannter reeller Parameter ist. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:

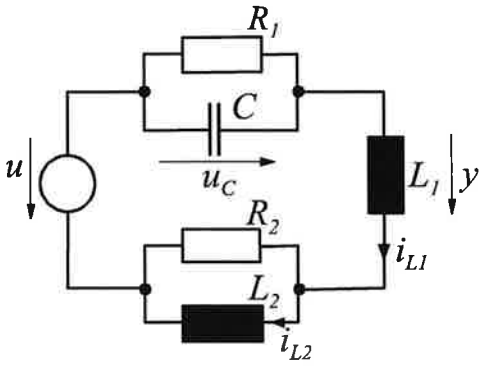


a) Ermitteln Sie den Parameter α.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, einer Kapazität C, zwei Induktivitäten L_1 und L_2 , sowie zwei Ohmschen Widerständen R_1 und R_2. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert. Mit y wird die Spannung an der Induktivität L_1 bezeichnet.



a) Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.

Führen Sie (gemäß obiger Abbildung) den Zustandsvektor $\mathbf{x} := \begin{bmatrix} u_C & i_{L1} & i_{L2} \end{bmatrix}^T$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Berechnen Sie $u_c(t)$ im eingeschwungenen Zustand für $u(t) = u_0 = \text{konstant}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 01.12.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	3	4	19
erreichte Punkte								

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei durch

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \cos(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_2^3 - x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_3 - u \end{aligned}$$

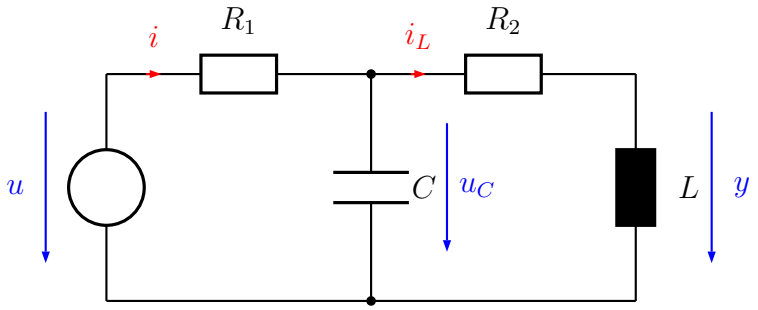
gegeben.

a) Zeigen Sie, dass $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T$ für $u = u_R = 1$ eine Ruhelage dieses Systems ist.

b) Geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems "nahe" zur gegebenen Ruhelage an.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1 und R_2, der Kapazität C der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Induktivität definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Die Transitionsmatrix des zeitkontinuierlichen LZI Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix}2 & 4 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

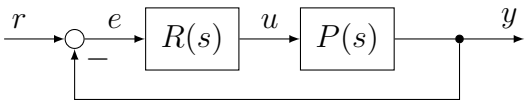
sei gegeben mit

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t} & 0 & e^{-2t} - e^{-t} \\ \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{4}e^{-t} & e^{-t} & \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-t} \\ \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{4}e^{-t} & 0 & \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

Der Zustand zum Zeitpunkt $t_2 = 3$ ist $\mathbf{x}(3) = \begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$. Ermitteln Sie den Wert der Ausgangsgröße y zum Zeitpunkt $t_1 = 2$, also $y(t = t_1)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{50}{s^2 + 2s + 1}$$

gegeben. Dimensionieren Sie die reellen Paramter K, ω_z und ω_N der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K\frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

so, dass der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen *näherungsweise* erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.015s$
- Überschwingweite $1.3 \leq M_p \leq 1.35$

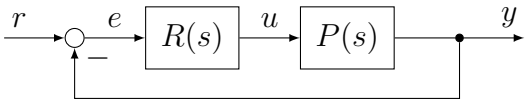
(Hinweis: Das Bodediagramm der Strecke muss hierfür nicht zwingend gezeichnet werden.)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

$\lvert G(j\omega)\rvert$	0.01	0.1	1	10	100	2
$\lvert G(j\omega)\rvert_{dB}$	−40	−20	0	20	40	6

Aufgabe 5:

Für eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ wurde ein "geeigneter" PI-Regler entworfen. Das Blockschaltbild des Regelkreises ist gegeben mit



wobei $R(s)$ die Übertragungsfunktion des Reglers ist.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ eines PI-Reglers an.

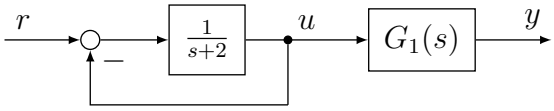
b) Der (zeitkontinuierliche) PI-Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ soll zeitdiskret mit der Diskretisierungszeit T_d implementiert werden. Geben Sie ein zeitdiskretes Regelgesetz

$$u_k = u_k(e_k, e_{k-1}, e_{k-2}, ..., u_{k-1}, u_{k-2}, ...)$$

an, welches sich bei passender Wahl von T_d *näherungsweise* so verhält wie der entworfene PI-Regler.
(Anmerkung: u_k ist der Wert der Ausgangsgröße $u(t)$ zum Zeitpunkt $t = kT_d$.)

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y:



wobei $G_1(s)$ die Übertragungsfunktion des LZI Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 2.5 \\ -0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y ist.

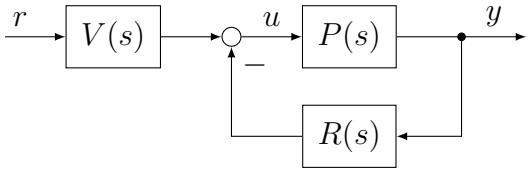
a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ des LZI Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

c) Ist das Gesamtsystem BIBO - stabil? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{s-2}{s^2+s-2}.$$

a) Untersuchen Sie nachvollziehbar folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$(i)\ \ T(s) = \frac{s+2}{s^2+3s+2} \qquad (ii)\ \ T(s) = \frac{s-2}{s^2+3s+2} \qquad (iii)\ \ T(s) = \frac{s-2}{s+2}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie einen Regler in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass der geschlossene Kreis das gewünschte Führungsverhalten aufweist. Erweitern Sie, falls nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom $(s+1)^k$ mit geeignetem $k \in \mathbb{N}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 02.02.2022 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	4	3	3	2	2	18
erreichte Punkte								

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1 x_2$ sei durch

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1 u \\ \dot{x}_2 &= \sin(x_1) + u \end{aligned}$$

gegeben. Geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems „nahe“ zur Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ für $u_R = -1$ an.

Aufgabe 2:

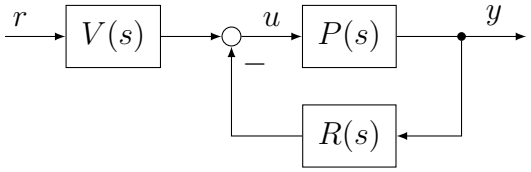
Gegeben sie folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$G(s) = \frac{-19}{s^3 + (2k-3)s^2 + (k+1)s + 1 - k + k^2}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den das dazugehörige System BIBO-stabil ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2+1}.$$

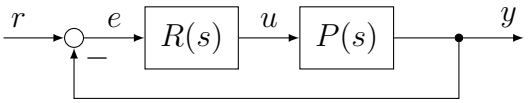
a) Untersuchen Sie nachvollziehbar folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$(i)\ \ T(s) = \frac{1}{s+2} \qquad (ii)\ \ T(s) = \frac{s+1}{s(s+2)} \qquad (iii)\ \ T(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie einen *integrierenden* Regler in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass der geschlossene Kreis das gewünschte Führungsverhalten aufweist. Erweitern Sie, falls nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom $(s+1)^k$ mit geeignetem $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s+2}.$$

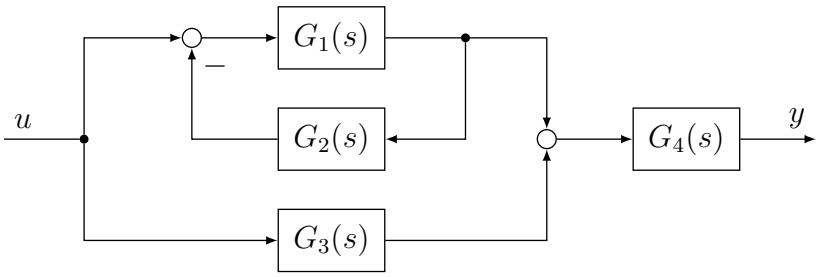
a) Legen Sie einen I-Regler $R(s) = \frac{K_I}{s}$ so aus, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ bei $s = -1$ liegen.

b) Geben Sie eine Möglichkeit für eine zeitdiskrete Realisierung des entworfenen I-Reglers an.

c) Die Stellgröße u sei beschränkt mit $-5 \leq u \leq 5$, weshalb der in Aufgabe a) entworfene Regler um eine Anti-Windup Maßnahme erweitert werden soll. Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$:



mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems.
Anmerkung: Setzen Sie hier nicht die Übertragungsfunktionen aus Punkt b) ein!

b) Geben Sie eine Übertragungsfunktion $G_3(s)$ an so dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2} \qquad G_2(s) = \frac{s+3}{s-1} \qquad G_4(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

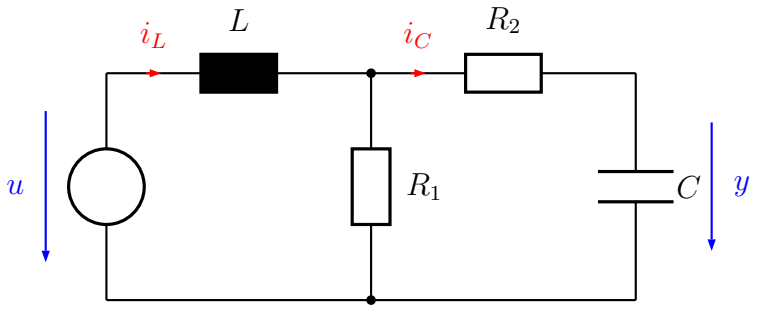
die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems durch

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

gegeben ist. Geben Sie $G_3(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1 und R_2, der Kapazität C der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Kapazität definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 7:

Geben Sie für ein Zustandsmodell *zweiter Ordnung* mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

für $u = u_R = -1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ an, so dass das System

a) eine Ruhelage besitzt.

b) keine Ruhelage besitzt.

c) unendlich viele Ruhelagen besitzt.

Begründen Sie Ihre Antworten!

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 23.03.2022 [1]

Name / Vorname(n):

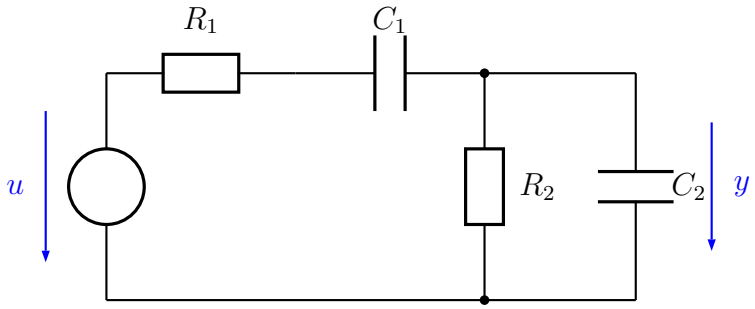
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	4	2	3	3	19
erreichte Punkte								

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1, R_2, den zwei Kapazitäten C_1, C_2 und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Kapazität C_2 definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ und der Eingangsgröße u sei durch

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 + 2 - \frac{\pi}{2} - 2u^2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos x_2 \end{aligned}$$

gegeben.

a) Zeigen Sie, dass $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \pi & -\frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ für $u = u_R = 1$ eine Ruhelage dieses Systems ist.

b) Geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems "nahe" zur gegebenen Ruhelage an.

Aufgabe 3:

Gegeben sie folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

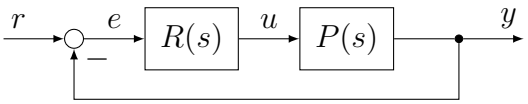
$$G(s) = \frac{s+10}{s^3+11s^2+(26+6k-k^2)s+16+6k-k^2}.$$

a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den das dazugehörige System BIBO-stabil ist.

b) Ist es notwendig für die Überprüfung der BIBO-Stabilität der Übertragungsfunktion $G(s)$ mögliche Kürzungen mit der Nullstelle von $G(s)$ zu berücksichtigen? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = -0.1\frac{(s-10)}{(s+10)(s+0.001)}.$$

a) Zeichnen Sie das BODE-Diagramm von $P(s)$.

b) Als Regler wird ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P + K_I\frac{1}{s}$$

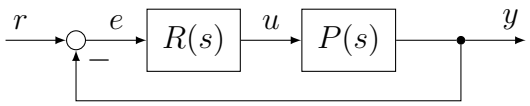
eingesetzt. Dimensionieren Sie die Parameter des Reglers K_P und K_I so, dass der geschlossene Regelkreis eine Durchtrittsfrequenz bei $\omega_c = 1$ besitzt und dass für die bleibende Regelabweichung bei Vorgabe der rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$

$$|e_\infty| = \frac{1}{100}.$$

c) Bestimmen Sie die Phasenreserve.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}.$$

Zur Regelung der Strecke kann aus folgenden Reglern ausgewählt werden:

$$\text{i)} \quad R_1(s) = \alpha\frac{(1+\beta s)}{s} \qquad \text{ii)} \quad R_2(s) = \frac{(1+\beta s)}{(1+\alpha s)}$$

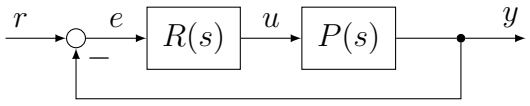
Hierbei sind α und β jeweils reelle Parameter.

a) Um welche Reglertypen handelt es sich bei $R_1(s)$ und $R_2(s)$? Zeichnen Sie die Sprungantwort von $R_1(s)$ für $\alpha = 4$ und $\beta = 2$.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β des Reglers $R_1(s)$ so, dass der Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{(s+1)^3}$$

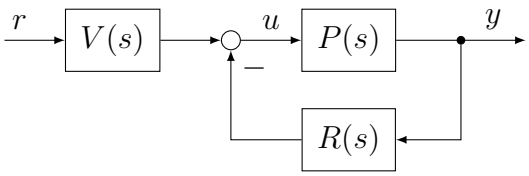
und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie alle Wertebereiche des Reglers $R(s) = K$ so, dass der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 7:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)} = \frac{s+1}{s^2+1}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \dfrac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \dfrac{c(s)}{a(s)}$.
Es soll der Regler in Form von $R(s)$ und $V(s)$ so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis das Fuhrungsverhalten

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{2s-2}{s^2+2s+1}$$

aufweist.

a) Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

b) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass die Führungsübertragungsfunktion vom geschlossenen Kreis der gegebenen Übertragungsfunktion $T(s)$ entspricht. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 27.04.2022 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	3	3	2	2	19
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei das System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^3 + x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 - x_2 + \cos(x_3) \\ \dot{x}_3 &= -x_2 x_1 + x_1^3 + 2x_3 - \pi\end{aligned}$$

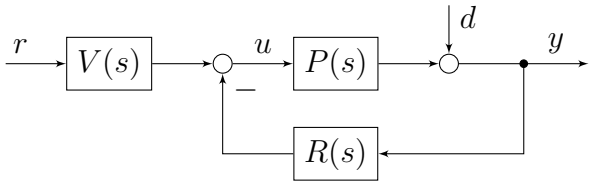
mit den Zustandsvariablen x_1, x_2 und x_3.

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zu einer Ruhelage $x_R = [x_{1,R} \quad x_{2,R} \quad x_{3,R}]^T$ für welche $x_{1,R} = -1$ ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-2}{s^2-2}.$$

a) Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$\text{(i)} \quad T(s) = \frac{s^2 - 4s + 4}{2(s+1)^4} \qquad\qquad \text{(ii)} \quad T(s) = \frac{s+2}{s^2 + 2s + 1}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie beide Übertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \qquad V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$$

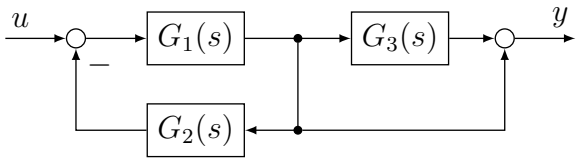
so, dass gewährleistet wird, dass eine konstante Störung d stationär unterdrückt wird. Es soll

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 2r$$

für eine konstante Führungsgröße r gelten.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung der drei Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für die gegebenen *Impulsantworten*

$$g_1(t) = e^{-5t}\sigma(t), \qquad g_2(t) = ke^{-t}\sigma(t), \qquad g_3(t) = e^{-t}\sigma(t)$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+6s+5+k}$$

gegeben ist. Hierbei ist k ein *reeller* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den das Gesamtsystem mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = \frac{1}{2}s$, mit der Methode der *Tustin Approximation* eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{(s+6)^2}{s(s^2+7s+6)}.$$

a) Geben Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion $R_d(z) = \frac{\bar{u}(z)}{\bar{e}(z)}$ an.

b) In welchen Bereich der z-Ebene wird die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Tustin Approximation abgebildet?

c) Ist die ermittelte zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion $R_d(z)$ BIBO-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der beliebig Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

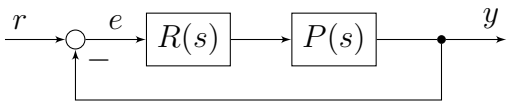
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines realisierbaren *PID-Reglers* an.

b) Realisieren Sie den *D-Anteil* (des realisierbaren *PID-Reglers*) mit der Übertragungsfunktion $D(s)$ so, dass $|D(j)| = 1$ und $|D(j\omega)|_{\text{dB}} \leq 20\text{dB}\ \forall\omega \geq 10^{\text{rad}}/\text{s}$.

c) Auf welchen Effekt ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um ihn zu verhindern.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist

$$P(s) = \frac{8 - s}{s^2 + 4s + 4}. \tag{1}$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der gegebenen Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve und bestimmen Sie, falls vorhanden, Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ verwendet. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{y(s)}{r(s)}$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 7:

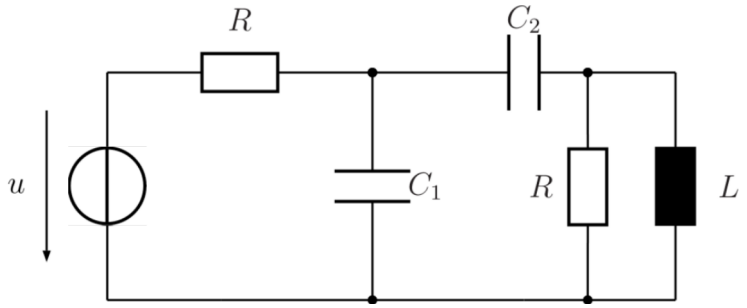
Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s\to -3} |G(s)| = \infty, \qquad \lim_{s\to -1} |G(s)| = \infty,$$
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \cos(3t),$$
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 3 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t),$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, zwei ohmschen Widerständen R, einer Kapazität C und einer Induktivität L. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird der Strom durch die Kapazität C_1 bezeichnet.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$