

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 30.06.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	3	2	3	18
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes nichtlineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^3 + x_2 - 3x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= x_2^2 - 5x_2 - x_1 + u^2 \\ y &= x_2\end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$ des um die Ruhelage $x_{1R} = x_{2R} = u_R = 0$ linearisierten Modells der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta \mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta \mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{x},\end{aligned}$$

mit

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

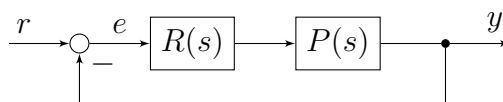
$$\begin{aligned}p_1(s) &= s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5 \\ p_2(s) &= ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\ p_3(s) &= s^3 + 4s^2 + s + k \\ p_4(s) &= 5s^3 - ks^2 + 5s - k^2\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den jeweils größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die nachstehenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{array}{ll} a) p_2(s) & b) p_4(s) \\ c) p_3(s) + p_4(s) & d) p_1(s)p_3(s)\end{array}$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s+2}.$$

- Legen Sie einen I-Regler $R(s) = \frac{K_I}{s}$ so aus, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ bei $s = -1$ liegen.
- Geben Sie eine Möglichkeit für eine zeitdiskrete Realisierung des entworfenen I-Reglers an.
- Die Stellgröße u sei beschränkt mit $-5 \leq u \leq 5$, weshalb der in Aufgabe a) entworfene Regler um eine Anti-Windup Maßnahme erweitert werden soll. Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des zeitkontinuierlichen Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 4:

Die Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises

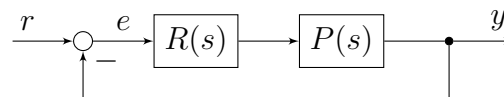
$$L(s) = \frac{400}{s^2 + 20s}$$

sei gegeben.

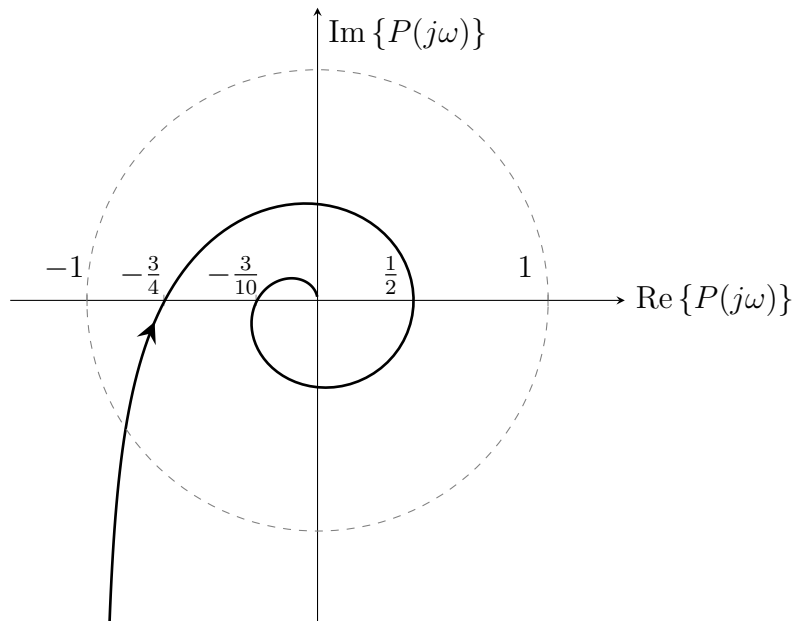
- Zeichnen Sie das Bode-Diagramm und die Ortskurve von $L(j\omega)$.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Standardregelkreises.
- Wie groß ist der zu erwartende stationäre Regelfehler für *rampenförmige* Führungsgrößen ($r(t) = t\sigma(t)$)?

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen, 1 Pol auf der imaginären Achse liegt und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



- a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

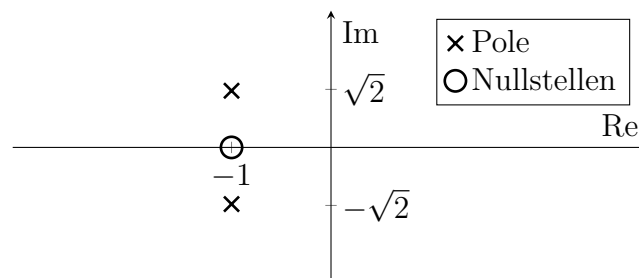
i) $K = \frac{1}{3}$, ii) $K = 2$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

- b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

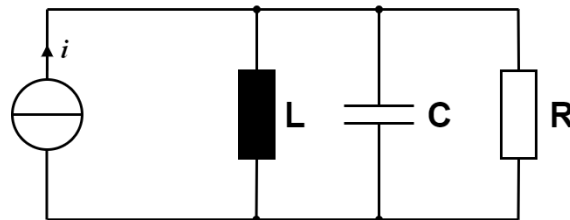
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \frac{2}{3}$$

erfüllt.

- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.
- Ermitteln Sie $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $u(t) = \cos(t)$.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus einer Stromquelle, einem Widerständen R , einer Kapazität C und einer Induktivität L . Der Strom aus der Stromquelle wird mit i symbolisiert.



- Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße i und der Ausgangsgröße y auf. Dabei soll y der Spannung an der Kapazität C entsprechen. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

- Der Widerstand R wird nun aus der Schaltung entfernt. Berechnen Sie die Sprungantwort des abgeänderten Systems.

Aufgabe 1:

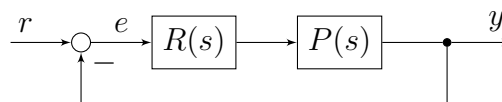
Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \cos(2x_1) + x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= (\pi + x_1)u - x_2x_3.\end{aligned}$$

Geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems "nahe" zur Ruhelage $\mathbf{x}_R = [-\pi \ -1 \ 0]^T$ für $u = u_R = 1$ an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r , dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y :



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s + 100}{s^2 + 10s}$$

gegeben. Dimensionieren Sie die reellen Parameter K , ω_z und ω_N der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}}$$

so, dass der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen *näherungsweise* erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.15s$
- Überschwingweite $M_p = 1.06$

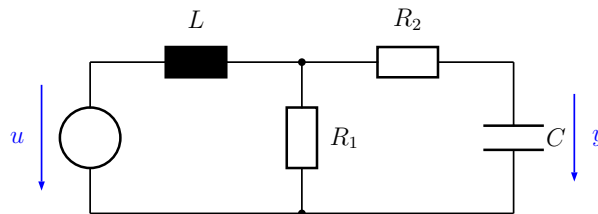
(Hinweis: Das Bodediagramm der Strecke muss hierfür nicht zwingend gezeichnet werden.)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

k	0.01	0.1	1	10	100	$\sqrt{2}$	2
k_{dB}	-40	-20	0	20	40	3	6

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1 und R_2 , der Kapazität C , der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Kapazität definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$G(s) = \frac{s - 1}{s^3 + 3s^2 + (2k - k^2 + 2)s + (2k - k^2)}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den das dazugehörige System BIBO-stabil ist.

Aufgabe 5:

Die Führungsübertragungsfunktion eines geschlossenen Regelkreises sei gegeben mit

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

mit

$$P(s) = \frac{s(s+1)(s-1)}{s^3 - 5s + 2}.$$

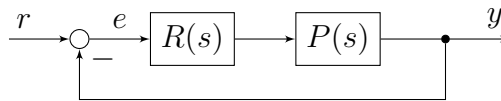
Ist es möglich, zwei realisierbare Übertragungsfunktionen $V(s)$ und $R(s)$ so zu wählen, dass

$$T(s) = \frac{s^2 - s}{s^2 + 2s + 4} \quad (1)$$

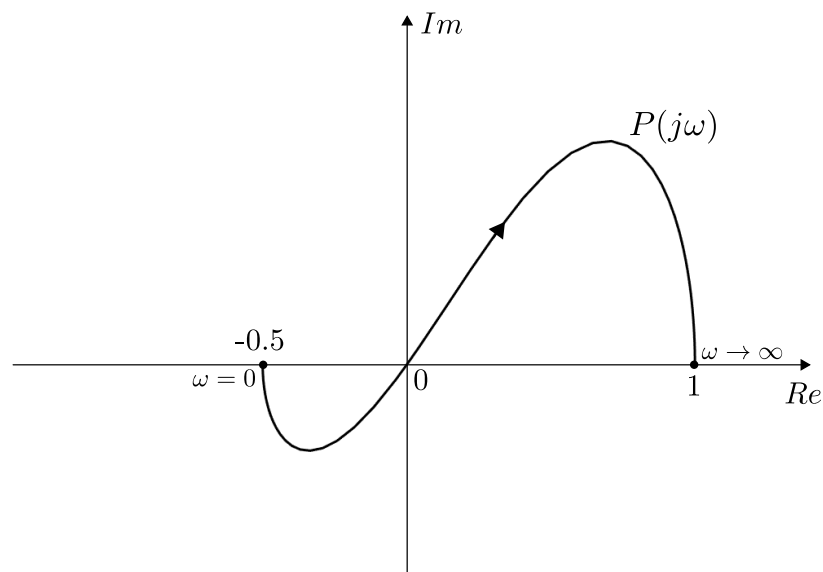
gilt? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



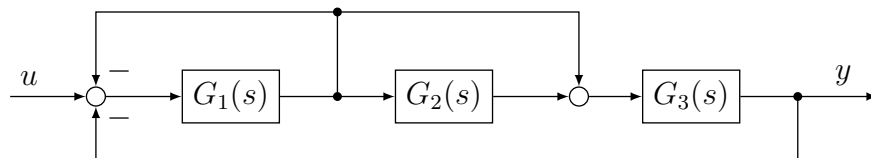
Über die Strecke $P(s)$ ist bekannt, dass sie keine Polstelle mit verschwindendem Realteil und genau eine Polstelle mit **negativem** Realteil besitzt. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist gegeben:



Als Regler wird ein P-Regler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K , für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :



Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche LZI System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y .

- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ dieses Systems.
- b) Geben Sie alle Polstellen und alle Nullstellen der Übertragungsfunktion $G(s)$ an.
- c) Ist dieses System BIBO - stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
- d) Ist dieses System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 09.12.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

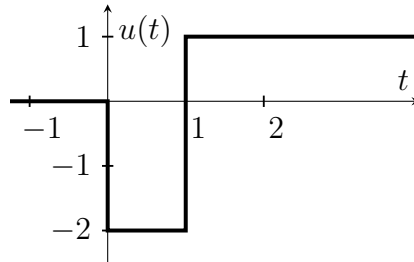
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	3	5	3	20
erreichte Punkte							

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{2}{s^2 + 11s + 30}.$$

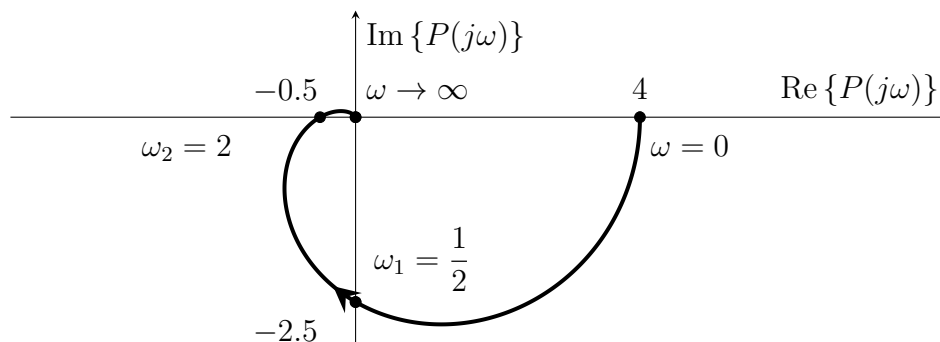
Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:

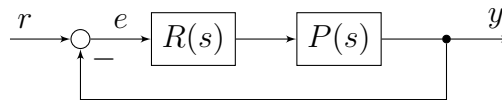


mit $P(j\omega_1) = -j2.5$ und $P(j\omega_2) = -0.5$.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen und imaginären Achse.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = -\frac{1}{5} \cdot \frac{(s - 200)}{(s + 2)(s + 20)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- Stellen Sie den Frequenzgang $P(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen vor.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 20$ besitzt. Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweisen.

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

- Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgendes nichtlineare System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = \begin{bmatrix} -x_2^2 + u \\ 2x_1x_2^2 + u^2 - 1 \end{bmatrix} \\ y &= g(\mathbf{x}) = \sin(x_1) + x_2. \end{aligned}$$

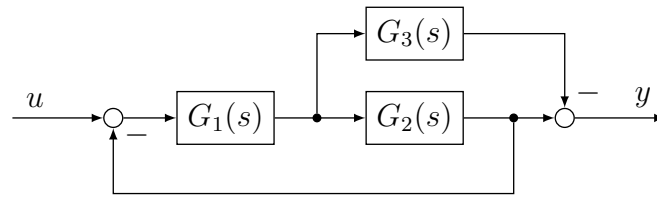
- Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u = u_R = 1$.
- Bestimmen Sie durch *Linearisierung* des nichtlinearen Systems für *jede Ruhelage* ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A} \Delta\mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u, & \Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} & \text{mit } \Delta u &:= u - u_R, \\ & & \Delta y &:= y - y_R, \end{aligned}$$

welches das nichtlineare Systemverhalten für „kleine“ Auslenkungen aus der jeweiligen Ruhelage näherungsweise beschreibt.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :



- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.
- b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \alpha, \quad G_2(s) = \frac{s+1}{s+2}, \quad G_3(s) = \frac{s+1}{s+3}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

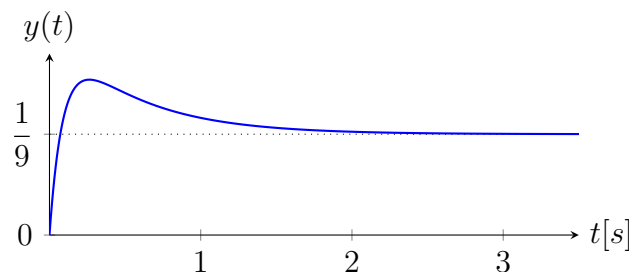
$$G(s) = \frac{\alpha(s+1)}{s^2(\alpha+1) + (5+4\alpha)s + 6+3\alpha}$$

gegeben ist.

- c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α , für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ist es notwendig für die Überprüfung der BIBO-Stabilität der Übertragungsfunktion $G(s)$ mögliche Kürzungen mit der Nullstelle von $G(s)$ zu berücksichtigen?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Um den unbekannten Parameter α zu bestimmen, wurde eine sprunghörmige Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ auf das System aufgeschaltet. Dabei wurde folgender Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ beobachtet:



- d) Bestimmen Sie den Parameter α . *Begründen Sie Ihre Antwort!*

- e) Ermitteln Sie für den in Punkt d) bestimmten Wert für α ein zugehöriges Zustandsmodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.\end{aligned}$$

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.
- b) Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion $G(s)$ und erstellen Sie einen PN-Plan.
- c) Ist das System asymptotisch stabil bzw. BIBO-stabil?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 01.02.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	4	5	2	2	2	3	2	20
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

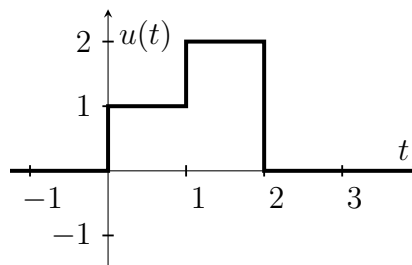
Gegeben sei das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -12 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y , dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Systems.
- Ist das gegebene System asymptotisch stabil bzw. BIBO-stabil?
- Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems.
- Als Eingangsgröße $u(t)$ wird nun der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{400}{(s + 0.2)(s + 20)}$$

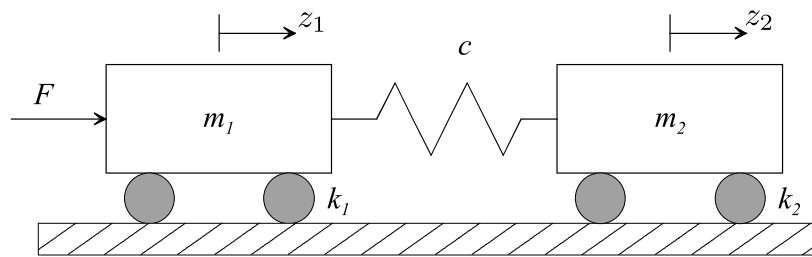
sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form eines BODE-Diagrammes dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingsweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Mit welchem bleibenden Regelfehler e_∞ für die konstante Führungsgröße $r(t) = 2\sigma(t)$ ist zu rechnen?
- Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sin(200t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand, d.h., für $t \rightarrow \infty$.

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(z_1 - z_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{R,i} = k_i \dot{z}_i$, $i = 1, 2$. Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F . Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ und der Ausgangsgröße $y := z_2$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 4:

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen-LZI Systems sei gegeben durch

$$G(s) = \frac{k(s+3)}{2s^3 + (2k-1)s^2 + (k+2)s + (3k-3)}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den dieses System BIBO-stabil ist. Ist es im vorliegenden Fall notwendig, mögliche Kürzungen zwischen Zähler und Nenner zu betrachten? *Begründen Sie Ihre Antworten!*

Aufgabe 5:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\dot{x}_1 = x_2 u - x_1 \quad \dot{x}_2 = 2 - x_3 \quad \dot{x}_3 = u + \cos(x_1)$$

- Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u_R = 1$.
- Linearisieren Sie das System in der Ruhelage $\mathbf{x}_R = [\pi \ \pi \ 2]^T$ und $u_R = 1$ und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\Delta u = u - u_R$ und $\Delta y = y - y_R$ gilt.

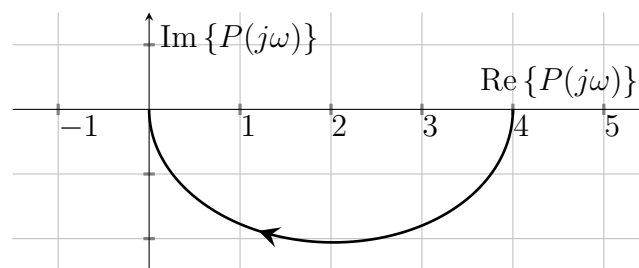
Aufgabe 6:

Gegeben sei ein PI-Regler mit dem Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N :

- Geben Sie die Übertragungsfunktion des PI-Reglers an und zeichnen Sie das Strukturbild.
- Erklären Sie den Windup-Effekt.
- Erweitern Sie das Strukturbild des PI-Reglers um eine Anti-Windup Maßnahme.
- Geben Sie eine zeitdiskrete Realisierung des PI-Reglers an.

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer *BIBO stabilen* Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 22.03.2023

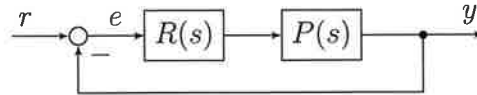
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

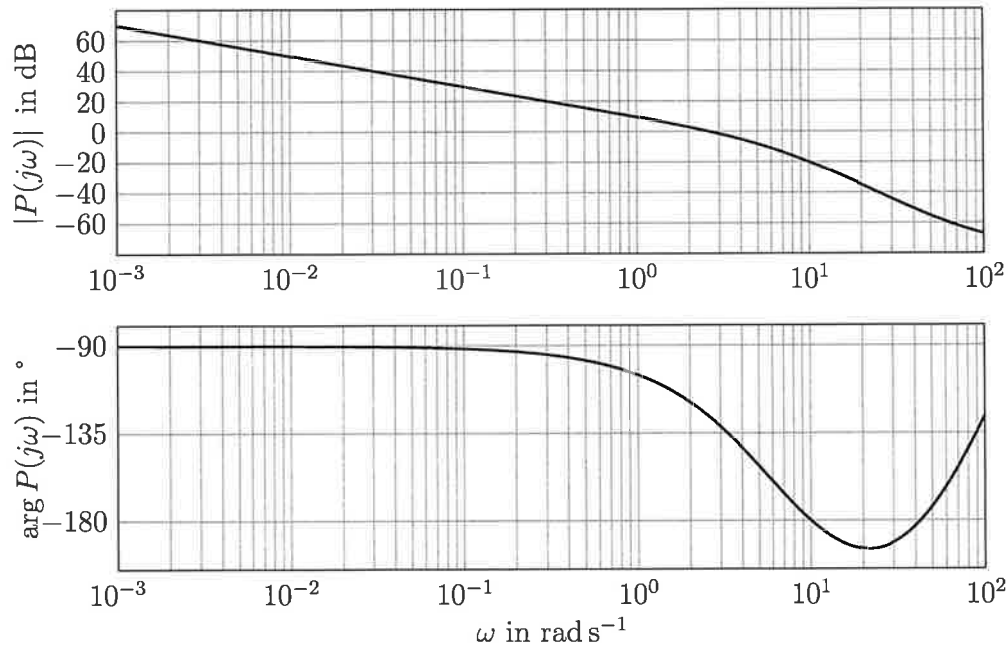
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	4	4	2	2	4	3	3	22
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Als Regler wird ein PD-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R} \right)$$

und den positiven Parametern K_P , T_v und T_R verwendet.

- Dimensionieren Sie **diesen Regler** mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_r \approx 0,15$ s und das Überschwingen der Sprungantwort (näherungsweise) 15 % beträgt.
- Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

i) $r(t) = 5\sigma(t)$,

ii) $r(t) = 3t\sigma(t)$

Begründen Sie Ihre Antworten!

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$ m _{\text{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

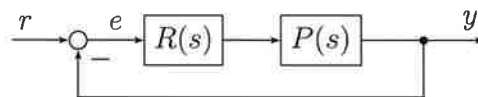
Aufgabe 2:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

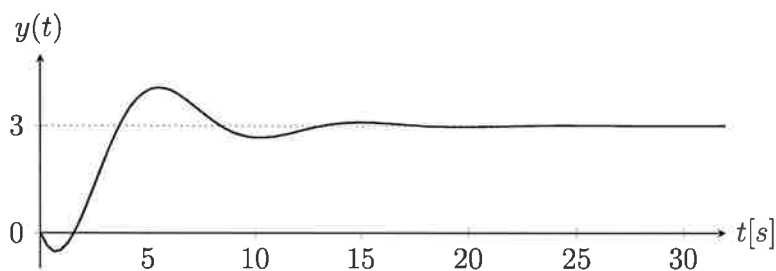
$$P(s) = \frac{s - 1}{s^2 + s\alpha + (\alpha - 3)}.$$

- a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α so, dass $P(s)$ BIBO-stabil ist.

Um den unbekannten Streckenparameter zu bestimmen werden Experimente durchgeführt. Dazu wird der geschlossene Regelkreis mit einem P-Glied $R(s) = K$ verwendet:



Für eine sprunghörmige Führungsgröße $r(t) = \sigma(t)$ und den Regler $R(s) = -\frac{3}{2}$ wurde folgender Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ beobachtet:



- b) Bestimmen Sie *nachvollziehbar* den Parameter α .
- c) Warum konnte man den im Punkt b) berechneten Parameter α nicht direkt aus der Sprungantwort der Strecke $P(s)$ bestimmen? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 3:

Gegeben sei die *Impulsantwort*

$$g(t) = 2(1 - e^{-2t}).$$

eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y . Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 3\sigma(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= 2x_1^2u - e^{x_3}.\end{aligned}$$

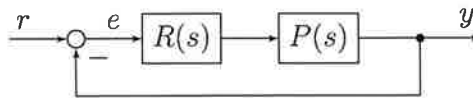
- d) Bestimmen Sie für $u = u_R = 1$ alle Ruhelagen des Systems.
 e) Linearisieren Sie das System in den unter Punkt a) gefundenen Ruhelagen und geben Sie jeweils das linearisierte System in der Form

$$\frac{d\Delta \mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u$$

an, wobei $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$ und $\Delta u = u - u_R$ gilt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{-100(s-1)}{(s-10)^2(s+1)}$$

und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

- a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der gegebenen Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.
 b) Skizzieren Sie die Ortskurve und bestimmen Sie, falls vorhanden, Schnittpunkte mit der reellen Achse.
 c) Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ verwendet. Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 6:

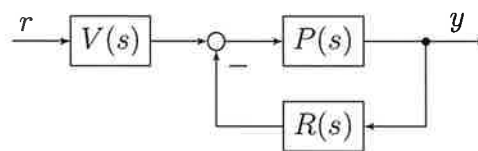
Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{28s - 20}{s + 7}$$

für eine Abtastzeit $T_d = 2$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzgleichung an.

Aufgabe 7:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$.

- a) Untersuchen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

$$T(s) = \frac{3s + 1}{s^2 + 2s + 1}$$

auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

- b) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{3s + 1}{s^2 + 2s + 1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 26.04.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

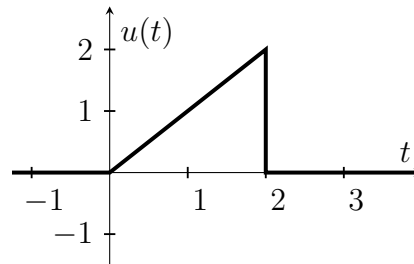
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	2	2.5	2.5	18
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

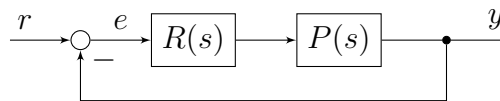
Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , das durch die *Impulsantwort*

$$g(t) = e^{-t}\sigma(t) + 2\delta(t)$$

beschrieben wird. Hier ist $\sigma(t)$ die Sprungfunktion und $\delta(t)$ die Dirac'sche Delta-Funktion. Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

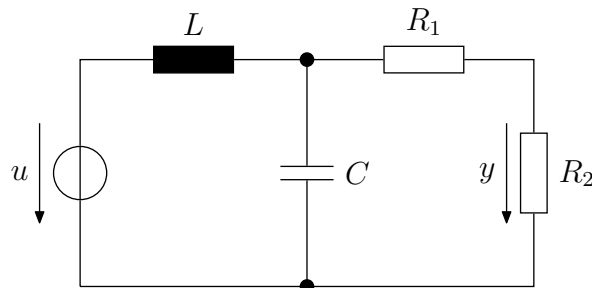
$$P(s) = \frac{(400 - 2s)}{(10s + 20)(s + 20)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- Stellen Sie den Frequenzgang $P(j\omega)$ in Form eines BODE-Diagramms dar.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 20$ besitzt.
Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.
- Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises?
- Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, zwei ohmschen Widerständen R_1 und R_2 , einer Kapazität C und einer Induktivität L . Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert. Die Spannung am Widerstand R_2 wird mit y bezeichnet.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei das nichtlineare System

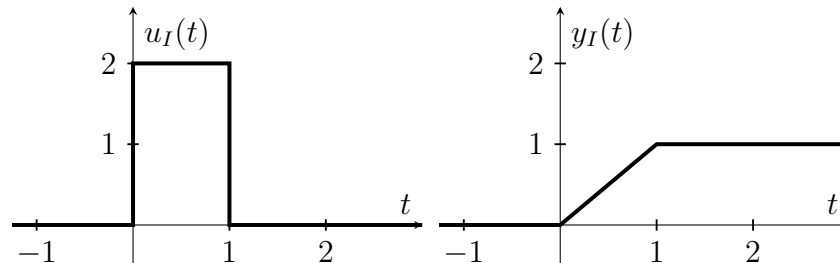
$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2 - \cos(x_2) - u \\ \dot{x}_2 &= x_1 (1 + 2 \sin(x_2)) + u \\ y &= x_1^2 - x_2\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y .

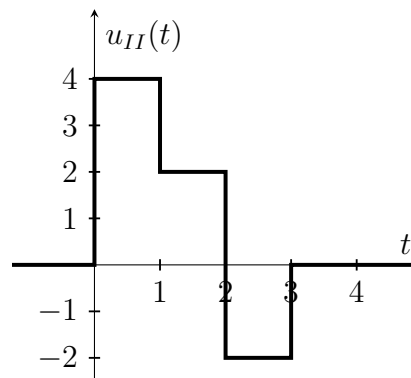
- Ermitteln Sie *alle* Ruhelagen dieses Systems für $u = u_R = 1$.
- Wählen Sie eine Ruhelage dieses Systems und geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems um die gewählte Ruhelage an.

Aufgabe 5:

Es wird ein *lineares, zeitinvariantes* System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.



- a) In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen?

- b) Wie lautet die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

- i) $p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2s$
- ii) $p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 + s - 2$
- iii) $p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1$
- iv) $p_4(s) = 15s^2 + k^2s + k$

Aufgabe 7:

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ eines Lead-/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Reglerübertragungsfunktion zu wählen um
- (i) ein Lead-Glied bzw.
 - (ii) ein Lag-Glied
- zu erhalten? Begründen Sie Ihre Antworten!
- b) Bestimmen Sie eine zeitdiskrete Realisierung der in Punkt a) angegebenen Übertragungsfunktion. Verwenden Sie dazu die Methode nach Tustin und geben Sie das Regelgesetz in Form einer Differenzengleichung an.