Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 05.07.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	3	2	2	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

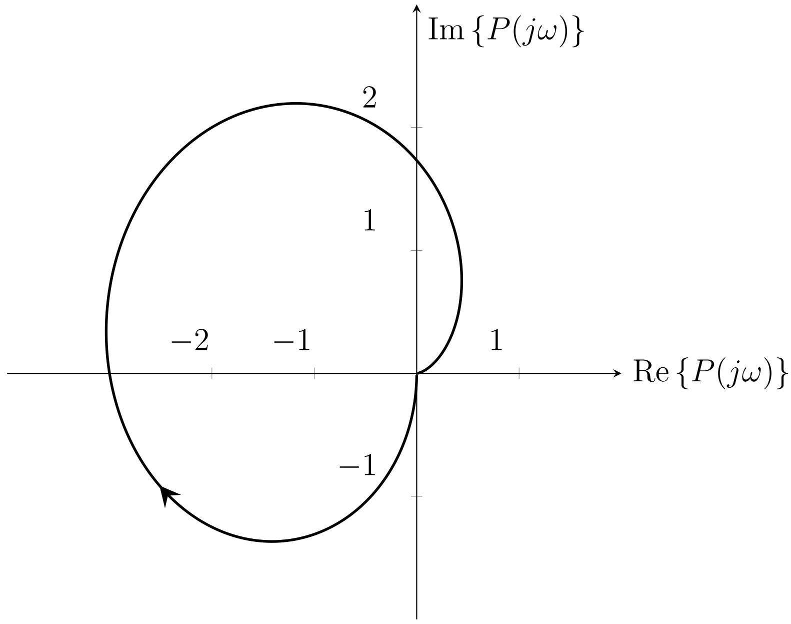
Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines kontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$G(s) = \frac{s - 10}{2s^2 + 22s + 20}.$$

Zeichnen Sie die Bode-Diagramme und skizzieren Sie die Ortskurve des Systems.

Aufgabe 2:

Zu einer Übertragungsfunktion $P(s)$ ist die Ortskurve $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ gegeben:



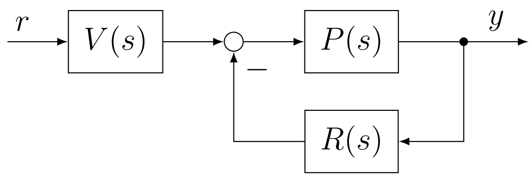
Zu welcher der folgenden Übertragungsfuntionen kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

i) $P(s) = \dfrac{2 - 2s}{(s+1)(s+2)}$, ii) $P(s) = \dfrac{-2s}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^3}$,

iii) $P(s) = \dfrac{-2s}{(s+1)(s+2)}$, iv) $P(s) = \dfrac{2 - 2s}{s(s+2)(s+3)}$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2-2}$$

a) Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

i) $T(s) = \dfrac{1}{s^2+2s+1}$ ii) $T(s) = \dfrac{s^2+s-2}{(s+1)^4}$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie einen *integrierenden Regler* in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass der geschlossene Kreis das gewählte Führungsverhalten aufweist.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{2s-(2+2\alpha)}{s^3+(1-\alpha)s^2+(3-\alpha)s+3}.$$

Dabei ist α ein reeller Parameter. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α so, dass die Übertragungsfunktion BIBO-stabil ist.

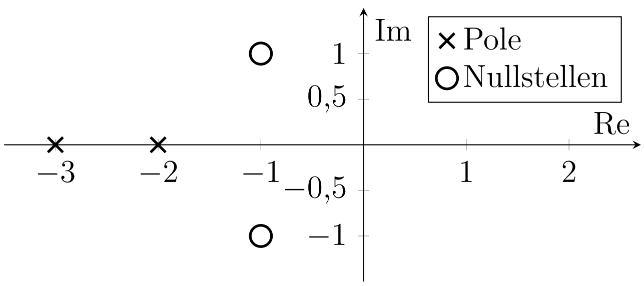
Aufgabe 5:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie die zugehörige Sprungantwort $h(t)$:

- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);
- Vorhalteglied (DT_1-Glied).

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 7:

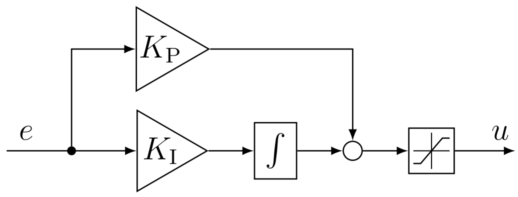
Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{28s - 20}{s + 7}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 2$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers in Parallelrealisierung mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 02.10.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	3	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsmodell erster Ordnung mit der Zustandsvariable x, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

a) Sprungfähigkeit

b) asymptotische Stabilität

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Standardregelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

ist gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion, $P(s)$ ist die Übertragungsfunktion der Strecke. Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

Aufgabe 3:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned} &a) \quad p_1(s) = ks^5 + 3s^4 + ks^3 + 5s^2 + 0.5s + 2 \\ &b) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^5 = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1$$

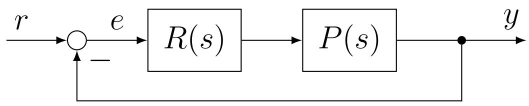
besitzt. Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

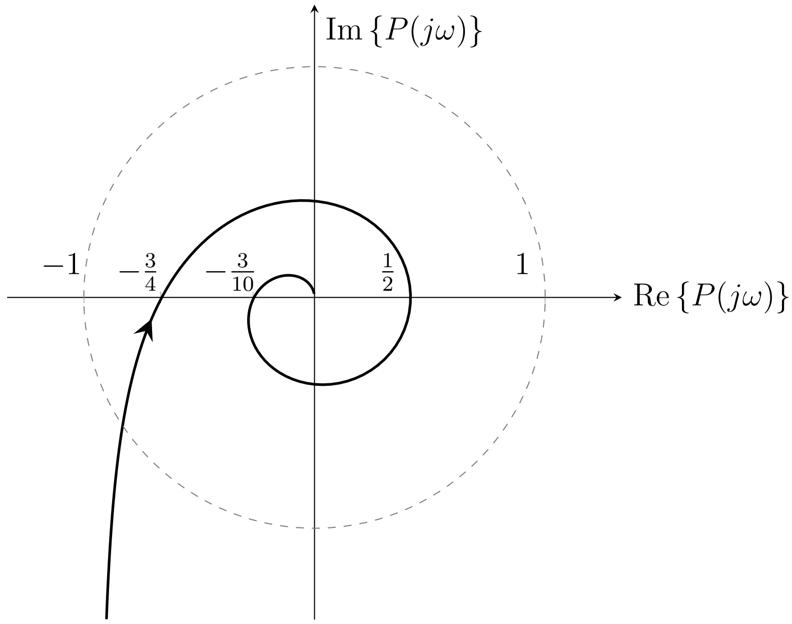
über die Methode der Polvorgabe.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen, 1 Pol auf der imaginären Achse liegt und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

i) $K = \dfrac{1}{3}$, ii) $K = 2$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 6:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ an:

a) asymptotische Stabilität;

b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?

b) Erklären Sie eine der Methoden im Detail!

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 8:

Ermitteln Sie mit der Methode der *Tustin Formel* eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{s+6}{s(s+1)}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1s$.

a) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

b) In welchen Bereich der z-Ebene geht die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Tustin Formel über?

c) Ist die ermittelte zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion $R_\mathrm{d}(z)$ *BIBO*-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 07.12.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

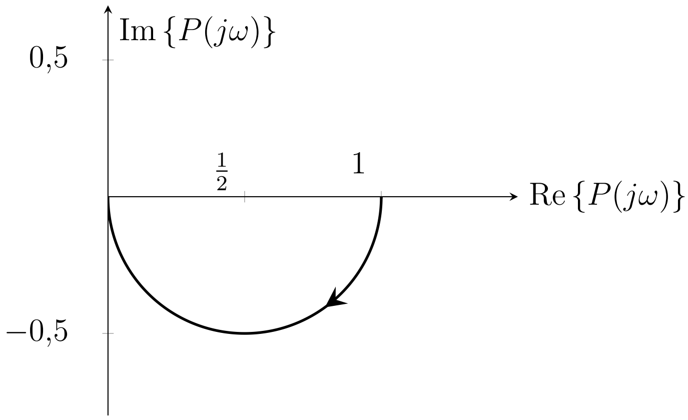
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	3	2	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass die Ortskurve der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

einen Halbkreis



mit Radius $\frac{1}{2}$ und Mittelpunkt bei $\frac{1}{2}$ bildet.
(*Hinweis: Betrachten Sie* $|P(j\omega) - \frac{1}{2}|$ *!*)

Aufgabe 2:

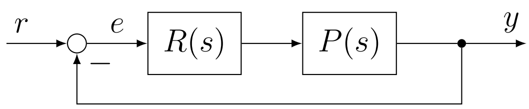
Betrachten Sie das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y_R = 5$ führen.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s(s+2)}$$

und der gewünschten Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{-2(s-1)}{s^2+3s+2}.$$

a) Ist $T(s)$ implementierbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie den Regler $R(s)$, der zur Übertragungsfunktion $T(s)$ führt, durch die direkte Reglerberechnung.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3+s+1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1+R(s)P(s)}$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 5:

Die Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises

$$L(s) = \frac{400}{s^2+20s}$$

sei gegeben.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar. (*Hinweis: Betrachten Sie* $L(s) = V\frac{2}{s}\frac{p(s)}{q(s)}$ *!*)

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

c) Wie groß ist der zu erwartende stationäre Regelfehler für *rampenförmige* Führungsgrößen ($r(t) = t\sigma(t)$)?

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} u$$

Überprüfen Sie mathematisch nachvollziehbar, ob das gegebene System

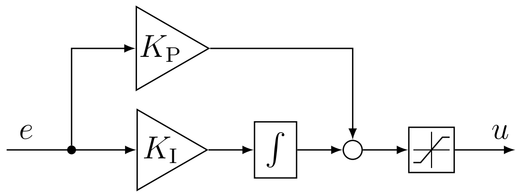
a) asymptotische Stabilität

b) BIBO-Stabilität

aufweist. (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Aufgabe 8:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ an:

a) asymptotische Stabilität;

b) BIBO-Stabilität.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 29.01.2019

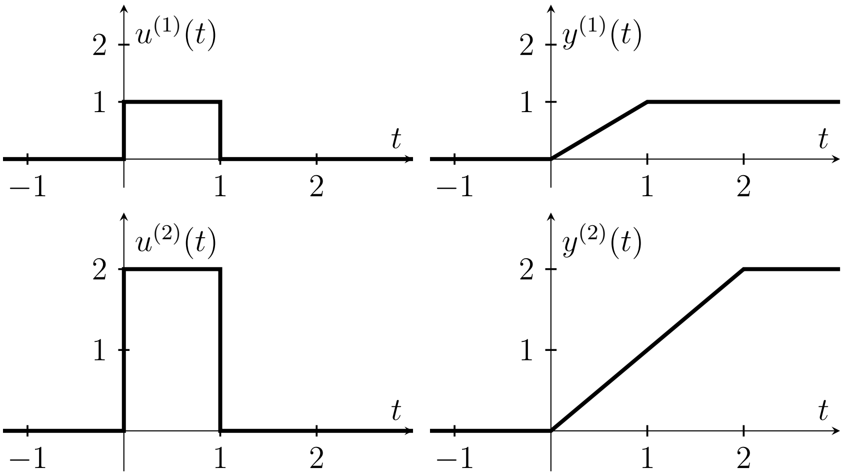
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	2	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen von Experimenten wurden für die im Folgenden dargestellten Zeitfunktionen $u^{(1)}(t)$ und $u^{(2)}(t)$ die jeweils nebenstehend abgebildeten Ausgangsgrößenverläufe $y^{(1)}(t)$ und $y^{(2)}(t)$ erhalten:



Kann es sich hierbei prinzipiell, d.h. vorbehaltlich der Ergebnisse weiterer Versuche und Untersuchungen, um ein lineares zeitinvariantes System handeln? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion des *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

ist gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion, $P(s)$ ist die Übertragungsfunktion der Strecke. Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

Aufgabe 3:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(2) = 0, \qquad \lim_{s\to(1-j)} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass es sich um ein *realisierbares* und *nicht sprungfähiges* System handelt.
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^5 = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1$$

besitzt. Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} u \end{aligned}$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System

- asymptotische Stabilität
- BIBO-Stabilität

aufweist. (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

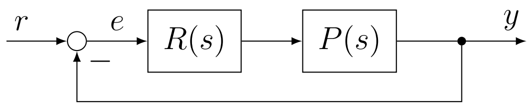
Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

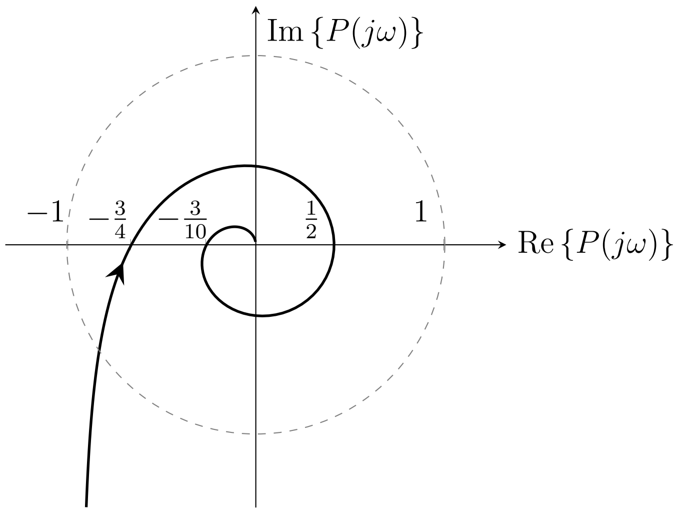
$$\begin{aligned} &i) \quad p_1(s) = ks^5 + 3s^4 + ks^3 + 5s^2 + 0.5s + 2 \\ &ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 \end{aligned}$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen, 1 Pol auf der imaginären Achse liegt und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

i) $K = \dfrac{1}{3}$, ii) $K = 2$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 8:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$ an:

a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)

b) Integrator (I-Glied)

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 13.03.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	2	3	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned} i) \quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5 \\ ii) \quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\ iii) \quad & p_3(s) = s^3 + 2s^2 + s + k \\ iv) \quad & p_4(s) = 15s^2 + ks + 27 \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

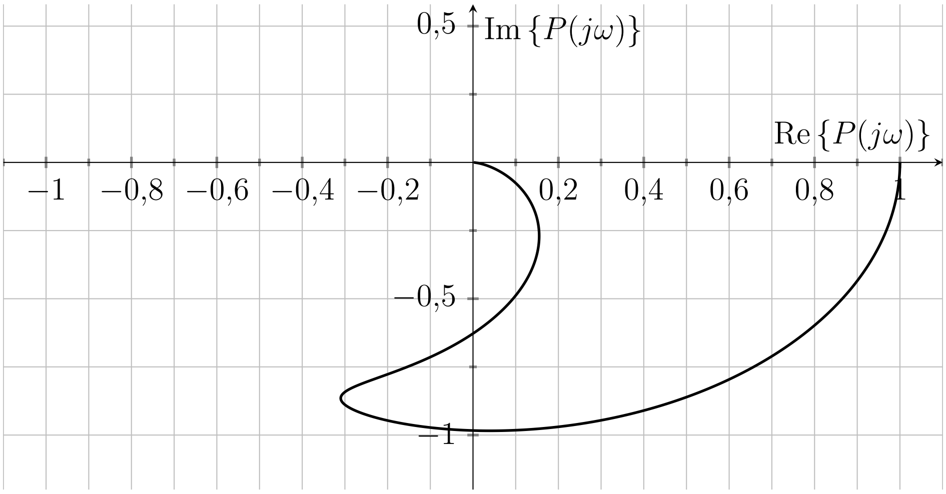
- Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?
- Erklären Sie eine der Methoden im Detail!
- Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 3:

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion einer Regelstrecke:

$$P(s) = \frac{-100(s-1)}{(s-10)^2(s+1)}$$

mit der dazugehörigen Ortskurve für $\omega \in [0, \infty)$.



Zeigen Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums, dass das gegebene System durch einen Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ nicht stabilisiert werden kann.

Hinweis: $\Delta \arg\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\dfrac{\pi}{2}$
$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}.$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 5:

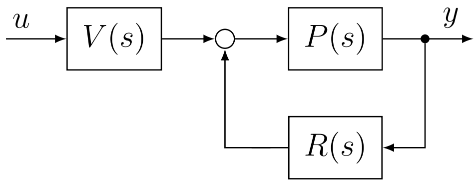
Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter ω_z und ω_n zu wählen?

b) Zeichnen Sie typischen Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

Aufgabe 6:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2-2} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das autonome zeitkontinuierliche lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Berechnen Sie den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = x(0)$ so, dass für die resultierende Trajektorie $x(t=2) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}^T$ gilt.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} \\ \mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-2t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} \\ \mathrm{e}^{-2t} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5t}}{7} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 15.05.2019

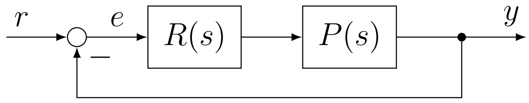
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

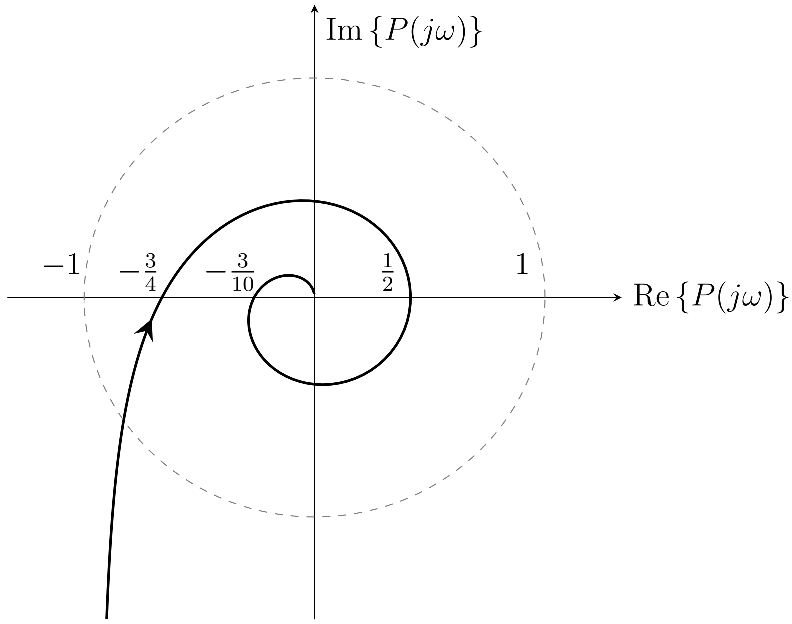
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

i) $K = \dfrac{1}{3}$, ii) $K = 2$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{s^3 - 2s^2 - s + 2}.$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_\mathrm{T}(s)}{(s+5)^2}$$

gewählt, wobei $\mu_\mathrm{T}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_\mathrm{T}(s)$ so an, dass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_\mathrm{T}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen
   i) $T(s)$ ist implementierbar
   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

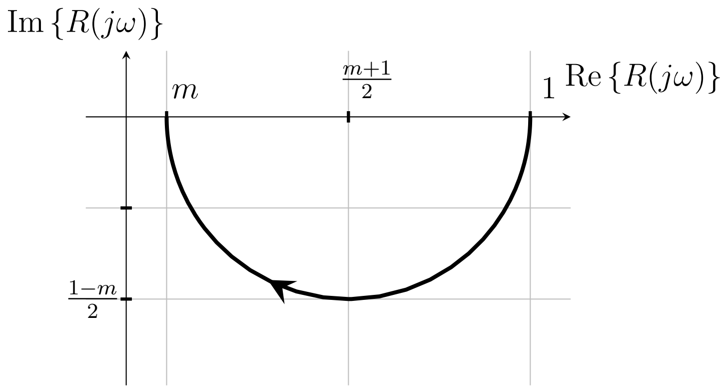
   erfüllt.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie mathematisch, dass die Ortskurve eines Lag-Gliedes mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} \quad \text{mit } m = \frac{\omega_N}{\omega_Z} < 1$$

einen Halbkreis



mit Radius $\frac{1-m}{2}$ und Mittelpunkt bei $\frac{m+1}{2}$ bildet.
Hinweis: Betrachten Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = R(s) - \frac{m+1}{2}$

Aufgabe 4:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{400}{(s+0.2)(s+20)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-3t} + 2e^{t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1)$.

Aufgabe 7:

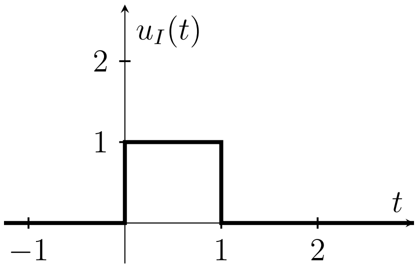
Betrachten Sie die Transitionsmatrix

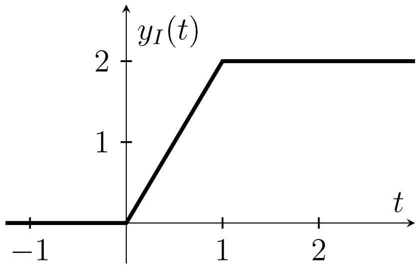
$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t} - 2t\,\mathrm{e}^{-2t} & 0 & -2t\,\mathrm{e}^{-2t} \\ 4\,\mathrm{e}^{-2t} - 4\,\mathrm{e}^{-t} + 8t\,\mathrm{e}^{-2t} & \mathrm{e}^{-t} & 8\,\mathrm{e}^{-2t} - 8\,\mathrm{e}^{-t} + 8t\,\mathrm{e}^{-2t} \\ 2t\,\mathrm{e}^{-2t} & 0 & \mathrm{e}^{-2t}\,(2t+1) \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

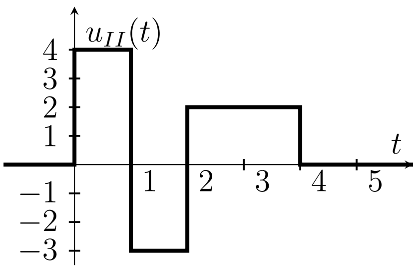
Aufgabe 8:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten. Es wurde sichergestellt, dass die Zustandsgrößen zu Beginn des Experiments null sind.





In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt und die Anfangszustände null sind.