Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** **(Information and Computer Engineering)** am 30.06.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	2	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender systemtheoretischer Begriffe an:

a) Zustandsgrößen,

b) Zeitinvarianz.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 4:

Ermitteln sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
&i) \quad p_1(s) = s^4 + (1-k)s^3 + (k-1)s^2 + s + 1 \\
&ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 \\
&iii) \quad p_3(s) = s^4 + k^2 s^3 + ks^2 + 1 \\
&iv) \quad p_4(s) = s^2 + 5s + k^2
\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion an und skizzieren sie deren Sprungantworten.

a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)

b) Vorhalteglied (DT1-Glied)

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - s + 1}{s^3}$$

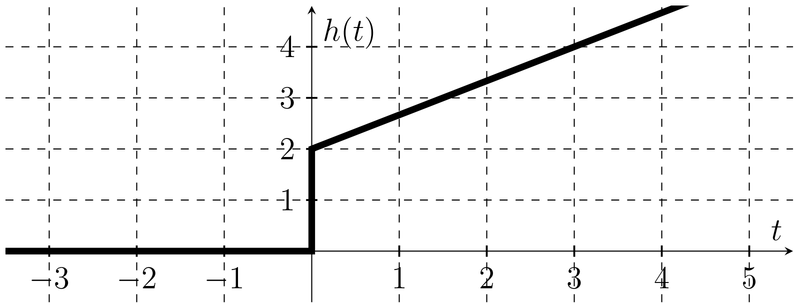
Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion, sofern möglich, eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 8:

Die Übertragungsfunktion des *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

ist gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion, $P(s)$ ist die Übertragungsfunktion der Strecke. Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** **(Information and Computer Engineering)** am 28.09.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{10s - 5}{s + 10}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -1-j} |G(s)| = \infty, \qquad\qquad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass im im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ für alle t gilt, wenn $u(t) = \sin(t)$ gewählt wird.
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 3:

Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + s + 1$$

gegeben. Ermitteln sie den *größtmöglichen* Wertebereich der reellen Parameter a_3 und a_2, für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$

$$y = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

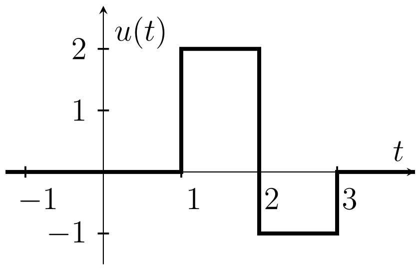
Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = \left(2 + 3e^{-5t} - 5e^{-t}\right)\sigma(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 6:

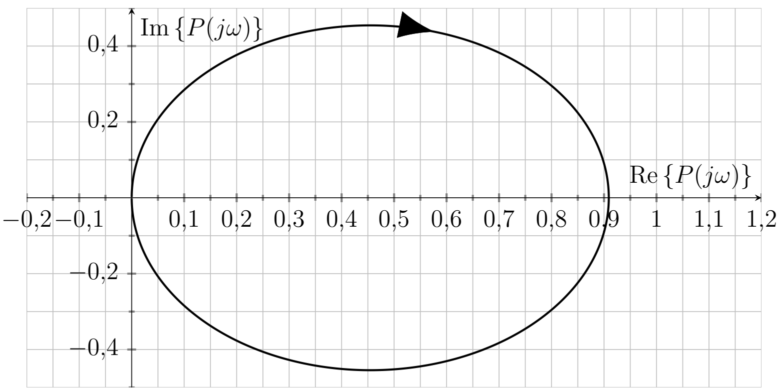
Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ an:

a) asymptotische Stabilität;

b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Ortskurve für $\omega \in [0, \infty)$ eines LZI-Systems mit der Übertragungsfunktion $P(s)$:



Leider ist die zugehörige Übertragungsfunktion vergessen worden. Nach einiger Recherchearbeit konnte man die Auswahl auf folgende Übertragungsfunktionen einschränken.

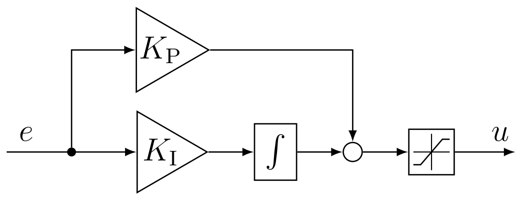
i) $P_1(s) = \dfrac{10s-2}{(s+1)(s+2)}$, ii) $P_2(s) = \dfrac{-2s}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^2}$,

iii) $P_3(s) = \dfrac{10s(s+10)}{(s+10)^2(s+1)}$, iv) $P_4(s) = \dfrac{2-2s}{s(s-2)(s+3)}$.

Welche der vier oben genannten Übertragungsfunktionen ist die gesuchte.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers in Parallelrealisierung mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Information and Computer Engineering)** am 01.12.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	3	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{s^2-1}.$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis (erweiterte Regelkreisstruktur) wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_{\mathrm{T}}(s)}{(s+1)^2}$$

gewählt, wobei $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ an, sodass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen
   i) $T(s)$ ist implementierbar
   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

   erfüllt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 3:

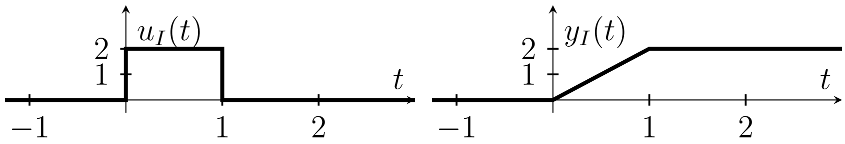
Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell erster Ordnung mit der Zustandsvariablen $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

a) Sprungfähigkeit

b) asymptotische Stabilität

Aufgabe 4:

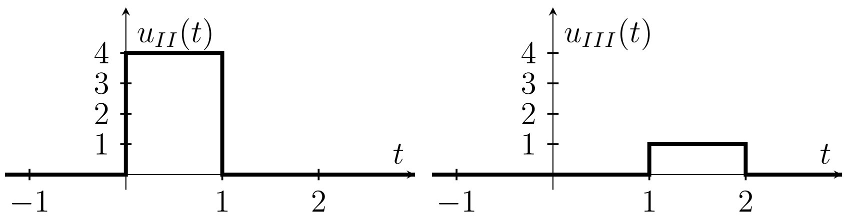
Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ betrachtet. Es wird davon ausgegangen, dass sich das System für $t = 0$ in Ruhe befindet, d.h. $\mathbf{x}(0) = 0$. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.



In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:

$$u(t) = u_{II}(t) - 3u_{III}(t),$$

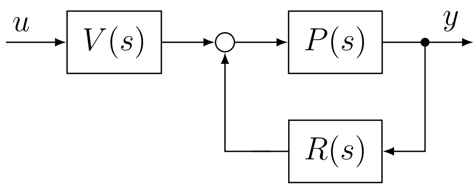
wobei $u_{II}(t)$ und $u_{III}(t)$ dargestellt werden können als



Wie muss die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 5:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \tag{1}$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

Aufgabe 6:

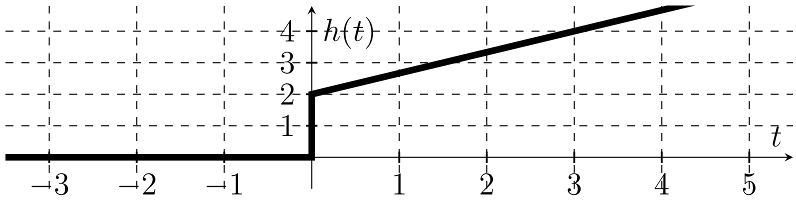
Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = 2 - x_2 \qquad \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_2 x_1^2 - 8$$

Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 7:

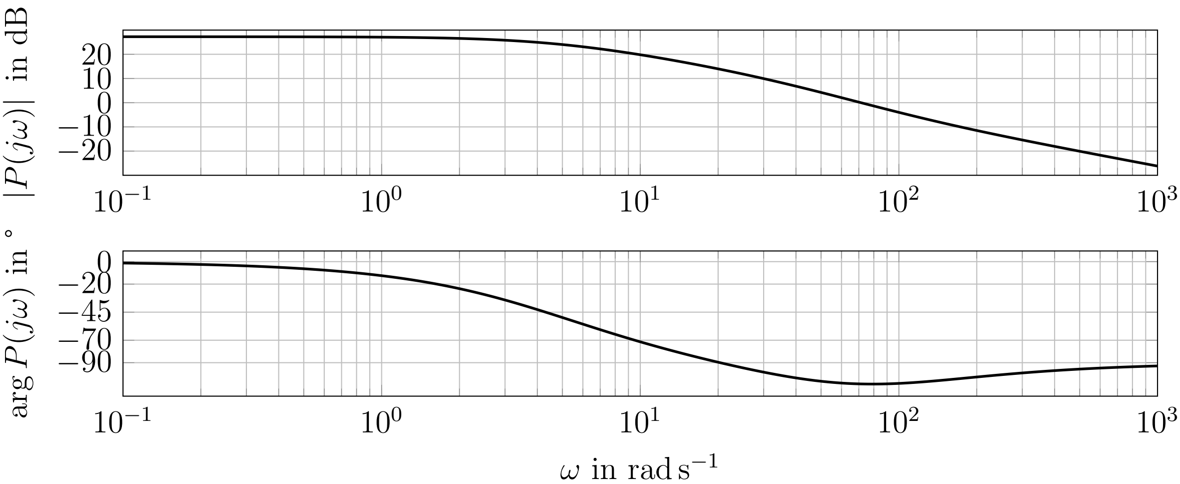
Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



Als Regler wird der I-Regler $R(s) = \frac{1}{s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p des geschlossenen Kreises.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Information and Computer Engineering)** am 31.01.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	2	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende lineare zeitkontinuierliche zeitinvariante Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ -1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln sie α so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = 2(1 - e^{-2t}).$$

Ermitteln sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2)$$
$$\frac{dx_3}{dt} = x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}.$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

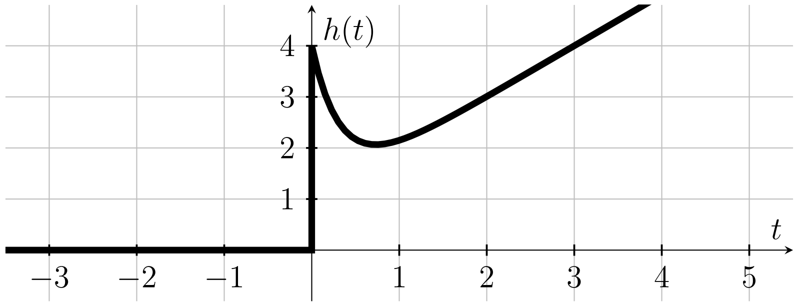
$$G(s) = \frac{a}{s^2 + as + 6}.$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}sin(t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Parameters a:

i) $a = 5$, ii) $a = -5$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_{\mathrm{R}} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_{P}, die Nachstellzeit T_{N} und die Vorhaltezeit T_{V} des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 6:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = c^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & -2\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}u\\ y &= \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix} - u\end{aligned}$$

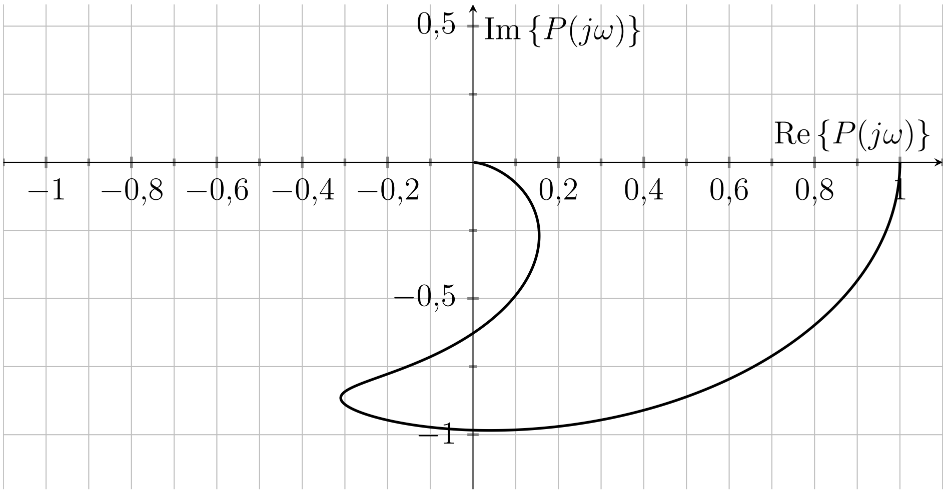
mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 8:

Gegeben sei die folgende Übertragungsfunktion einer Regelstrecke:

$$P(s) = \frac{-100(s-1)}{(s-10)^2(s+1)}$$

mit der dazugehörigen Ortskurve für $\omega \in [0, \infty)$.



Zeigen Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums, dass das gegebene System durch einen Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ nicht stabilisiert werden kann.

Hinweis: $\Delta \arg\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$
$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 08.03.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie für ein Zustandsmodell zweiter Ordnung mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = 1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ an, so dass das System

a) eine Ruhelage

b) keine Ruhelage

c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -4u^2 + x_2^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \cos(x_3), \\ y &= x_2 x_3 u. \end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 & 2 & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ das linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x}, \end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 3\frac{d^3y}{dt^3} + 10\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{du}{dt}.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i) &\quad p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)s \\
ii) &\quad p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\
iii) &\quad p_3(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1 \\
iv) &\quad p_4(s) = 15s^2 + k^2s + 27
\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Standard-Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{100}{s^2 + 10s}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 6:

Bei der analytischen Reglersynthese wird eine (implementierbare) Führungsübertragungsfunktion definiert und daraus der Regler berechnet.

a) Geben Sie die *Definition* der *Implementierbarkeit* an.

b) Ist jede implementierbare Führungsübertragungsfunktion in Form eines Standardregelkreises umsetzbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Zeichnen Sie eine Regelkreisstruktur mit der jede implementierbare Übertragungsfunktion realisiert werden kann.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}.$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 8:

Ein sehr mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie sind die beiden Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen?

b) Zeichnen Sie typischen Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 17.05.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	2	3	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 2:

Von einem zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 3:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$
$$y = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 4:

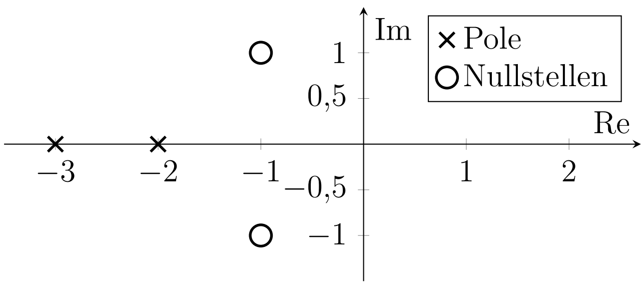
Gegeben sei das folgende zeitkontinuierliche nichtlineare zeitinvariante System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 - \frac{\pi}{2}\\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2)\\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2u - \sqrt{x_3}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Systems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen besitzen Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{s^3 - 2s^2 - s + 2}.$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_{\mathrm{T}}(s)}{(s+5)^2}$$

gewählt, wobei $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ so an, dass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen

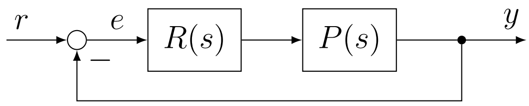
   i) $T(s)$ ist implementierbar

   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

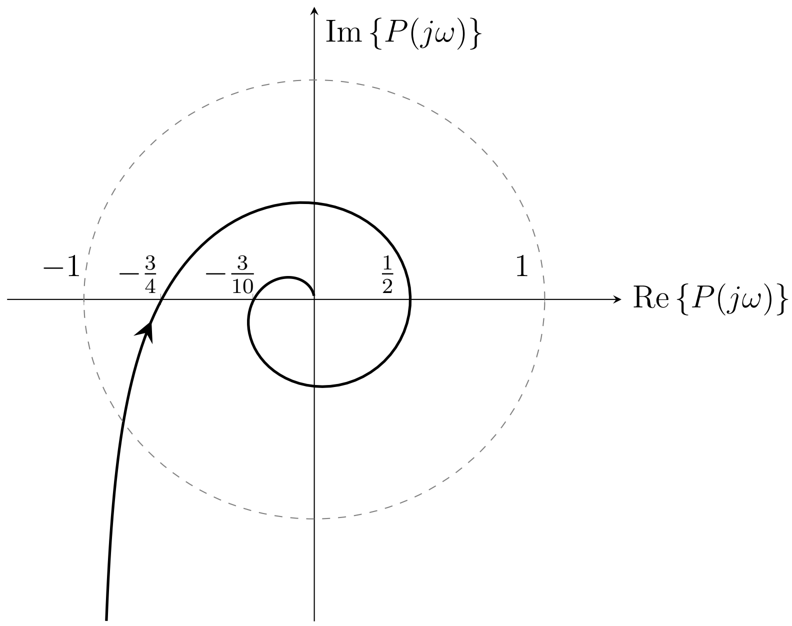
   erfüllt.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

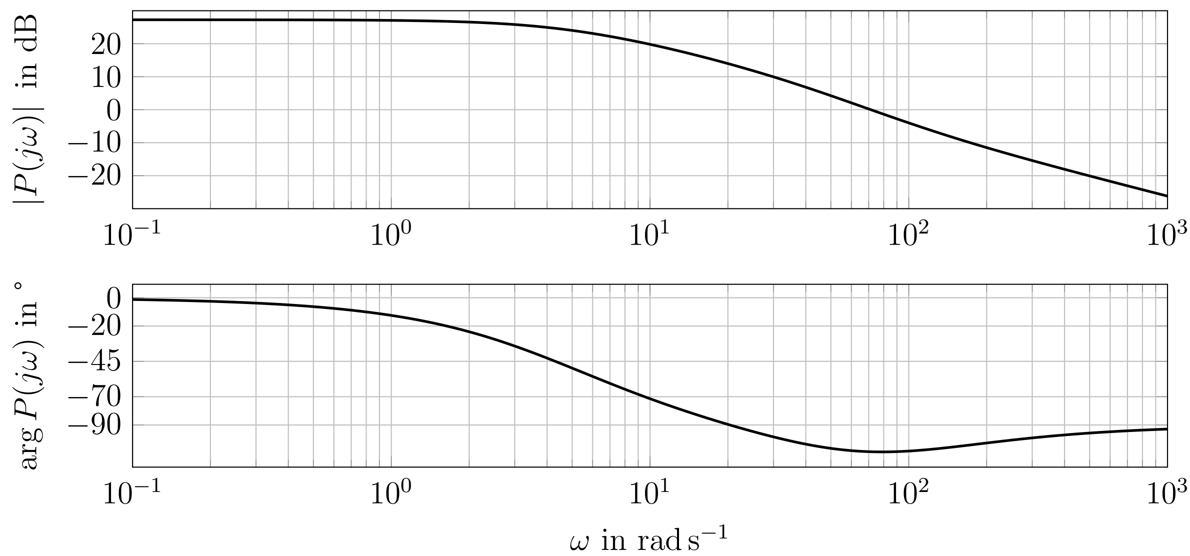
$$\text{i) } K = \frac{1}{3}, \qquad \text{ii) } K = 2$$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



Als Regler wird der I-Regler $R(s) = \frac{1}{s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p des geschlossenen Kreises.