



**Aufgabe 1:**

Geben Sie die *Definitionen* folgender systemtheoretischer Begriffe an:

- a) Zustandsgrößen,
- b) Zeitinvarianz.

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  und der Ausgangsgröße  $y$ :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= [1 \quad 1] \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße  $y(t)$  für  $\mathbf{x}(0) = [1 \quad 0]^T$ .

**Aufgabe 3:**

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor  $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$ , der Eingangsgröße  $u$  und der Ausgangsgröße  $y$ :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage  $u_R = 0$  und  $\mathbf{x}_R = [2 \quad -4 \quad 0]^T$  linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

**Aufgabe 4:**

Ermitteln sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters  $k$ , für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$i) \quad p_1(s) = s^4 + (1 - k)s^3 + (k - 1)s^2 + s + 1$$

$$ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1$$

$$iii) \quad p_3(s) = s^4 + k^2s^3 + ks^2 + 1$$

$$iv) \quad p_4(s) = s^2 + 5s + k^2$$

**Aufgabe 5:**

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion an und skizzieren sie deren Sprungantworten.

- a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)
- b) Vorhalteglied (DT1-Glied)

**Aufgabe 6:**

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion  $P(s)$  gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - s + 1}{s^3}$$

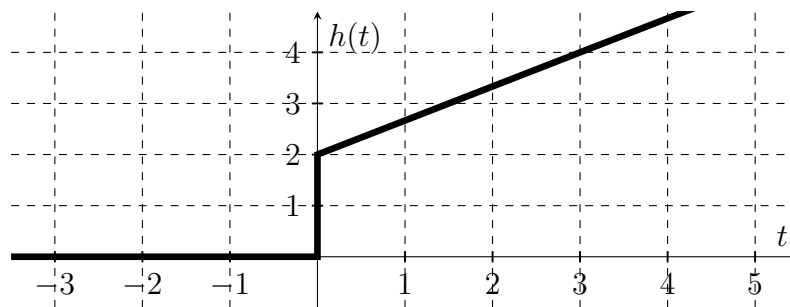
Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion, sofern möglich, eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

**Aufgabe 7:**

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert  $K_P$  und die Nachstellzeit  $T_N$  des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion  $R(s)$  des Reglers an.

**Aufgabe 8:**

Die Übertragungsfunktion des *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{10}{s \left( \frac{s}{10} + 1 \right)}$$

ist gegeben. Hierbei ist  $R(s)$  die Reglerübertragungsfunktion,  $P(s)$  ist die Übertragungsfunktion der Strecke. Stellen Sie den Frequenzgang  $L(j\omega)$  in Form von BODE-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit  $t_r$  und die Überschwingweite  $M_p$  der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.



**Aufgabe 1:**

Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation  $R_d(z)$  der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{10s - 5}{s + 10}$$

für eine Abtastzeit  $T_d = 1$ . Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge  $(u_k)$  aus der Regelfehlerfolge  $(e_k)$  in Form einer Differenzgleichung an.

**Aufgabe 2:**

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion  $G(s)$  *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \rightarrow -1-j} |G(s)| = \infty, \quad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass im im eingeschwungenen Zustand  $y(t) = 0$  für alle  $t$  gilt, wenn  $u(t) = \sin(t)$  gewählt wird.

Ermitteln Sie  $G(s)$ .

**Aufgabe 3:**

Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + s + 1$$

gegeben. Ermitteln sie den *größtmöglichen* Wertebereich der reellen Parameter  $a_3$  und  $a_2$ , für den  $p(s)$  ein Hurwitzpolynom ist.

**Aufgabe 4:**

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ v &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

System 2:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= 2\tilde{x} + 4v \\ y &= \tilde{x} \end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße  $u(t)$  und der Ausgangsgröße  $y(t)$ .

Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

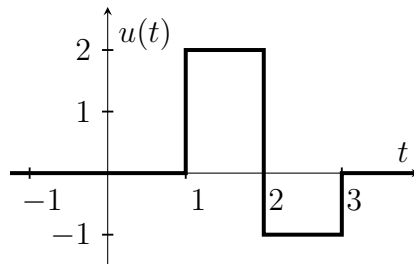
**Aufgabe 5:**

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße  $u$  und der Ausgangsgröße  $y$ , das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = (2 + 3e^{-5t} - 5e^{-t}) \sigma(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße  $y(t)$  für die folgende Eingangsgröße:

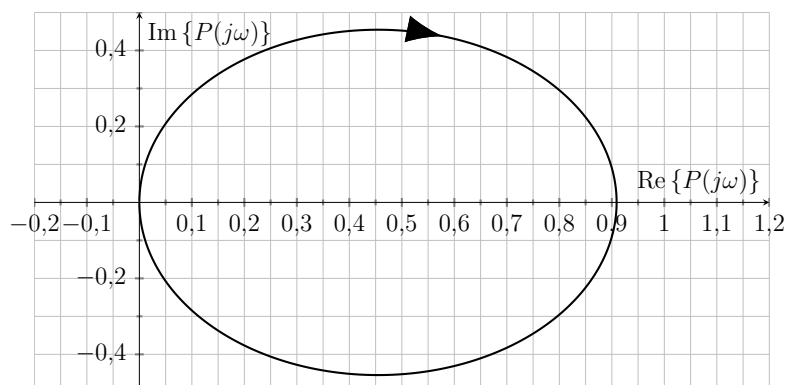
**Aufgabe 6:**

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße  $u$ , der Ausgangsgröße  $y$  und dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  an:

- asymptotische Stabilität;
- BIBO-Stabilität.

**Aufgabe 7:**

Gegeben sei die Ortskurve für  $\omega \in [0, \infty)$  eines *LZI*-Systems mit der Übertragungsfunktion  $P(s)$ :



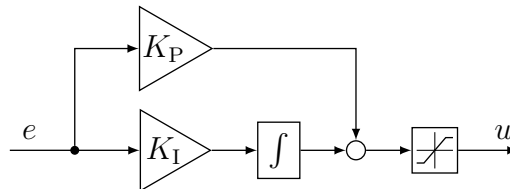
Leider ist die zugehörige Übertragungsfunktion vergessen worden. Nach einiger Recherchearbeit konnte man die Auswahl auf folgende Übertragungsfunktionen einschränken.

$$\begin{aligned} \text{i) } P_1(s) &= \frac{10s - 2}{(s + 1)(s + 2)}, & \text{ii) } P_2(s) &= \frac{-2s}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^2}, \\ \text{iii) } P_3(s) &= \frac{10s(s + 10)}{(s + 10)^2(s + 1)}, & \text{iv) } P_4(s) &= \frac{2 - 2s}{s(s - 2)(s + 3)}. \end{aligned}$$

Welche der vier oben genannten Übertragungsfunktionen ist die gesuchte.

### Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers in Parallelrealisierung mit dem Regelfehler  $e$  und der Stellgröße  $u$ :



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?