Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Biomedical Engineering)** am 30.06.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	2	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender systemtheoretischer Begriffe an:

a) Zustandsgrößen,

b) Zeitinvarianz.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 4:

Ermitteln sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$
\begin{aligned}
&i) \quad p_1(s) = s^4 + (1-k)s^3 + (k-1)s^2 + s + 1 \\
&ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1 \\
&iii) \quad p_3(s) = s^4 + k^2 s^3 + ks^2 + 1 \\
&iv) \quad p_4(s) = s^2 + 5s + k^2
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion an und skizzieren sie deren Sprungantworten.

a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)

b) Vorhalteglied (DT1-Glied)

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - s + 1}{s^3}$$

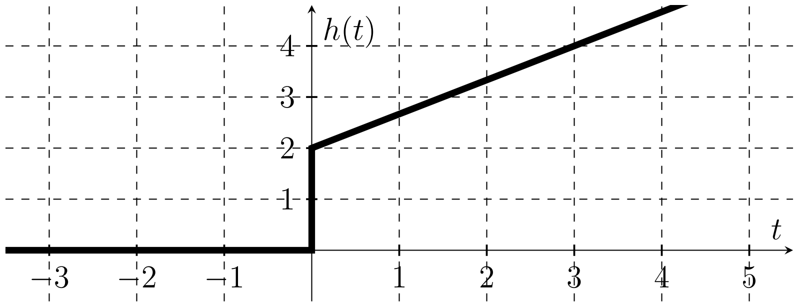
Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion, sofern möglich, eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

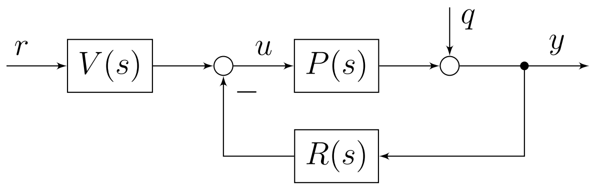
Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_{P} und die Nachstellzeit T_{N} des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Auf den Regelkreis wirkt zusätzlich eine Störung q. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s-4}.$$

Es soll der Regler in Form von $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$ so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$ besitzt und sich zusätzlich eine sinusförmige Störung mit der Kreisfrequenz $\omega = 1$ im eingeschwungenen Zustand nicht auf die Ausgangsgröße auswirkt. D.h. für $r(t) = 0$ und $q(t) = \sin(t)$ soll für hinreichend große Werte von t gelten: $y(t) = 0$.

a) Ermitteln Sie die minimale Reglerordnung ρ für welche die Lösbarkeit dieses Entwurfsproblems sichergestellt ist.

b) Dimensionieren Sie einen Regler minimaler Ordnung in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass die obigen Anforderungen erfüllt werden. Erweitern Sie dazu, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Biomedical Engineering)** am 28.09.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{10s - 5}{s + 10}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -1-j} |G(s)| = \infty, \qquad\qquad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass im im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ für alle t gilt, wenn $u(t) = \sin(t)$ gewählt wird.
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 3:

Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + s + 1$$

gegeben. Ermitteln sie den *größtmöglichen* Wertebereich der reellen Parameter a_3 und a_2, für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$

$$y = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

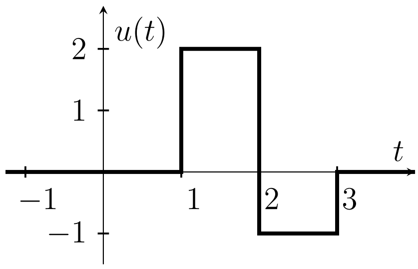
Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = \left(2 + 3e^{-5t} - 5e^{-t}\right)\sigma(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 6:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ an:

a) asymptotische Stabilität;

b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 7:

Bei der analytischen Reglersynthese wird - bei gegebener Regelstrecke $P(s)$ - eine (implementierbare) Führungsübertragungsfunktion definiert und daraus der Regler berechnet.

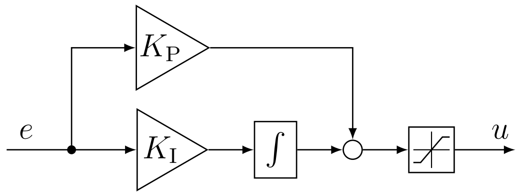
a) Geben Sie die *Definition* für die *Implementierbarkeit* an.

b) Ist jede implementierbare Führungsübertragungsfunktion in Form eines Standardregelkreises umsetzbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Zeichnen Sie eine Regelkreisstruktur mit der jede implementierbare Übertragungsfunktion realisiert werden kann.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers in Parallelrealisierung mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Biomedical Engineering)** am 01.12.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	3	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{s^2-1}.$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis (erweiterte Regelkreisstruktur) wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_{\mathrm{T}}(s)}{(s+1)^2}$$

gewählt, wobei $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ an, sodass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_{\mathrm{T}}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen
   i) $T(s)$ ist implementierbar
   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

   erfüllt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 3:

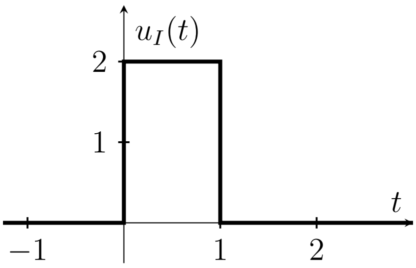
Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell erster Ordnung mit der Zustandsvariablen $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

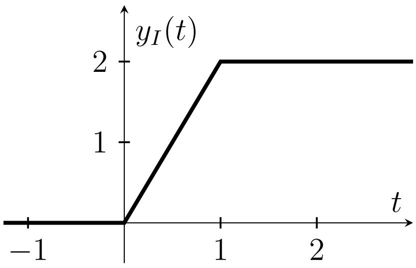
a) Sprungfähigkeit

b) asymptotische Stabilität

Aufgabe 4:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ betrachtet. Es wird davon ausgegangen, dass sich das System für $t = 0$ in Ruhe befindet, d.h. $\mathbf{x}(0) = 0$. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.

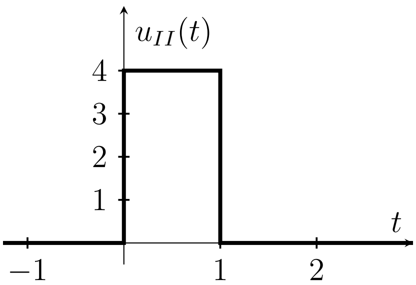


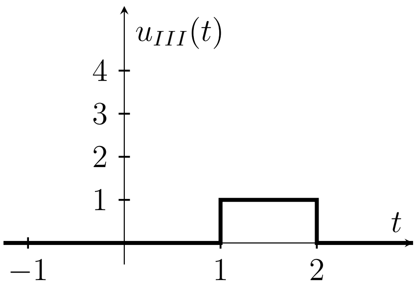


In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:

$$u(t) = u_{II}(t) - 3u_{III}(t),$$

wobei $u_{II}(t)$ und $u_{III}(t)$ dargestellt werden können als

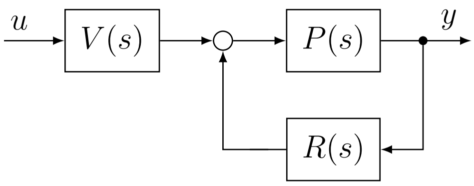




Wie muss die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 5:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}. \tag{1}$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

Aufgabe 6:

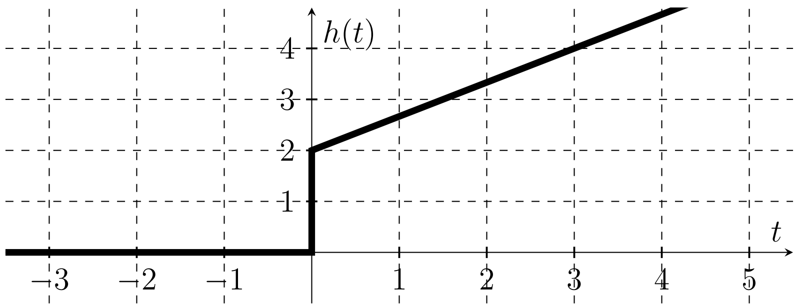
Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = 2 - x_2$$
$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_2 x_1^2 - 8$$

Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 8:

Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{10s - 5}{s + 10}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1 (Biomedical Engineering)** am 31.01.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	2	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende lineare zeitkontinuierliche zeitinvariante Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ -1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln sie α so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = 2(1 - e^{-2t}).$$

Ermitteln sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2)$$
$$\frac{dx_3}{dt} = x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}.$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

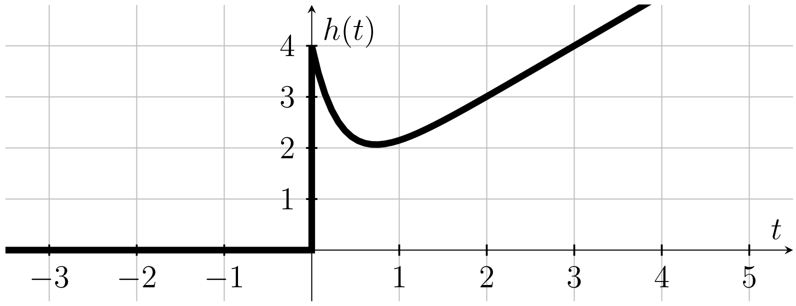
$$G(s) = \frac{a}{s^2 + as + 6}.$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}sin(t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Parameters a:

i) $a = 5$, ii) $a = -5$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_\mathrm{R} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P, die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 6:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = c^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix}1 & 2\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 7:

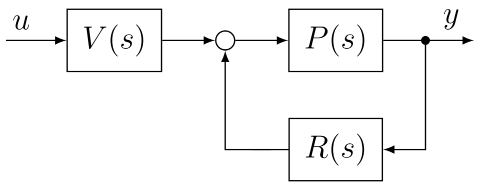
Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & -2\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}u\\ y &= \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix} - u\end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 8:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Falls nötig, verwenden Sie $w(s) = (s+1)^k$ um die Ordnung von $T(s)$ zu erhöhen.