Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1**
am 20.11.2015

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

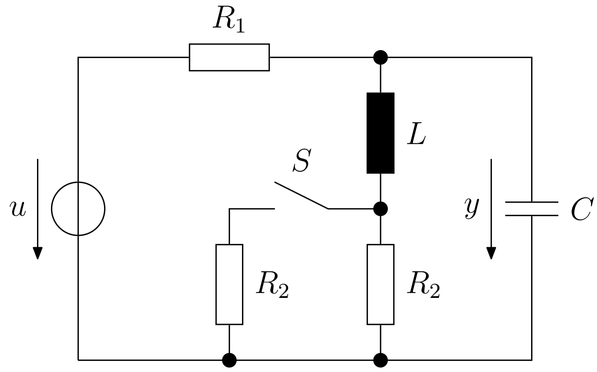
Prüfungsmodus: ◯ VO+UE (TM) ◯ VO (BM)

Bonuspunkte aus den Matlab-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	4	5	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer idealen Spannungsquelle, den ohmschen Widerständen R_1 und R_2, der Induktivität L und der Kapazität C.



Die Quellenspannung der Spannungsquelle wird mit u, die Spannung an der Kapazität C wird mit y bezeichnet. Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Der Schalter S sei zunächst *geöffnet*.

a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Betrachten Sie nun das System für die konkreten Parameterwerte $R_1 = R_2 = L = C = 1$.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$.

c) Ist das System *asymptotisch stabil* bzw. *BIBO-stabil*? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*)

d) Aus Versehen wird im Betrieb der Schalter S geschlossen. Ändert sich dadurch die Systembeschreibung? Wenn ja, ermitteln Sie das geänderte Zustandsraummodell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{b}}u, \qquad\qquad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{x} + \tilde{d}u.$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes *nichtlineare* System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} e^{2x_2} - x_1 \\ -2x_1 + (u-1)^2 \end{bmatrix} \\ y &= x_1^2 + 2x_2.\end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_\mathrm{R}$, y_R des Systems für die konstante Eingangsgröße $u = u_\mathrm{R} = 3$.

b) Wählen Sie eine der Ruhelagen aus und bestimmen Sie dafür durch *Linearisierung* des Systems ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\,\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\,\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\,\Delta\mathbf{x} + d\,\Delta u\end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \begin{aligned}\Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \\ \Delta u &:= u - u_\mathrm{R}, \\ \Delta y &:= y - y_\mathrm{R},\end{aligned}$$

welches das nichtlineare System für „kleine“ Auslenkungen aus der Ruhelage näherungsweise beschreibt.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}u, \qquad y = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{P}$ einer regulären Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ so, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \qquad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u$$

in Diagonalform vorliegt. Geben Sie die Systemdaten $\mathbf{\Lambda}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, $\tilde{\mathbf{c}}^T$ und $\tilde{d}$ des transformierten Systems an.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des gegebenen Systems. Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

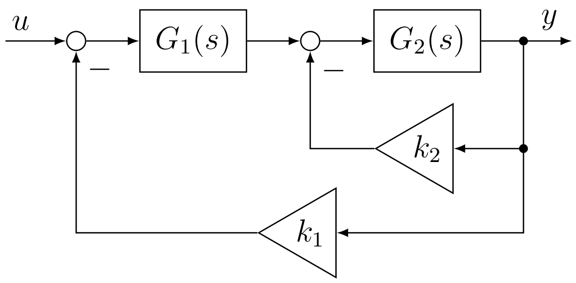
c) Für eine unbekannte Eingangsgröße $u(t)$ wurde ausgehend vom Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ die Ausgangsgröße

$$y(t) = 5 - 5e^{-2t} \qquad \text{für } t \geq 0$$

beobachtet. Bestimmen Sie den zugehörigen Verlauf von $u(t)$.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die beiden Größen k_1 und k_2 sind hierbei reelle Parameter.

a) Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion $G(s)$ von u nach y durch

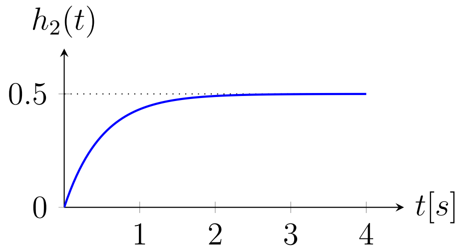
$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + k_2G_2(s) + k_1G_1(s)G_2(s)}$$

gegeben ist.

Die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ ist mit

$$G_1(s) = \frac{2}{s-1}$$

gegeben. Die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ liegt in Form einer Sprungantwort $h_2(t)$ vor:



b) Welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $G_2(s)$ weist obige Sprungantwort $h_2(t)$ auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\text{i) } G_2(s) = \frac{0.5}{s}, \qquad \text{ii) } G_2(s) = \frac{1}{s+2}, \qquad \text{iii) } G_2(s) = \frac{1}{s+1}.$$

c) Berechnen Sie die resultierende Übertragungsfunktion $G(s)$ für das gegebene $G_1(s)$ sowie das gewählte $G_2(s)$. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt. Stellen Sie diesen Bereich in der k_1, k_2-Ebene graphisch dar.

Es gelte nun $k_1 = 1$ und $k_2 = 2$.

d) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{t\to\infty} y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 5\sigma(t)$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 29.01.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

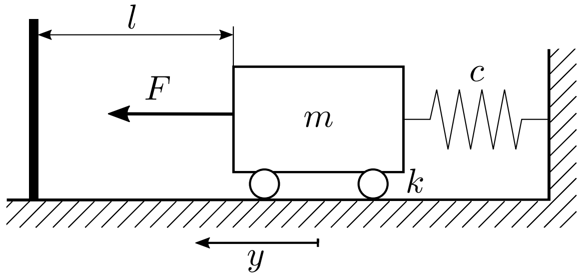
Prüfungsmodus: ◯ VO+UE (TM) ◯ VO (BM)

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	5	3	6
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes mechanische System bestehend aus einem Wagen mit der Masse m und einer linearen Feder mit der Federkonstante c:



Im Abstand l von der Wagenstartposition befindet sich ein Hindernis, das zunächst unberücksichtigt bleibt. Die Position y des Wagens wird ausgehend vom entspannten Zustand der Feder gemessen. Abgesehen von der Federkraft und der von außen vorgegebenen Kraft F wirkt auf den Wagen eine geschwindigkeitsproportionale Reibkraft mit dem Proportionalitätsfaktor k. Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u = F$ und der Ausgangsgröße y auf.

a) Führen Sie einen Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y & \dot{y} \end{bmatrix}^T$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Für konkrete Parameterwerte ergibt sich folgendes Zustandsraummodell:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

b) Berechnen Sie die Eigenwerte des Systems. Ist das System asymptotisch stabil? (*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*)

c) Ermitteln Sie die zugehörige Übertragungsfunktion

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}}.$$

d) Es wird nun $u(t) = \hat{F}\,\sigma(t)$ ausgehend von der Startposition $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ als Eingangsgröße verwendet. Bestimmen Sie den größten Wert des positiven, reellen Parameters $\hat{F}$ so, dass der Wagen zu keinem Zeitpunkt das Hindernis berührt, d.h. $y(t) < l \quad \forall t$.

Hinweis: Lassen Sie die berechneten Eigenwerte in Aufgabe b) in Ihre Überlegungen einfließen!

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Die Systemmatrix $\mathbf{A}$ ist unbekannt, jedoch ist für einen (ebenfalls unbekannten) Zeitpunkt T der Wert der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}$ und ihrer zeitlichen Ableitung gegeben:

$$\mathbf{\Phi}(T) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}\mathbf{\Phi}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=T} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie folgende Werte der Transitionsmatrix:

i) $\mathbf{\Phi}(0)$, ii) $\mathbf{\Phi}(-T)$, iii) $\mathbf{\Phi}(2T)$.

b) Zeigen Sie, dass die Systemmatrix durch

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

gegeben ist.

c) Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{P}$ einer regulären Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ so, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \qquad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u$$

in Diagonalform vorliegt. Geben Sie die Systemdaten $\mathbf{\Lambda}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, $\tilde{\mathbf{c}}^T$ und $\tilde{d}$ des transformierten Systems an.

Aufgabe 3:

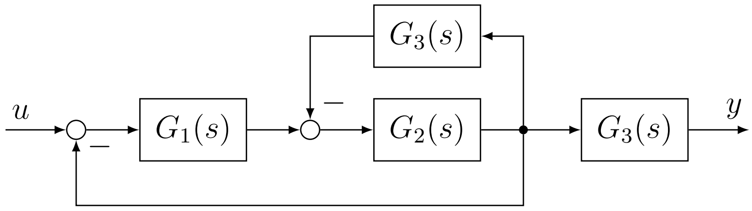
Überprüfen Sie, ob es sich bei folgenden Polynomen $p_i(s)$ $(i = 1, \ldots, 4)$ jeweils um Hurwitzpolynome handelt. (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

i) $p_1(s) = (s^3 + 2s^2 + 2s + 1)(s^2 - s + 1)$, ii) $p_2(s) = -3s^2 - 4s - 1$,

iii) $p_3(s) = s^6 + 4s^5 + s^3 + 2s^2 + 4s + 1$, iv) $p_4(s) = (s^2 + s + 1)^2 + (2s + 4)$.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \alpha, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_3(s) = \frac{s+1}{s+2}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}$$

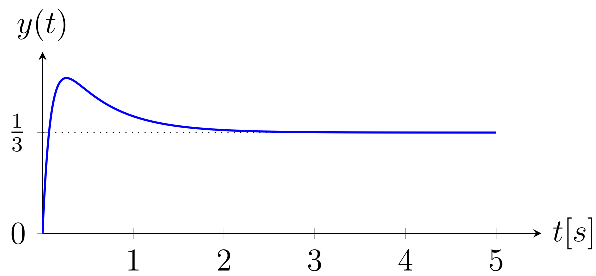
die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{\alpha(s+1)}{s^2 + (6+\alpha)s + 7 + 2\alpha}$$

gegeben ist.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Um den unbekannten Parameter α zu bestimmen, wurde eine sprungförmige Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ auf das System aufgeschaltet und dabei folgender Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ beobachtet:



d) Bestimmen Sie den Parameter α.

e) Ermitteln Sie für den konkreten Parameter α ein zugehöriges Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 18.03.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

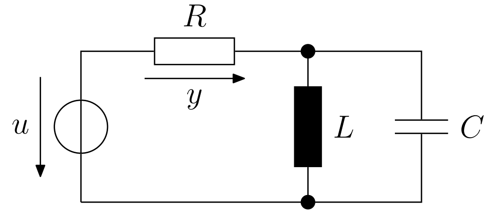
Prüfungsmodus: ◯ VO+UE (TM) ◯ VO (BM)

Bonuspunkte aus den Matlab-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	5	4	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer idealen Spannungsquelle, dem ohmschen Widerstand R, der Induktivität L sowie der Kapazität C:



Die Quellenspannung der Spannungsquelle wird mit u, die Spannung am Widerstand R wird mit y bezeichnet. Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.

a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Betrachten Sie nun folgendes System, das sich für konkrete Parameterwerte ergibt:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}u, \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + u.$$

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$.

c) Ist das System *asymptotisch stabil* bzw. *BIBO-stabil*? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*)

d) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen des Systems für die Eingangsgrößen

i) $u = u_{\mathrm{R}} = 1$, ii) $u = u_{\mathrm{R}} = 0$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u, \qquad y = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Ist das System asymptotisch stabil? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$.

c) Bestimmen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ des Systems.

d) Ermitteln Sie die Inverse $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

e) Berechnen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$ des Systems.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes *nichtlineare* System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} x_2 - u \\ -\sin(x_1) - x_2 + u \end{bmatrix}$$
$$y = \cos(x_1) + x_2^2 + u^2.$$

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_\mathrm{R}$, y_R des Systems für die konstante Eingangsgröße $u = u_\mathrm{R} = 1$.

b) Wählen Sie eine der Ruhelagen aus und bestimmen Sie dafür durch *Linearisierung* des Systems ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\,\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\,\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\,\Delta\mathbf{x} + d\,\Delta u \end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \begin{aligned} \Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \\ \Delta u &:= u - u_\mathrm{R}, \\ \Delta y &:= y - y_\mathrm{R}, \end{aligned}$$

welches das nichtlineare System für „kleine“ Auslenkungen aus der Ruhelage näherungsweise beschreibt.

c) Ist das linearisierte System asymptotisch stabil? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0} = \frac{s+2}{s^3 + 2s^2 + \alpha s + 1} + 2$$

eines Systems dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Hierbei ist α ein reeller Parameter.

a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{t\to\infty} y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 2\sigma(t)$ und folgende Parameterwerte:

i) $\alpha = -1$, ii) $\alpha = 1$.

c) Geben Sie ein Zustandsraummodell an, das die Übertragungsfunktion $G(s)$ besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 12.05.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

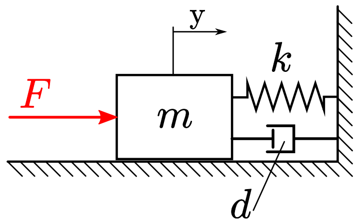
Prüfungsmodus: ◯ VO+UE (TM) ◯ VO (BM)

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	5	3	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgenden *reibungsfreien* mechanischen Aufbau einer Masse m, die mit Hilfe einer Feder mit der der Federkonstante k und eines Dämpfers mit der Dämpferkonstante d an der Wand befestigt ist:



Auf die Masse wirkt die äußere Kraft F, die *wegproportionale* Federkraft und die *geschwindigkeitsproportionale* Dämpferkraft. Die Position y der Masse wird ausgehend vom entspannten Zustand der Feder gemessen. Fassen Sie den mechanischen Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u = F$ und der Ausgangsgröße y auf.

a) Führen Sie einen Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} y & \dot{y} \end{bmatrix}^T$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Für konkrete Parameterwerte ergibt sich folgendes Zustandsraummodell:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

b) Bestimmen Sie die speziellen Werte der Parameter m, k und d.

c) Ermitteln Sie die zugehörige Übertragungsfunktion

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}.$$

d) Ist das System BIBO-stabil? *Geben Sie eine mathematische Begründung an!*

e) Ausgehend vom Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ wirkt auf das System die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$. Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie die Matrix $\mathbf{P}$ einer regulären Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ so, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \qquad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u$$

in Diagonalform vorliegt. Geben Sie die Systemdaten $\mathbf{\Lambda}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, $\tilde{\mathbf{c}}^T$ und $\tilde{d}$ des transformierten Systems an.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des gegebenen Systems. Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Bestimmen Sie ausgehend vom Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße

$$u(t) = 1 - e^{-2t}.$$

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

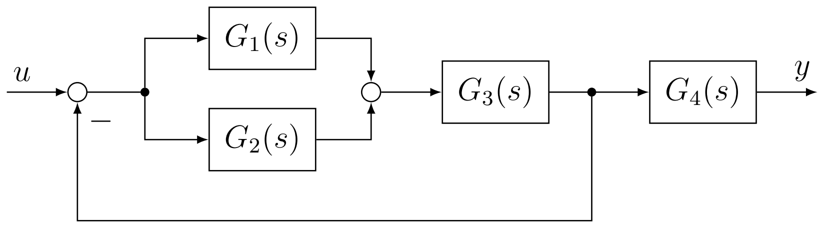
a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

b) Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion $G(s)$ und erstellen Sie einen PN-Plan.

c) Ist das System *asymptotisch stabil* bzw. *BIBO-stabil*? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*)

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = k_1, \qquad G_2(s) = k_2\frac{1}{s}, \qquad G_3(s) = \frac{1}{s-2}, \qquad G_4(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + (k_1-2)s + k_2} \cdot \frac{1}{s^2+2s+1}$$

gegeben ist. Hierbei sind k_1 und k_2 *reelle* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1, k_2, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt. Stellen Sie den Wertebereich in der k_1-k_2 Ebene grafisch dar.

Es gelte nun $k_1 = 5$ und $k_2 = 0.2$.

d) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{t\to\infty} y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 4\sigma(t)$.