Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 16.10.2003

Name / Vorname(n):

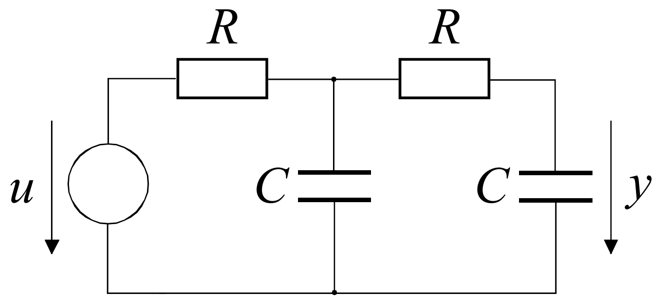
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung:

	1	2	3
erreichbare Punkte	5	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus zwei Kapazitäten C und zwei Ohmschen Widerständen R. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert. Mit y bezeichnen wir die eingezeichnete Spannung an einer Kapazität. Fassen Sie das Netzwerk als ein Übertragungssystem mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.



a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,\ y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$

b) Bestimmen Sie für $u(t) = 2$ für $t \geq 0$ den Grenzwert $\lim\limits_{t\to\infty} \mathbf{x}(t)$.

(*Hinweis:* Zur Beantwortung dieser Frage sind *keine* längeren Rechnungen notwendig, physikalische Überlegungen sind ausreichend!)

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein mathematisches Modell der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Rechts-Eigenvektoren.

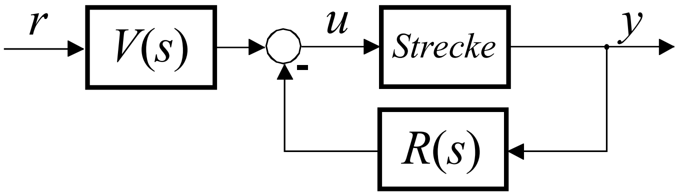
b) Bestimmen Sie die zu obigem mathematischen Modell gehörige Transitionsmatrix $\Phi(t)$.

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende *t*-Werte) in der $x_1 - x_2$ Ebene für folgende drei Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme (R, V) gelte:

$$R(s) = \frac{1}{s+\alpha}, \quad V(s) = \frac{s+\beta}{s+2}.$$

Hierbei sind α und β reelle Parameter.

Das Teilsystem „*Strecke*" wird durch die Differentialgleichung

$$\dot{y} = u$$

beschrieben.

a) Untersuchen Sie, ob die drei Teilsysteme (R, V, „*Strecke*") jeweils die BIBO-Eigenschaft besitzen.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $r \to y$: $T(s)$ des Regelkreises.

c) Bestimmen Sie den (größtmöglichen) Wertebereich der Parameter α und β für den $T(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Setzen Sie nun $\alpha = 2$ und $\beta = 1$. Ermitteln Sie im eingeschwungenen Zustand (t sehr groß) den Verlauf der Ausgangsgröße y, wenn für die Eingangsgröße r gilt:

$$r(t) = \sin t.$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 2.2.2004

Name / Vorname(n):

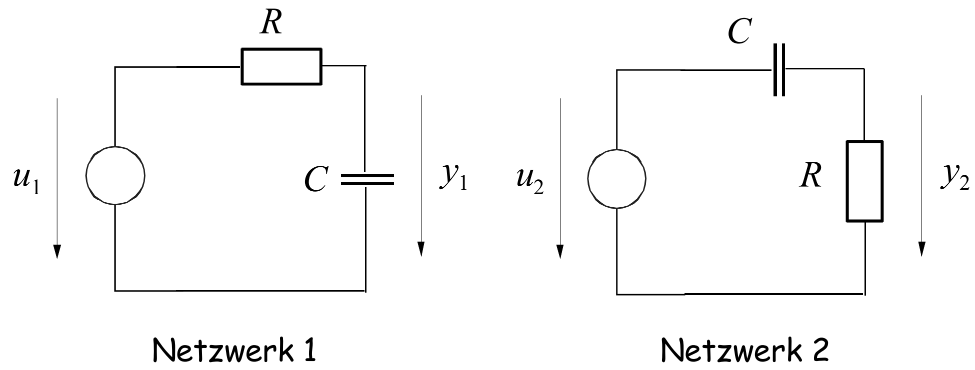
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung:

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	4	4
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die folgenden idealen elektrischen Netzwerke bestehend aus den Kapazitäten C und den Ohmschen Widerständen R. Die von den Spannungsquellen gelieferten Spannungen werden mit u_1, u_2 bzw. u symbolisiert. Mit y_1, y_2 bzw. y bezeichnen wir die eingezeichneten Spannungsabfälle an den jeweiligen Bauelementen. Fassen Sie die Netzwerke als Systeme mit den Eingangsgrößen u_1, u_2 bzw. u und den Ausgangsgrößen y_1, y_2 bzw. y auf.

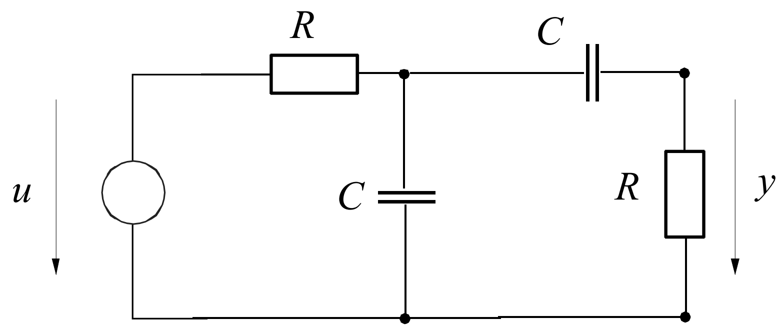


a) Führen Sie für beide Netzwerke geeignete Zustandsvektoren $\mathbf{x}_1$ bzw. $\mathbf{x}_2$ ein und ermitteln Sie mathematische Modelle der Form

$$\frac{d\mathbf{x}_1}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}u_1, \qquad y_1 = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_1 + du_1$$
$$\frac{d\mathbf{x}_2}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{b}u_2, \qquad y_2 = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_2 + du_2 .$$

b) Ermitteln Sie die zugehörigen Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$.

Betrachten Sei nun folgendes Netzwerk



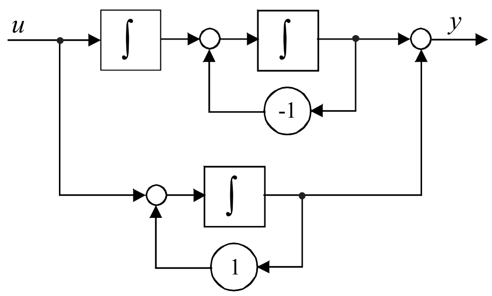
c) Führen Sie für obiges Netzwerk einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du .$$

d) Lautet die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = G_1(s)G_2(s)$? (*Geben Sie eine* *mathematische Begründung an!)*

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Strukturbild eines Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.



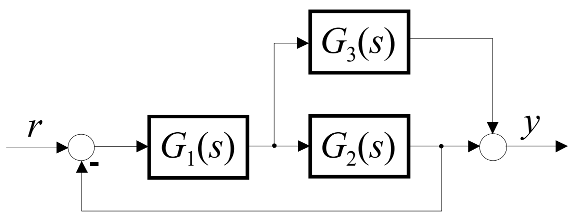
a) Führen Sie einen Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und geben Sie eine Systembeschreibung der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$ an.

b) Bestimmen Sie die zu obigem mathematischen Modell gehörige Transitionsmatrix $\Phi(t)$.

c) Ist das mathematische Modell aus a) asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes Blockschaltbild eines Systems mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y :



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

Für die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme (G_1, G_2, G_3) soll nun gelten:

$$G_1(s) = V, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 4s}, \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+4}$$

Hierbei ist V ein reeller Parameter.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters V, für den $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Ermitteln Sie bei verschwindendem Anfangszustand für $V = 3$ den Verlauf der Ausgangsgröße y für die Eingangsgröße

$$r(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 16.3.2004

Name / Vorname(n):

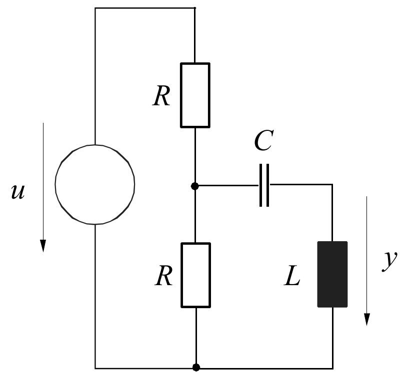
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung:

	1	2	3
erreichbare Punkte	5	4	5
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk, bestehend aus der Kapazität C, den Ohmschen Widerständen R und der Induktivität L. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert. Mit y bezeichnen wir den eingezeichneten Spannungsabfall an der Induktivität. Fassen Sie das Netzwerk als System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.



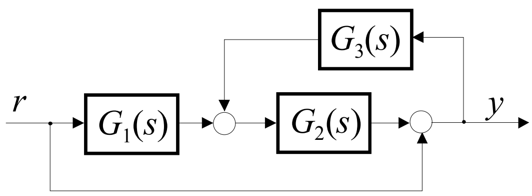
a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\,.$$

b) Bestimmen Sie für $u(t) = u_0 = konst.$ den Wert $\mathbf{x}_\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t)$.
(Hinweis: Zur Beantwortung dieser Frage sind *keine* längeren Rechnungen notwendig, physikalische Überlegungen sind ausreichend!)

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes Blockschaltbild eines Systems mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $T(s)$ des Systems.

Für die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme (G_1, G_2, G_3) soll nun gelten:

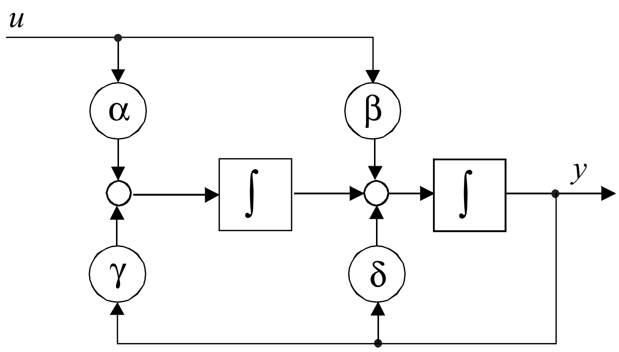
$$G_1(s) = \frac{s+1}{s+3}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s}, \qquad G_3(s) = \frac{s-1}{s+\alpha}$$

Hierbei ist α ein reeller Parameter.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den $T(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Strukturbild eines Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Hierbei sind α, β, γ und δ reelle Parameter.



a) Führen Sie einen Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und geben Sie eine Systembeschreibung der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$ an.

b) Bestimmen Sie die zu obigem Modell gehörige Übertragungsfunktion $G(s)$.

Die Parameter α, β, γ und δ sollen nun so bestimmt werden, dass die Systemmatrix $\mathbf{A}$ *ausschließlich* Eigenwerte bei $s = 0$ besitzt.

c) Bestimmen Sie die zu obigem Modell gehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$. Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe der Richtungssinnes für wachsende t-Werte) in der $x_1 - x_2 -$ Ebene für die Anfangszustände

$$\text{(i)}\ \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(ii)}\ \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \text{(iii)}\ \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 29.06.2004

Name / Vorname(n):

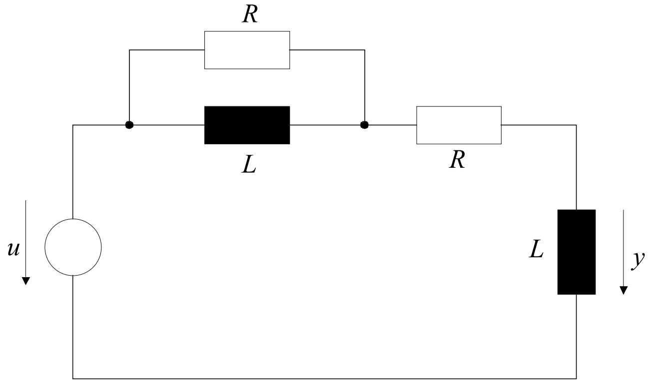
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte:

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	6
erreichte Punkte			

Aufgabe1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus zwei Induktivitäten L und zwei Ohmschen Widerständen R. Die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert. Mit y bezeichnen wir die Spannung an der Induktivität L (siehe Skizze). Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.



a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Wählen Sie nun für die Bauteile folgende Werte:

$$R = 1\Omega$$
$$L = 1H$$

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ zu obigem System.

c) Für bestimmte Werte der Bauelemente lautet die Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{s^2 + s}{s^2 + 3s + 1}.$$

Bestimmen Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte von t ($t \gg 0$), wenn als Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}\sin(t)$ gewählt wird.

Hinweis: $\arctan(1) = \dfrac{\pi}{4}$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell 2. Ordnung:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Ausgehend von zwei speziellen Anfangszuständen wurden die zugehörigen Lösungen

$$\mathbf{x}^{(1)}(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-3t} \\ e^{-3t} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{x}^{(2)}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ e^{t} \end{bmatrix}$$

ermittelt.

a) Ist das System asymptotisch stabil? *(Geben Sie eine mathematische Begründung an!)*
b) Ermitteln Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$ und die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.
c) Skizzieren Sie in der Zustandsebene die Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende t-Werte) für die folgenden Anfangszustände

$$\mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(4)} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(5)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) soll erkennbar sein!

Aufgabe 3:

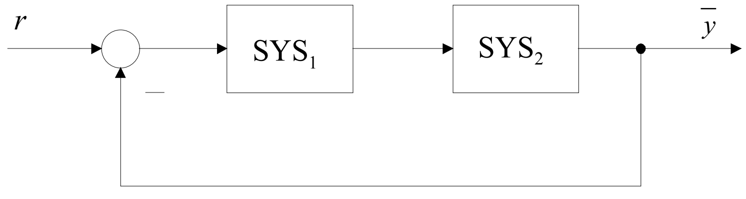
Gegeben seien die beiden mathematischen Modelle:

SYS$_1$:
$$\frac{dx}{dt} = -x + \alpha u$$
$$y = x$$

SYS$_2$:
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 5 & 5 \end{bmatrix}\mathbf{x} + u$$

a) Untersuchen Sie ob die beiden Teilsysteme die BIBO-Eigenschaft besitzen.

Die Systeme werden nun folgendermaßen zusammengeschaltet:



b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems.
c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α für den das Gesamtsystem die BIBO-Eigenschaft besitzt.