Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 02.07.2020

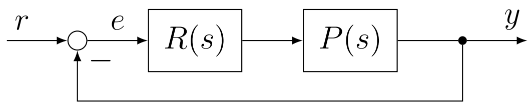
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

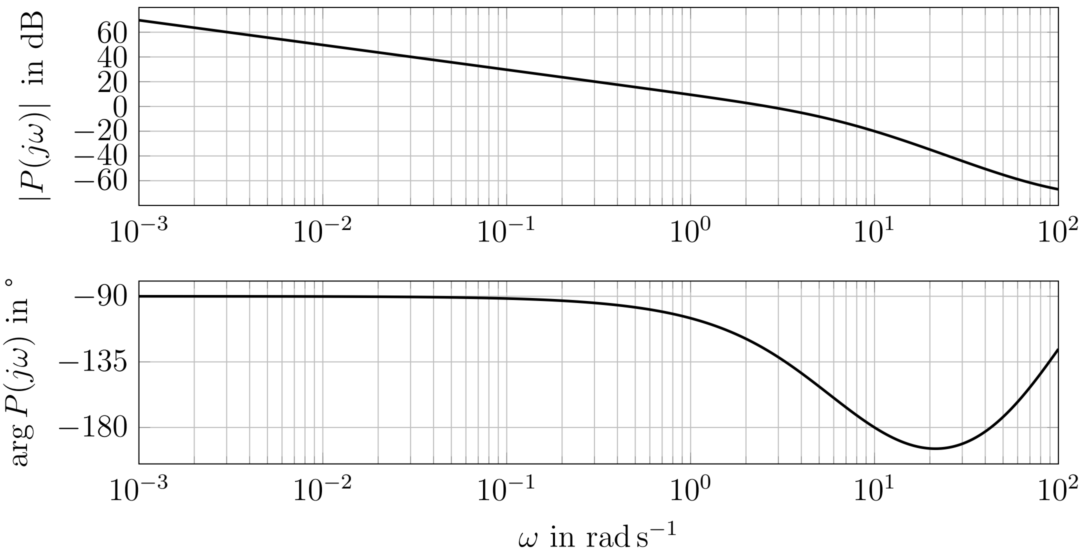
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



Es kommt ein PD-Regler

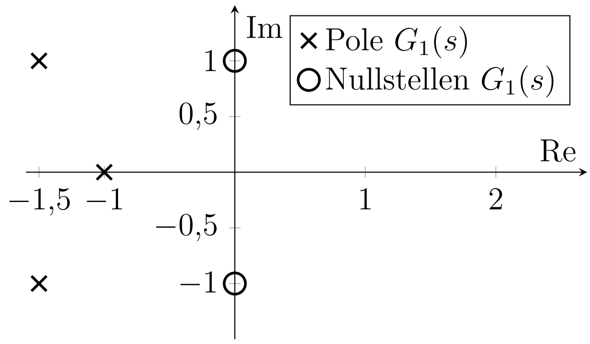
$$R(s) = K_\mathrm{P} \left(1 + \frac{sT_v}{1 + sT_R} \right)$$

mit den positiven Parametern K_P, T_v und T_R zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_\mathrm{r} \approx 0{,}15\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens 15 % beträgt. (*Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die folgende Tabelle)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G_1(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssysteme.



Es gilt $G_1(0) = 1$. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{16}\right)$$

die Ausgangsgrößen $y_1(t)$ des Systemes im eingeschwungenen Zustand, d.h. für sehr große Werte der Zeit t.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden Übertragungsfunktionen jeweils ein Zustandsmodell möglichst niedriger Ordnung an:

$$G_1(s) = \frac{s+3}{s^3+5s^2-2s+8}, \qquad G_2(s) = \frac{s^2+s-2}{s^3-7s+6}, \qquad G_3(s) = \frac{s+5}{s+2}.$$

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass für den Fall einer *idempotenten* Systemmatrix $\mathbf{A}$, d.h. $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$, die Transitionsmatrix unmittelbar mit

$$\Phi(t) = \mathbf{E} + \mathbf{A}(e^t - 1)$$

berechnet werden kann.

Aufgabe 5:

Geben Sie ein Zustandsmodell der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}\end{aligned}$$

eines zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Systems *zweiter* Ordnung an, dass BIBO-stabil, jedoch *nicht* asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 1s$, mit der Methode der *Tustin Approximation* eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{s+6}{s(s+1)} = \frac{\bar{u}(z)}{\bar{e}(z)}.$$

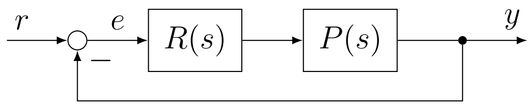
a) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

b) In welchen Bereich der z-Ebene wird die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Tustin Approximation abgebildet?

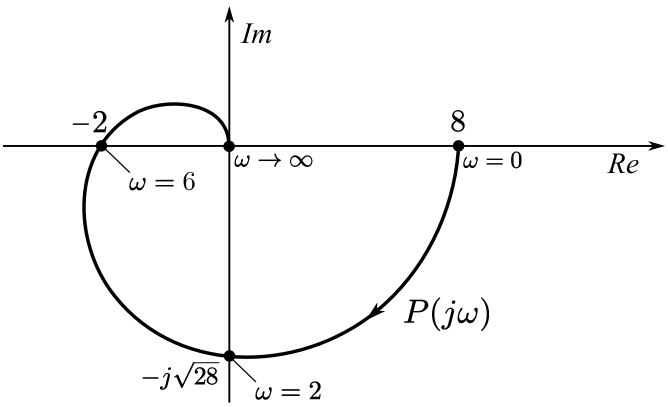
c) Ist die ermittelte zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion $R_d(z)$ BIBO-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ besitzt die *BIBO Eigenschaft*. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist gegeben:

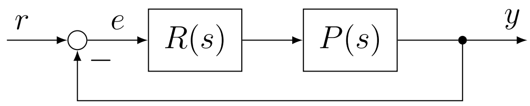


Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz.

Für welchen Wert K_k stellt sich bei Verwendung des Proportionalreglers $R(s) = K_\text{k}$ eine Dauerschwingung als Sprungantwort ein? Wie groß ist die Periodendauer T_k dieser Dauerschwingung?

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist gegeben als

$$P(s) = -s\frac{1-s}{(1+s)^2}. \tag{1}$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der gegebenen Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve und bestimmen Sie, falls vorhanden, Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ verwendet. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{y(s)}{r(s)}$ BIBO-stabil ist.

d) Überprüfen Sie Ihr Ergebnis, in dem sie mittels Routh-Schema überprüfen, für welchen Wertebereich von K das Nennerpolynom von $T(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 28.10.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	3	3	3	20
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

seien für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

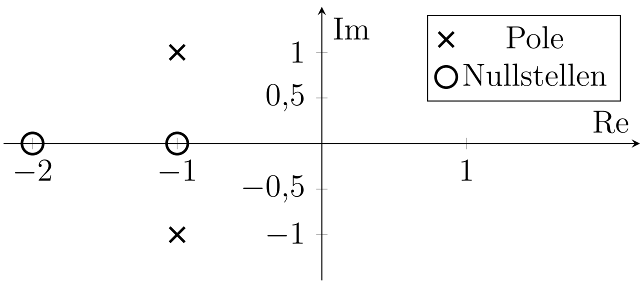
- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = t$;
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + t$.

a) Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

b) Geben Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ an und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



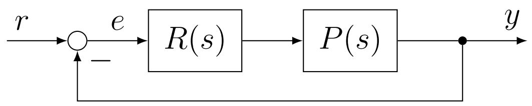
Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 2$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{1+s}.$$

a) Legen Sie einen I-Regler $R(s) = \frac{k}{s}$ so aus, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ bei $s = -\frac{1}{2}$ liegen.

b) Geben Sie eine Möglichkeit für eine zeitdiskrete Realisierung des entworfenen I-Reglers an.

c) Erweitern Sie die zeitdiskrete Reglerrealisierung aus Aufgabe b) um eine Anti-Windup-Maßnahme.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System,

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 - \frac{\pi}{2} \\
\frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2) \\
\frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2 u - x_3^2 \\
y &= x_1^2 + u^2
\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.
Ermitteln Sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \pi & -\frac{\pi}{2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad u = u_R = -\frac{1}{\pi}$$

das linearisierte Zustandsmodell der Form

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u,
\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 5:

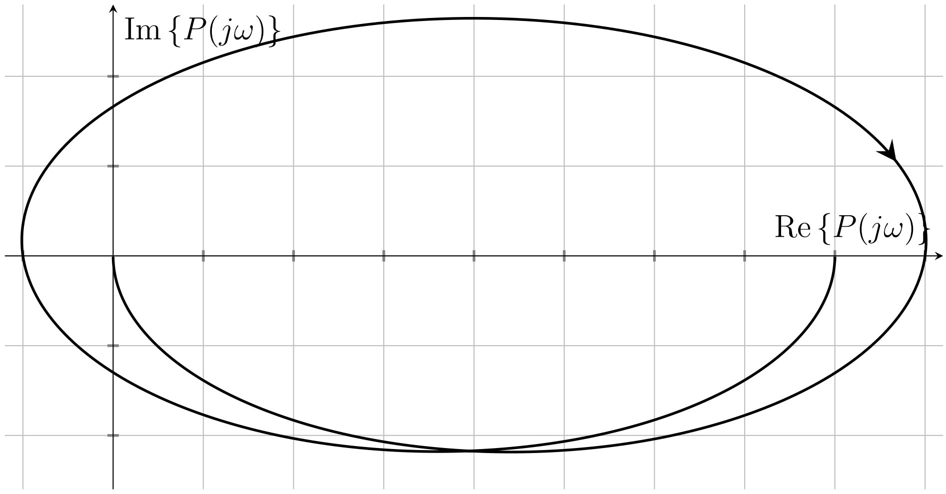
Es sei ein Polynom $p(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ gegeben.

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der positiven reellen Parameter a_0, a_1, a_2 und a_3, für den $p(s)$ ein Hurzwitzpolynom ist.

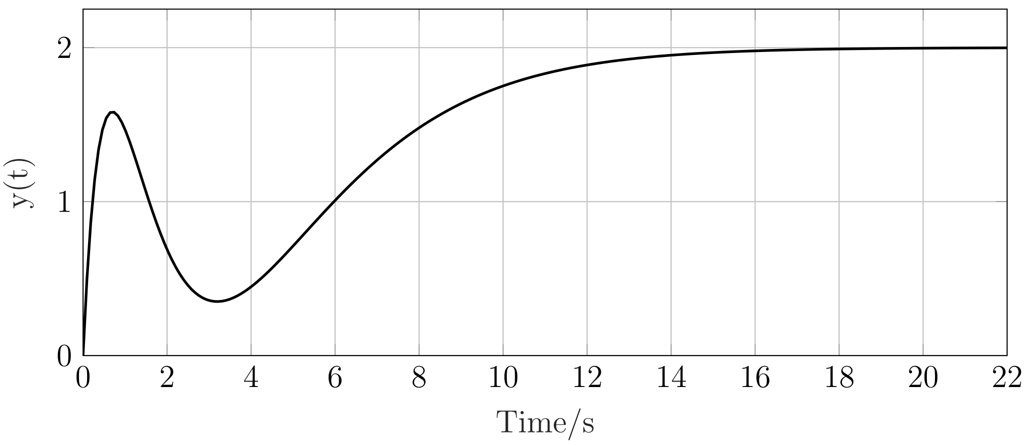
b) Skizzieren Sie anschließend für die festen Parameterwerte $a_2 = a_3 = 1$ den Bereich der Parameterwerte a_0 und a_1, für welchen sich ein Hurwitzpolynom ergibt, in der a_0-a_1-Ebene.

Aufgabe 6:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Leider ist die Achsenbeschriftung unlesbar geworden. Allerdings wurde zusätzlich zum Frequenzgang die Sprungantwort des Systems aufgenommen, diese ist auch grafisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}$$

einer Regelstrecke.
Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

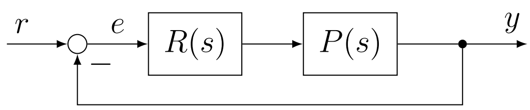
b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}y \\ u &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + dy \end{aligned}$$

an.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{10}\frac{(s+10)^2}{(s+1)^2}.$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des Frequenzgangs $P(j\omega)$. (*Hinweis:* Vergleichen Sie die Strecke mit einem Lead- bzw. Lag-Glied.)

b) Verwenden Sie den Proportionalregler $R(s) = 1$. Ermitteln Sie *näherungsweise* Anstiegszeit t_r und Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises, und geben Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ an.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 09.12.2020

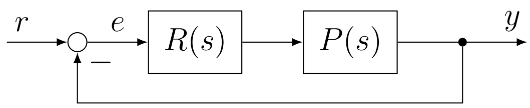
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Für einen Standardregelkreis



ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

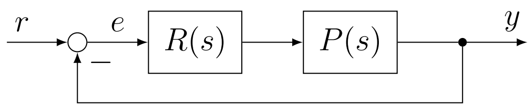
$$L(s) = V \frac{1}{s^\lambda} \frac{p(s)}{q(s)} \quad \text{mit } p(0) = q(0) = 1$$

in normierter Darstellung gegeben. Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ, so dass die bleibende Regelabweichung bei einer Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ verschwindet, d.h.

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Führungsübertragungsfunktion des **geschlossenen** Regelkreises lautet:

$$T(s) = \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{r}(s)}\right|_{\mathrm{AW}=\mathbf{0}} = \frac{8}{s(s+2)^2 + 8}.$$

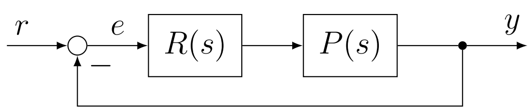
a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des **offenen** Regelkreises $L(s) = R(s)P(s)$.

b) Skizzieren Sie die Ortskurve $L(j\omega)$.

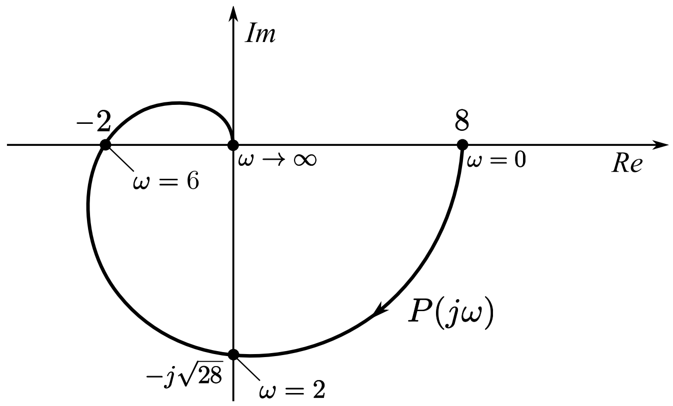
c) Zeigen Sie, dass der Schnittpunkt der Ortskurve $L(j\omega)$ mit der reellen Achse bei $-\frac{1}{2}$ liegt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ besitzt die *BIBO Eigenschaft*. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist gegeben:



Als Regler wird ein I-Regler $R(s) = \frac{K_\mathrm{I}}{s}$ mit dem reellen Parameter K_I eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

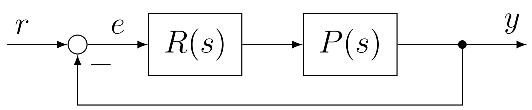
b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K_I, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 2 + \cos(6t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im sogenannten eingeschwungenen Zustand, d.h. für große Werte des Zeitparameters t, für folgende Werte des Reglerparameters K_I:

i) $K_\mathrm{I} = \dfrac{1}{2}$, ii) $K_\mathrm{I} = \dfrac{3}{8}$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2-2}.$$

a) Bestimmen Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ durch eine Polvorgabe so, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ an der Stelle $s = -1$ liegen.

b) Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der dimensionierten Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 5:

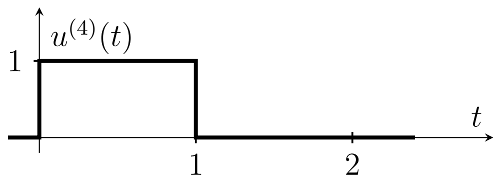
Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Ausgehend von den drei Anfangszuständen

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

ergeben sich mit der Eingangsfunktion $u^{(1)}(t) = u^{(2)}(t) = u^{(3)}(t) = \sigma(t)$, mit dem Einheitssprung $\sigma(t)$, folgende Ausgangsfunktionen (für $t \geq 0$):

$$\begin{aligned} y^{(1)}(t) &= \Gamma\begin{pmatrix} \mathbf{x}_0^{(1)} \\ u^{(1)}(t) \end{pmatrix} = 1 + 3e^{-2t}, \\ y^{(2)}(t) &= \Gamma\begin{pmatrix} \mathbf{x}_0^{(2)} \\ u^{(2)}(t) \end{pmatrix} = 1 + e^{-t}, \\ y^{(3)}(t) &= \Gamma\begin{pmatrix} \mathbf{x}_0^{(3)} \\ u^{(3)}(t) \end{pmatrix} = 1 + e^{-2t}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Antwort $y^{(4)}(t)$ des Systems für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0^{(4)} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$ und folgende Eingangsfunktion $u^{(4)}(t)$:



Aufgabe 6:

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α, für den die Übertragungsfunktion

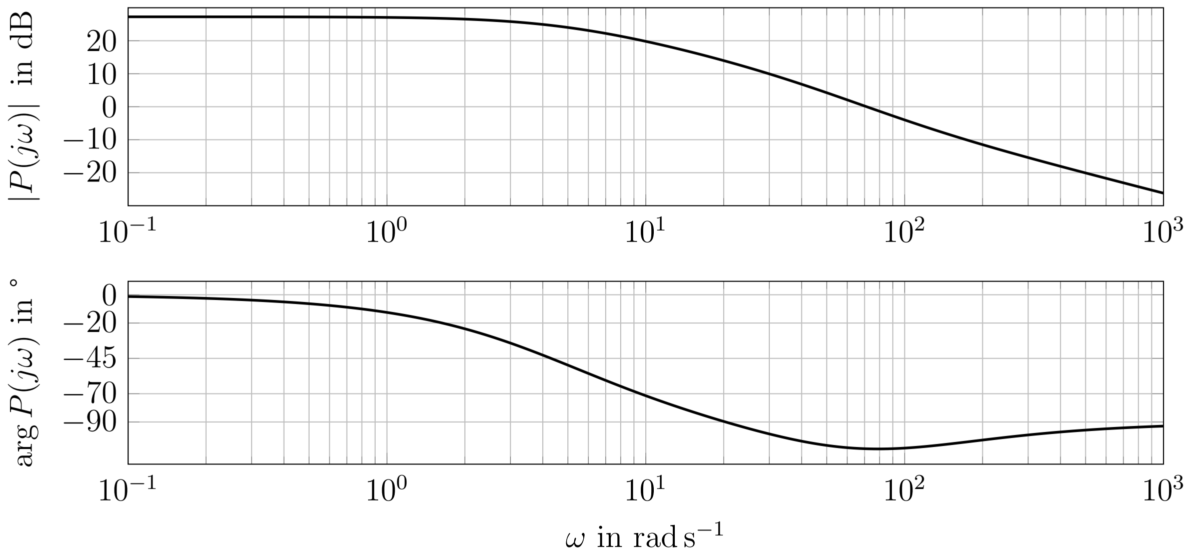
$$G(s) = \frac{s-2}{s^3 + (3+\alpha)s^2 + (2+3\alpha)s + 2\alpha}$$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die

Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form eines BODE-Diagrammes gegeben:



Als Regler wird der I-Regler $R(s) = \frac{1}{s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 + \sin x_1, \\
\frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + u^2, \\
y &= x_1x_2.
\end{aligned}
$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 2$$

das linearisierte Zustandsraummodell

$$
\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},
\end{aligned}
$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 03.02.2021

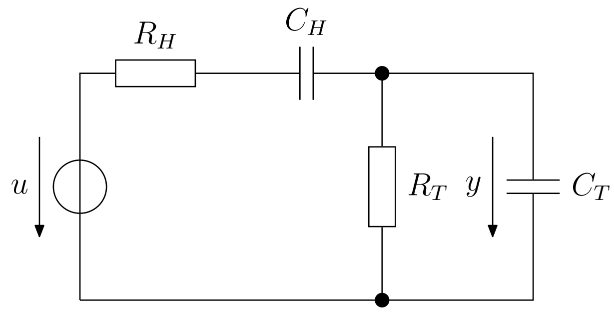
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	2	3	3	17
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, den zwei Kapazitäten C_H, C_T und zwei ohm'schen Widerständen R_H und R_T. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird der Spannungsabfall an der Kapazität C_T bezeichnet.



a) Fassen Sie die Schaltung als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des gegebenen Systems.

Aufgabe 2:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$\begin{aligned} p_1(s) &= s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5 \\ p_2(s) &= ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\ p_3(s) &= s^3 + 2s^2 + s + k \\ p_4(s) &= 15s^2 + ks + 27 \end{aligned}$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die folgenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s) + p_2(s)$

b) $p_1(s)p_4(s)$

c) $p_3(s)p_4(s)$

d) $p_1(s)p_2(s)$

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares autonomes System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \sigma & -\omega \\ \omega & \sigma \end{bmatrix} \mathbf{x},$$

mit der reellen Konsanten σ und der reellen positiven Konstanten ω.

a) Ermittelnn Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ des Systems.

b) Für welchen Wertebereich des Parameters σ ist das gegebene System asymptotisch stabil?

c) Es gilt $\sigma = 0$. Skizzieren Sie die Trajektorien des Systems für die Anfangswerte $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Gegeben sind das lineare System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} u,$$

sowie das nichtlineare System

$$\dot{v} = (|v| - 2)(v^2 - 9v - 10)u.$$

a) Ermitteln Sie für beide Systeme für $u = u_R = 1$ alle möglichen Ruhelagen.

b) Stellen Sie die ermittelten Ruhelagen des linearen Systems grafisch in der x_1-x_2-Ebene dar.

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{10}{s\left(1 + \frac{s}{10}\right)}.$$

a) Legen Sie eine Reglerübertragungsfunktion so aus, dass der geschlossene Standardregelkreis den Spezifikationen

- ü $= 25\%$
- $t_r = 1.5s$
- $e_\infty = 0$ für konstante Führungs- und Störgrößen

genügt.

b) In der Modellbildung der Strecke wurde die Totzeit vernachlässigt. Bestimmen Sie eine maximale Totzeit so, dass eine Phasenreserve von $0°$ nicht unterschritten wird.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Regelstrecke

$$\dot{x} = \alpha x + u,$$
$$y = 3x$$

mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der (skalaren) Zustandsgröße x. Der Streckenparameter α ist nicht exakt bekannt aber es gilt, dass $\alpha \in [1, 2]$ ist.

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $P(s)$ der Regelstrecke.

b) Legen Sie eine Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ mittels Polvorgabe so aus, dass

   1) alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ eines geschlossenen Standardregelkreises einen Realteil kleiner oder gleich $-k$ aufweisen. Hierbei ist k eine positive Konstante.

   2) unabhängig vom tatsächlichen Wert von α die Forderung $\lim_{t\to\infty} y(t) = r(t)$ für konstante Führungsgrößen $r(t)$ gilt.

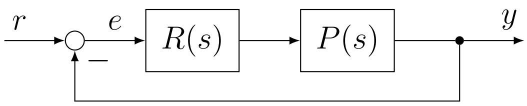
c) Zeigen Sie, dass der Regelfehler $e = r - y$ in dem von Ihnen entworfenen Standardregelkreis die Forderung

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0, \quad \text{für } r(t) = \sigma(t)$$

erfüllt.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



wobei die Regelstrecke durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = 3\frac{s^2 + s + 9}{s^3}$$

beschrieben werden kann.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion der Regelstrecke.

b) Als Regler wird nun $R(s) = K$ verwendet. Ermitteln Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

c) Ermitteln Sie $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $r(t) = 2t + \cos(3t)$ und

$$i) \quad K = 4 \qquad\qquad ii) \quad K = \frac{1}{4}.$$

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 24.03.2021

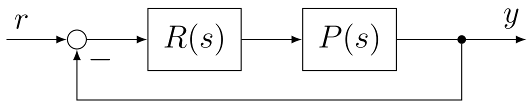
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

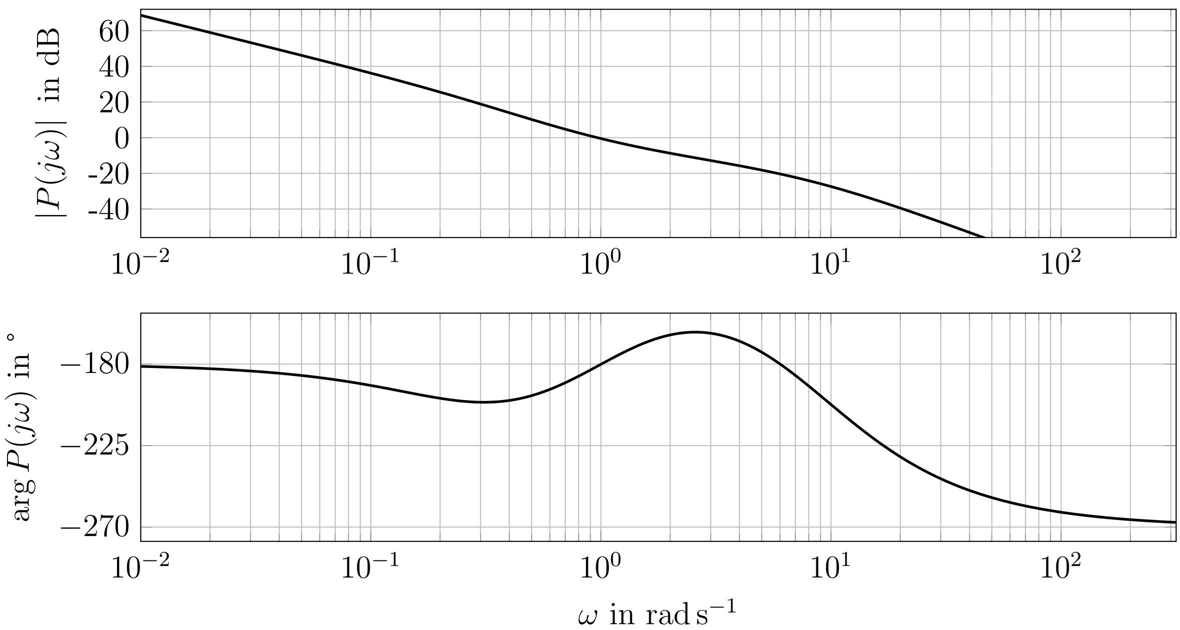
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	4	3	2	2	2	2	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke $P(s)$ weist *keine Polstellen mit positivem Realteil* auf. Ihre Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt graphisch in Form eines BODE-Diagrammes vor:



a) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Ortskurve von $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega \leq \infty$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Die Führungsgröße sei durch $r(t) = 14\cos(t) + 11t$ gegeben. Berechnen Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Reglerparameters K:

$$\text{i) } K = \tfrac{1}{2}, \quad \text{ii) } K = 5.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes nichtlineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -5\sin(x_1) - 6x_2 + \frac{1}{10}u\\ y &= x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$ des um die Ruhelage $x_{1R} = x_{2R} = u_R = 0$ linearisierten Modells der Form

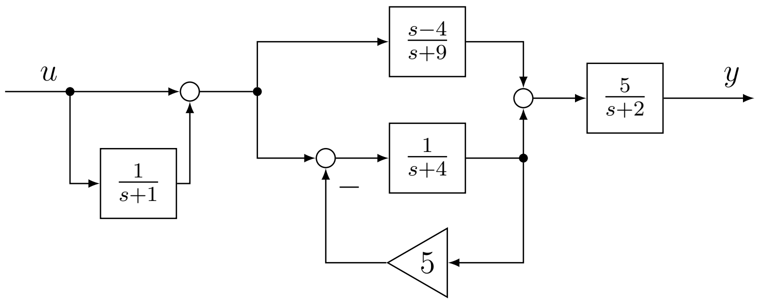
$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = sin(3t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems im *eingeschwungenen Zustand*.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix}0 & 1\\ -3 & -4\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u,\\ y &= \begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ und $u(t) = \sigma(t-1)$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1-s}{s^2+2s}$$

beschrieben wird.
Es soll nun ein PID-Regler mit Hilfe der bekannten Einstellregeln entworfen werden.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers an. Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion eines Standardregelkreises bestehend aus der oben gegebenen Regelstrecke $P(s)$ und dem realisierbaren PD-Regler.

b) Zur Anwendung kommt nun die Stabilitätsrandmethode nach Ziegler-Nichols. Bestimmen Sie analytisch die kritische Verstärkung K_k und die kritische Periodendauer T_k.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

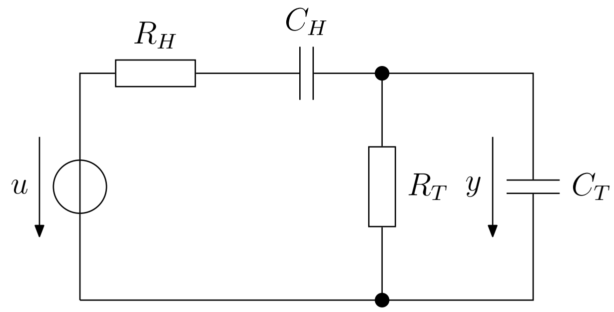
$$G(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)(s+4)}.$$

a) Geben Sie eine Differenzialgleichung höherer Ordnung so an, dass damit das gleiche dynamische Verhalten wie mit der gegebenen Übertragungsfunktion $G(s)$ abgebildet werden kann.

b) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ für $u(t) = 0$, $\dot{u}(0) = y(0) = \dot{y}(0) = 0$ und $\ddot{y}(0) = 1$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, den zwei Ohmschen Widerständen R_H und R_T und den Kapazitäten C_H und C_T. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird der Spannungsabfall an der Kapazität C_T bezeichnet.



Fassen Sie die Schaltung als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 8:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}.$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s+1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ *integrierendes* Verhalten aufweisen.

a) Ermitteln Sie den Wert von k so, dass die Koeffizienten der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ eindeutig bestimmt werden können.

b) Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 28.04.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	2	2	3	3	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

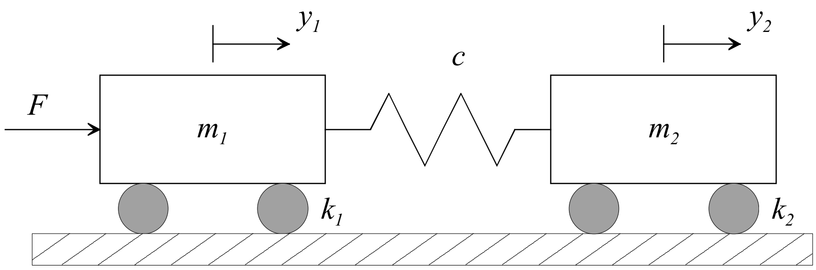
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ und $u(t) = \sigma(t)$.

b) Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $u(t) = 0$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(y_1 - y_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{Ri} = \dot{y}_i k_i$ (für $i = 1, 2$). Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Beschleunigung der Masse m_2 entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 3:

Gegeben sie folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 9s^2 + (15 + 6k - k^2)s + 7 + 6k - k^2}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den das dazugehörige System BIBO-stabil ist.

Aufgabe 4:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

- $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ für $u(t) = \sin(t)$
- $y(t) = \sigma(t) + Ae^{-t} + Be^{-2t}$ für $u(t) = \sigma(t)$, wobei A und B reelle Koeffizienten sind und $\sigma(t)$ den Einheitssprung symbolisiert.

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 5:

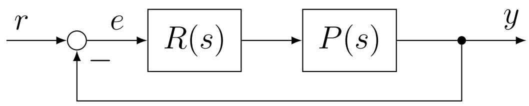
Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines *realen* PID-Reglers:

$$R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{s} + \frac{s}{1 + 0.5s}\right)$$

Berechnen Sie die Sprungantwort des Reglers, d.h. $u(t)$ für $e(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

gegeben. Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion

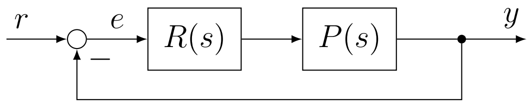
$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

mittels Polvorgabe so, dass der geschlossene Regelkreis mit der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ folgende Spezifikationen erfüllt:

- $\nu_T(s) = (s+1)^3$
- $e(t) = 0$ im eingeschwungenen Zustand für $r(t) = \sin(2t)$

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{\sqrt{2}}{s(1+\frac{s}{10})}$$

gegeben.

a) Dimensionieren Sie die reellen Paramter K, ω_z und ω_N der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = K\frac{1+\frac{s}{\omega_z}}{1+\frac{s}{\omega_N}}$$

so, dass der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen aufweist:

- Anstiegszeit $t_r \approx 0.15s$
- Überschwingweite $M_p \approx 1.06$

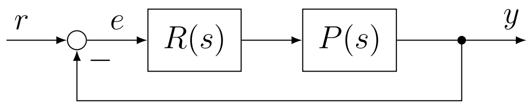
(Das Bodediagramm der Strecke muss hierfür nicht zwingend gezeichnet werden!)

b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{1}{(s+2)^4}$$

gegeben. Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt. Ermitteln Sie mittels Nyquist-Kriterium den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist.