Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 25.06.2019

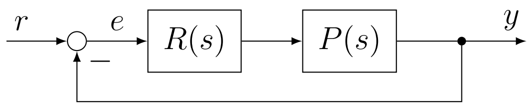
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	2	2	17
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{k}{1 + s\tau}, \qquad \text{und } R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

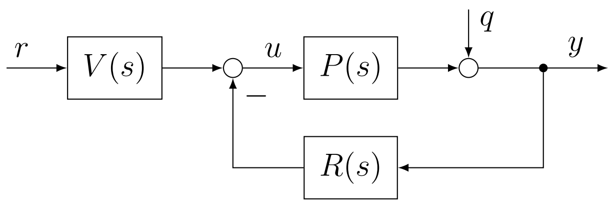
gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand.*

d) Ermitteln Sie mit der Methode der *Tustin Formel* eine zeitdiskrete Approximation der Reglerübertragungsfunktion für eine Abtastzeit $T_d = \frac{1}{2}s$ und geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Reglerfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Auf den Regelkreis wirkt zusätzlich eine Störung q. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s - 4}.$$

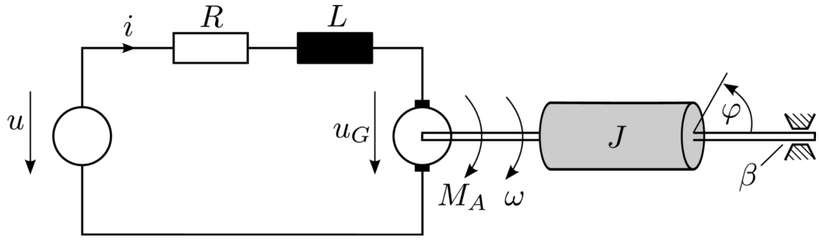
Es soll der Regler in Form von $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$ so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{1}{s+1}$ besitzt und sich zusätzlich eine konstante Störung im eingeschwungenen Zustand nicht auf die Ausgangsgröße auswirkt.

a) Ermitteln Sie die minimale Reglerordnung ρ für welche die Lösbarkeit dieses Entwurfsproblems sichergestellt ist.

b) Dimensionieren Sie einen Regler minimaler Ordnung in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass die obigen Anforderungen erfüllt werden.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m\omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten.

a) Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y := \omega$ auf. Ermitteln Sie für $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i & \omega \end{bmatrix}^T$ ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Ermitteln Sie für $u = 3\sigma(t)$ die stationären Zustände $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$ und $\omega_\infty = \lim_{t\to\infty} \omega(t)$ des Systems.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R$ des Systems für $u = u_R = 1$ an und stellen Sie diese in der x_1x_2-Ebene grafisch dar.

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} = \frac{20}{s\left(1+\frac{s}{10}\right)}.$$

a) Legen Sie eine Reglerübertragungsfunktion so aus, dass der geschlossene Standardregelkreis den Spezifikationen

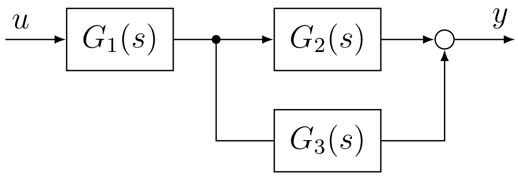
- ü = 25%
- $t_r = 1.5s$
- $e_\infty = 0$ für konstante Führungs- und Störgrößen

genügt.

b) In der Modellbildung der Strecke wurde die Totzeit vernachlässigt. Bestimmen Sie eine maximale Totzeit so, dass eine Phasenreserve von 20° nicht unterschritten wird.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktionen sind gegeben als:

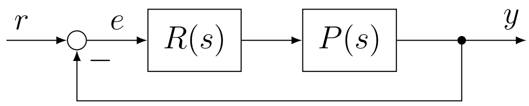
$$G_1(s) = 3, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s-1}, \qquad G_3(s) = \frac{s-2}{s-1}.$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ des Gesamtsystems.

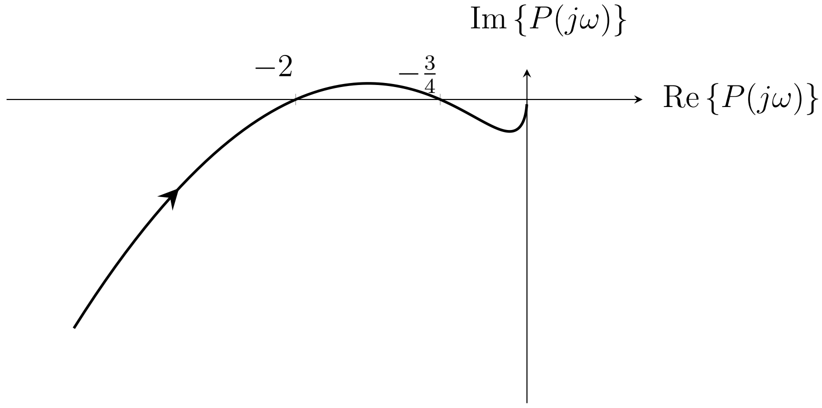
b) Ist das Gesamtsystem mit der Übertragungsfunktion BIBO-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 2 ihrer 3 Pole einen negativen Realteil aufweisen, 1 Pol auf der imaginären Achse liegt und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 01.10.2019

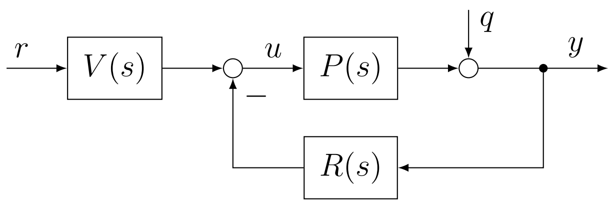
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	2	4	2	17
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Auf den Regelkreis wirkt zusätzlich eine Störung q. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s-4}.$$

Es soll der Regler in Form von $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$ so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$ besitzt und sich zusätzlich eine sinusförmige Störung mit der Kreisfrequenz $\omega = 1$ im eingeschwungenen Zustand nicht auf die Ausgangsgröße auswirkt. D.h. für $r(t) = 0$ und $q(t) = \sin(t)$ soll für hinreichend große Werte von t gelten: $y(t) = 0$.

a) Ermitteln Sie die minimale Reglerordnung ρ für welche die Lösbarkeit dieses Entwurfsproblems sichergestellt ist.

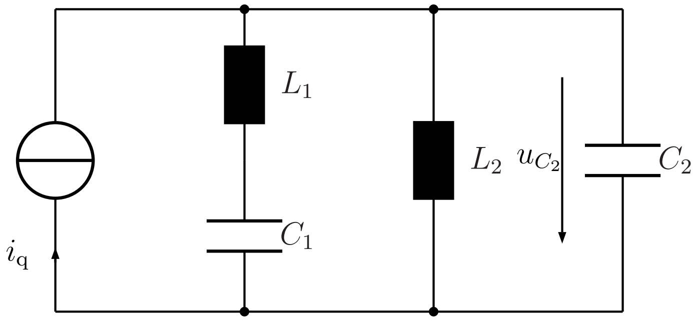
b) Dimensionieren Sie einen Regler minimaler Ordnung in Form der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ so, dass die obigen Anforderungen erfüllt werden. Erweitern Sie dazu, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus einer Stromquelle, zwei Kapazitäten C_1, C_2 und zwei Induktivitäten L_1 und L_2. Der Strom der Stromquelle wird mit i_q symbolisiert, mit u_{C_2} wird der Spannungsabfall an der Kapazität C_2 bezeichnet.



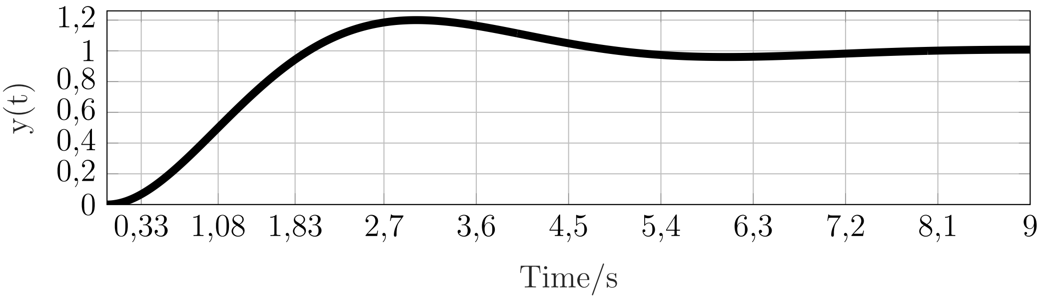
a) Fassen Sie die Schaltung als ein System mit der Eingangsgröße $u := i_q$ und der Ausgangsgröße $y := u_{C_2}$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des gegebenen Systems.

Aufgabe 3:

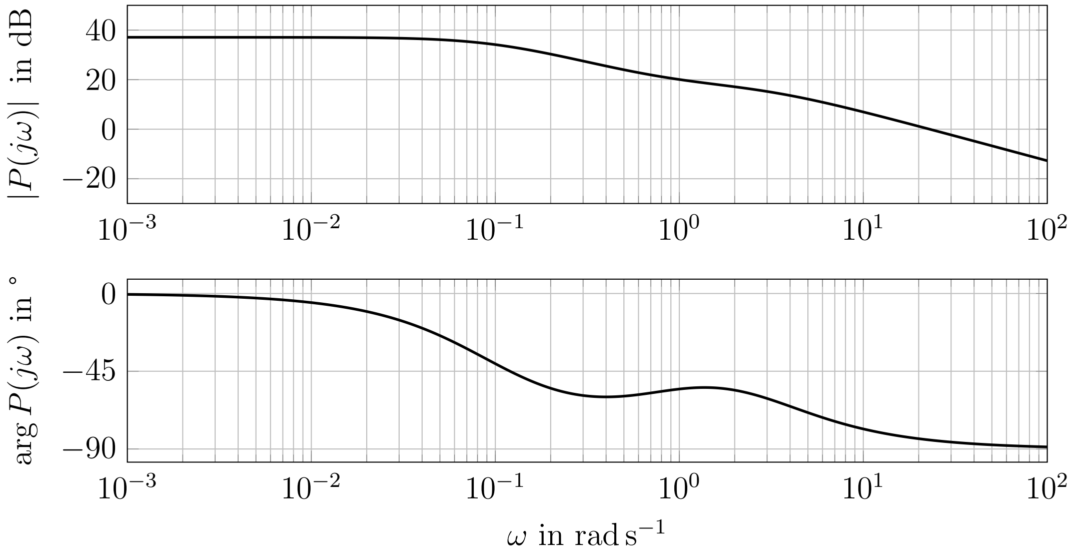
Gegeben sei die Sprungantwort eines Systems mit dominantem Polpaar, welche als Spezifikation für den anschließenden Reglerentwurf dienen soll.



Betrachtet werden soll ein Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$.

a) Zeichnen Sie die Anstiegszeit t_r sowie die Überschwingweite M_p in der gegebenen Sprungantwort ein und geben Sie die Werte von Anstiegszeit t_r und Überschwingweite M_p an.

b) Die Regelstrecke $P(s)$ besitzt die BIBO-Eigenschaft. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form des folgenden Bode-Diagramms gegeben:



Dimensionieren Sie einen P-Regler $R(s) = K$ so, dass die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise dem in Punkt a) bestimmten Wert entspricht.

c) Wird mit dem in Punkt b) entworfenen Regler das gewünschte Überschwingen erreicht? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes nichtlineare System:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1^3 + x_1 x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = -x_1^2 - 2x_2.$$

a) Berechnen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} x_{1,R} & x_{2,R} \end{bmatrix}^T$ des Systems.

b) Ermitteln Sie für *jede* Ruhelage $\mathbf{x}_R$ ein lineares Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x},$$

wobei die Abweichung

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$$

mit $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ gilt.

c) Ermitteln Sie für jedes linearisierte Modell den zeitlichen Verlauf der Zustandsvariablen $\Delta\mathbf{x}(t)$ für den Anfangszustand $\Delta\mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-3t} + 2e^{t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) - \delta(t-1)$, wobei $\sigma(t)$ den *Einheitssprung* und $\delta(t)$ den *Diracimpuls* symbolisiert.

Aufgabe 6:

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines idealen PD-Reglers mit dem Proportionalbeiwert K_P und der Vorhaltezeit T_V an.

b) Erweitern Sie die Übertragungsfunktion aus Punkt a) so, dass es sich um die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers handelt.

c) Ermitteln Sie mit der Methode der Vorwärts-Euler-Integration eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion aus Punkt b) für eine Abtastzeit T_d.

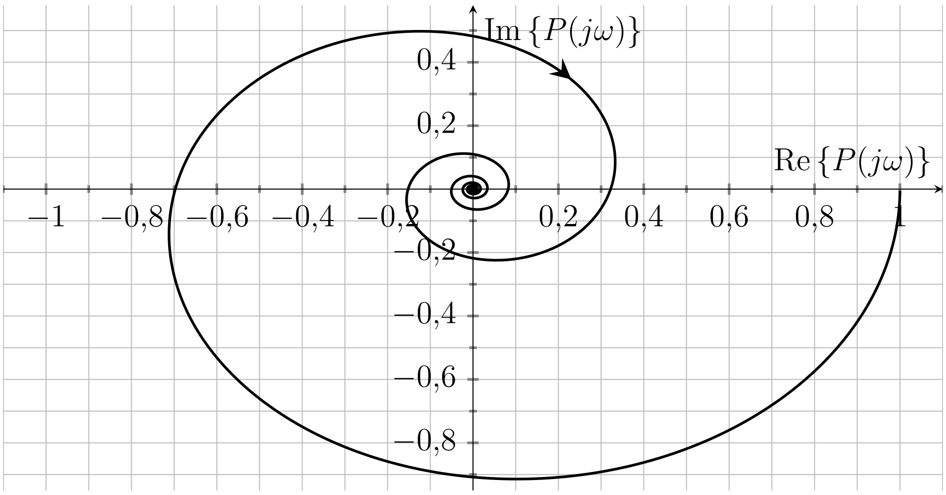
d) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, welche die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}e^{-sT_\mathrm{t}}$$

aufweist. Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes; die Totzeit ist durch $T_\mathrm{t} = 3$ gegeben. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K, sodass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweise: Die Funktion e^{-sT_t} hat keine Polstellen; das bedeutet, dass Sie das Nyquistkriterium in gewohnter Form anwenden können. Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 04.12.2019

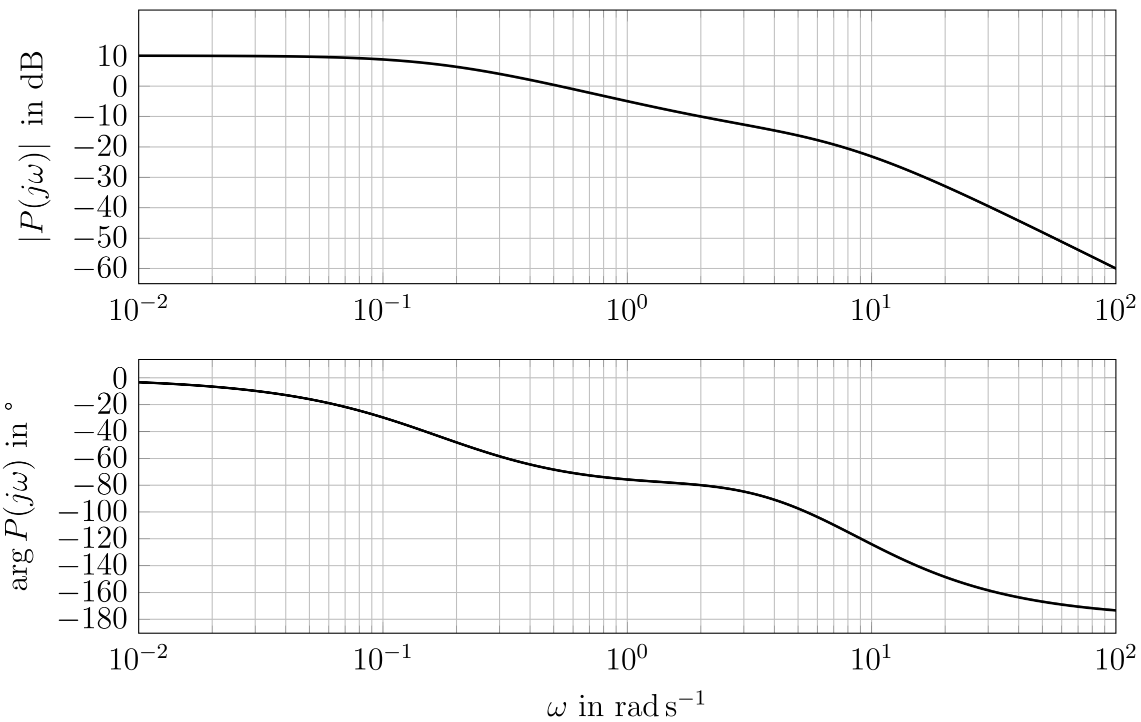
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	2	3	2	17
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form eines BODE-Diagrammes gegeben:



a) Als Regler wird ein PI-Regler

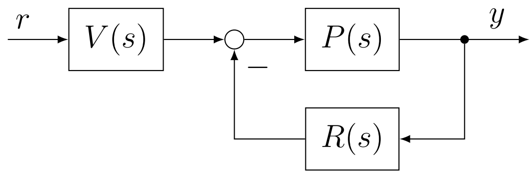
$$R(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_N}\right)$$

mit den positiven Parametern K_p und T_N verwendet. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit von (näherungsweise) $t_r \approx 0{,}75\,\mathrm{s}$ aufweist und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens 15 % beträgt.

b) Ermitteln Sie, für die Abtastzeit $T_d = 0.1s$, mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R(z)$ des entworfenen Reglers und geben Sie das zeitdiskrete Regelgesetz in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^3+3s} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{s+3}{(s+1)^4} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 4:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = c^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 2 + e^{-2t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(3)}(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 5:

Bei der analytischen Reglersynthese wird eine (implementierbare) Führungsübertragungsfunktion definiert und daraus der Regler berechnet.

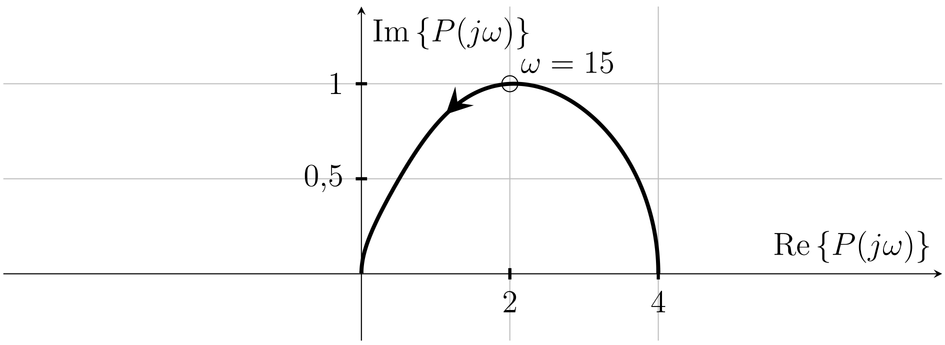
a) Geben Sie die *Definition* der *Implementierbarkeit* an.

b) Ist jede implementierbare Führungsübertragungsfunktion in Form eines Standardregelkreises umsetzbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Zeichnen Sie eine Regelkreisstruktur mit der jede implementierbare Übertragungsfunktion realisiert werden kann.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Ortskurve des Frequenzgangs der BIBO stabilen Regelstrecke $P(s)$ liegt graphisch vor:



Als Regler wird ein I-Regler $R(s) = \frac{K_I}{s}$ mit dem reellen Parameter K_I eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K_I, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 2 + 5\sqrt{2}\cos(15t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im sogenannten eingeschwungenen Zustand, d.h. für große Werte des Zeitparameters t, für folgende Werte des Reglerparameters K_I:

i) $K_I = 15$, ii) $K_I = -15$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?

b) Erklären Sie eine der Methoden im Detail!

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 17.01.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	2	4	18
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned} i) &\quad p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\ ii) &\quad p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 2 \\ iii) &\quad p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\ iv) &\quad p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das freie zeitkontinuierliche lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Berechnen Sie den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ so, dass für die resultierende Trajektorie $\mathbf{x}(t=2) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}^T$ gilt.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} \\ \mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-2t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} \\ \mathrm{e}^{-2t} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5t}}{7} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5t}}{7} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}.$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 5:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

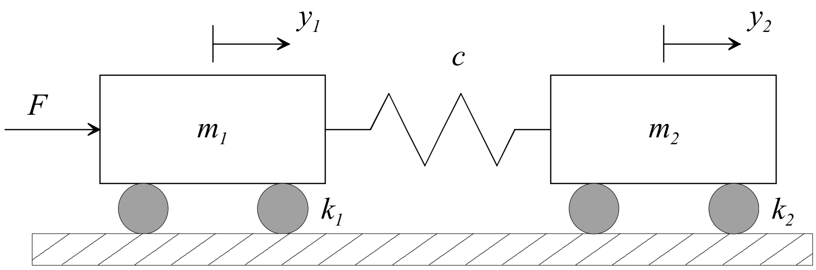
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Nenner- zu Zählerknickfrequenz $\frac{\omega_n}{\omega_z}$ zu wählen?

b) Zeichnen Sie die Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

c) Ermitteln Sie, allgemein für eine Abtastzeit T_d, mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $G_d(z) = \frac{u(z)}{e(z)}$ des Lag-Gliedes und geben Sie die dazugehörige Differenzengleichung an.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(y_1 - y_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{Ri} = \dot{y}_i k_i$. Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ und der Ausgangsgröße $y := y_2$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Bitte wenden!

Aufgabe 7:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{400}{(s+0.2)(s+20)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form eines BODE-Diagrammes dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Mit welchem bleibenden Regelfehler e_∞ für die konstante Führungsgröße $r(t) = 2\sigma(t)$ ist zu rechnen?

d) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sin(200t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ in sogenannten eingeschwungenen Zustand, d.h. für $t \to \infty$.

Begründen Sie Ihre Antworten!

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 11.03.2020

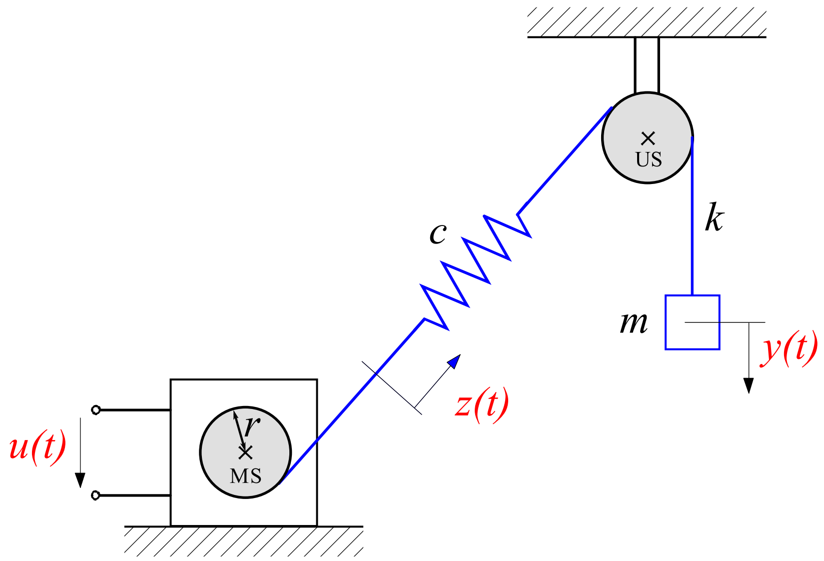
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	4	4	16
erreichte Punkte						

Aufgabe 1:

Das Masse-Feder-System besteht aus einer Masse m, die über eine Umlenkseilrolle (US) durch eine Nylonschnur mit einer Feder verbunden ist. Diese ist ihrerseits durch eine Nylonschnur mit einer Motorseilrolle (MS) verbunden, die auf der Welle eines drehzahlgeregelten Gleichstrommotors aufgesetzt ist. Sowohl Nylonschnur als auch Umlenkrolle und Feder werden vereinfachend als masselos angenommen.



Betrachtet werden nun Auslenkungen der Masse m aus der Gleichgewichtslage $y = 0$. Dafür sollen ein lineares Federgesetz mit der Federkonstanten c und eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung mit der Dämpfungskonstanten k gelten, wobei sämtliche im Gesamtsystem auftretenden Verluste in diesem Term zusammengefasst sind (z.B. Reibung, Verformungsarbeit der Feder). Der elektrische Antrieb wird mit der Spannung u angesteuert, die dem Drehzahlsollwert für das Antriebselement entspricht. Die Drehbewegung des Motors wird durch die aufgesetzte Motorseilrolle in eine Längsbewegung z für die Auslenkung der Feder umgesetzt. Vereinfacht kann angenommen werden, dass die Geschwindigkeit in z-Richtung proportional mit der Konstanten V zur Spannung u am Gleichstrommotor ist.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes lineare zeitinvariante Zustandsraummodell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - 2u.$$

a) Ermitteln Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

b) Ermitteln Sie die Trajektorien $\mathbf{x}(t)$ des freien Systems (d.h. für $u(t) \equiv 0$) für die Anfangszustände

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

c) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ des Systems.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Übertragungsfunktion

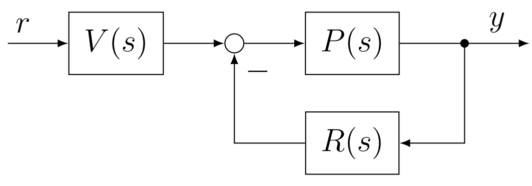
$$G(s) = \frac{2s - (2 + 2\alpha)}{s^3 + (1 - \alpha)s^2 + (3 - \alpha)s + 3}.$$

Dabei ist α ein reeller Parameter.

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, sodass die Übertragungsfunktion die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s - 1}{s^2 - 2}.$$

a) Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$\text{(i)} \quad T(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \qquad\qquad \text{(ii)} \quad T(s) = \frac{s^2 - 2s + 1}{(s+1)^4}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie beiden Übertragungsfunktionen

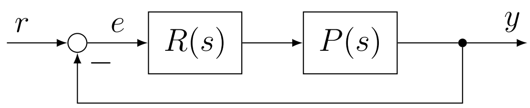
$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \qquad V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$$

so, dass der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

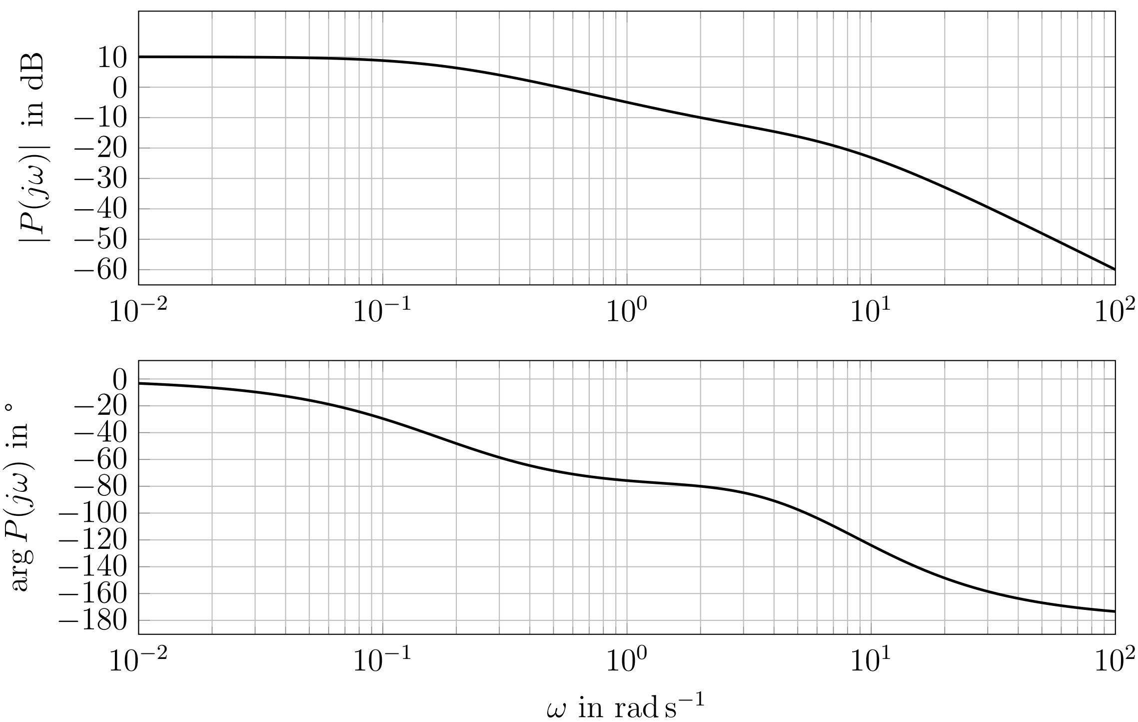
c) Realisieren Sie den Regler aus b) als *ein* dynamisches System.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagrammes vor:



a) Als Regler wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit von (näherungsweise) $t_r \approx 0{,}05\,\mathrm{s}$ aufweist. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort?

b) Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll (näherungsweise) eine Anstiegszeit wie im Punkt a) und eine Überschwingweite von $M_p \approx 1{,}13$ aufweisen. Wählen Sie als Regler

$$R(s) = K \frac{1 + {}^{s}/_{\omega_Z}}{1 + {}^{s}/_{\omega_N}}$$

und dimensionieren Sie dessen reelle Reglerparameter K, ω_Z und ω_N mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen erfüllt werden. (*Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die Tabelle auf der folgenden Seite.)

c) Die bleibende Regelabweichung erweist sich als störend, es kommt daher ein PI-Regler

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_N}\right)$$

mit den positiven Parametern K_P und T_N zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit (näherungsweise) $t_r \approx 0{,}75\,\mathrm{s}$ und das Überschwingen der Sprungantwort höchstens 15 % beträgt. (*Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die Tabelle auf der folgenden Seite.)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 08.06.2020

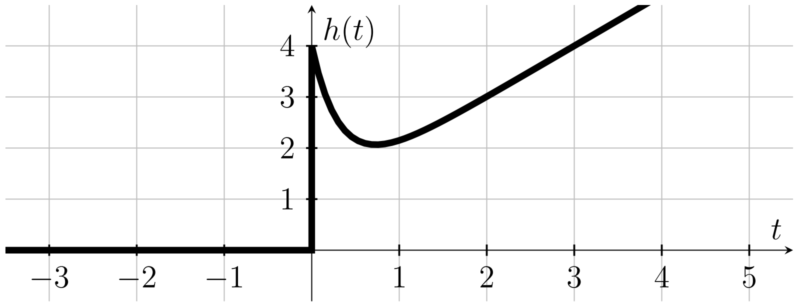
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_\mathrm{R} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P, die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Standardregelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{40}{(s+20)(s+0.2)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form eines Bode-Diagrammes dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 3:

Gegeben sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}.$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegeben Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + b(r-y), \\ u &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + d(r-y) \end{aligned}$$

an.

Aufgabe 4:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 - 4s + 20}{s^3 + 1}$$

gegeben.
Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

a) 1. Ordnung,
b) 2. Ordnung,
c) 3. Ordnung,
d) 4. Ordnung

an. (Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!)

Aufgabe 5:

Gegeben sei das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R$ des Systems für $u = u_R = 1$ an und stellen Sie diese in der x_1-x_2-Ebene grafisch dar.

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$
\begin{aligned}
i)\quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
ii)\quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 1 \\
iii)\quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
iv)\quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k^3
\end{aligned}
$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-2t} + 2e^t.$$

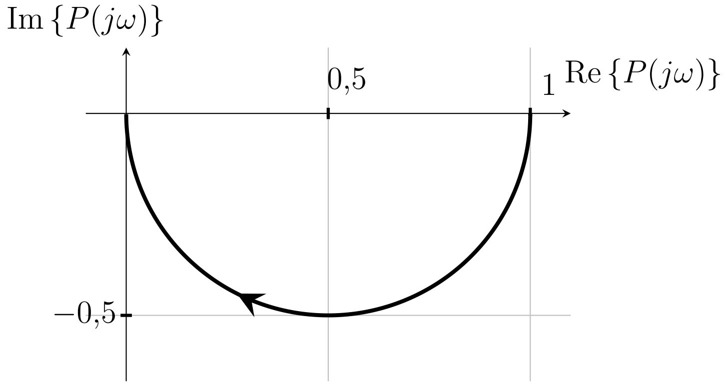
Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1) + \delta(t-2)$.

Aufgabe 8:

Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass die Ortskurve der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

einen Halbkreis



mit Radius $\frac{1}{2}$ und Mittelpunkt bei $\frac{1}{2}$ im vierten Quadranten der komplexen Ebene bildet.
(*Hinweis:* Betrachten Sie $P(j\omega) - \frac{1}{2}$!)