

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 27.06.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	5	2	2	4	3	2	3	21
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

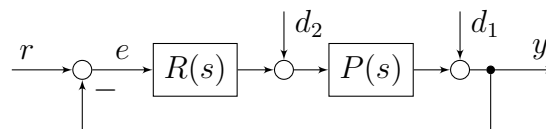
- Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)}$ eines Lead/Lag-Gliedes an.
Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lead-Glied handelt?
- Zeichnen Sie das Bode-Diagramm eines Lead-Gliedes und kennzeichnen Sie wo die Parameter des Reglers aus der Betrags- und Phasenkennlinie abgelesen werden können.
- Zeichnen Sie die Ortskurve eines Lead-Gliedes und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse als Funktion der Reglerparameter.
- Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 2$, mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzgleichung an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei der folgende Regelkreis mit einer BIBO-stabilen Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

und den konstanten Eingangsgrößen r , d_1 und d_2 .



Welche Eigenschaften müssen die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$ und die Reglerübertragungsfunktion $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ aufweisen, damit ein verschwindender stationärer Regelfehler, d.h.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,$$

garantiert wird.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes nichtlineare System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = \begin{bmatrix} -x_1 x_2 + \cos(x_2^2) + u \\ 2x_1 + u^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$y = g(\mathbf{x}) = e^{x_2} \sin\left(x_1 + \frac{\pi}{2}\right).$$

- Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u = u_R = 1$.
- Bestimmen Sie durch *Linearisierung* des nichtlinearen Systems für *eine gewählte Ruhelage* ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \Delta\mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u, \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \\ \Delta u &:= u - u_R, \\ \Delta y &:= y - y_R, \end{aligned}$$

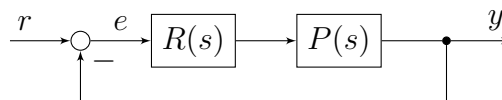
$$\Delta y = \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x}$$

welches das nichtlineare Systemverhalten für „kleine“ Auslenkungen aus der Ruhelage näherungsweise beschreibt.

- Ist dieses lineare zeitinvariante Modell asymptotisch stabil?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(s - 500)}{(s + 5)(s + 50)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- Stellen Sie den Frequenzgang $P(j\omega)$ in Form eines BODE-Diagrammes dar.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 50$ besitzt. Bestimmen Sie das mit dem Regler aus a) resultierende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort vom geschlossenen Regelkreis.

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

- c) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = 3\sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie den reellen Parameter α so, dass die Übertragungsfunktion

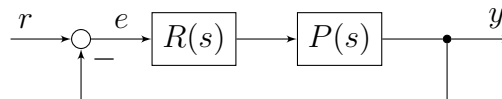
$$G(s) = \frac{(s+10)(s+7)(s-1)}{s^3 + 5s^2 + (8 - \alpha^2)s + 4 - \alpha^2}$$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich!

Aufgabe 6:

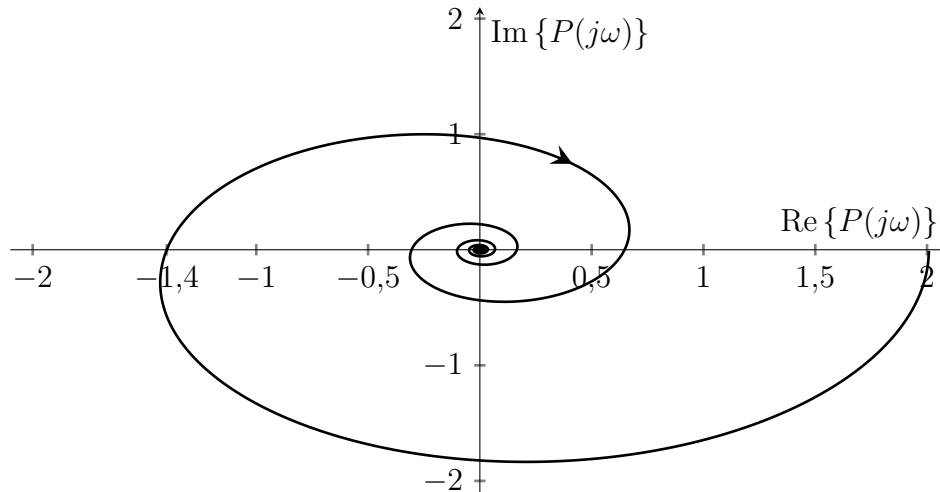
Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = \frac{2}{s+1}e^{-3s}.$$

Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes mit einer Totzeit von 3s. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:



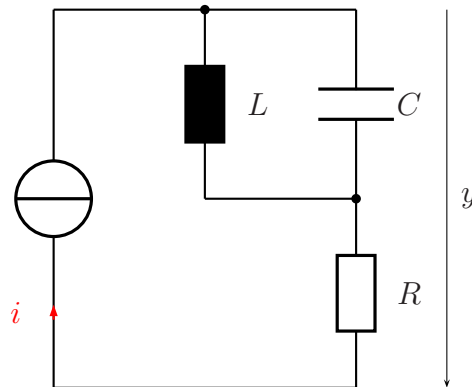
Als Regler soll ein Proportionalregler eingesetzt werden, d.h. $R(s) = K$, $K \in \mathbb{R}$.

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Stromquelle, einem ohmschen Widerstand R , einer Kapazität C und einer Induktivität L . Der Strom der Stromquelle wird mit i symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Serienschaltung aus Kapazität und Widerstand bezeichnet.



- a) Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße i und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.\end{aligned}$$

- b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 04.10.2023

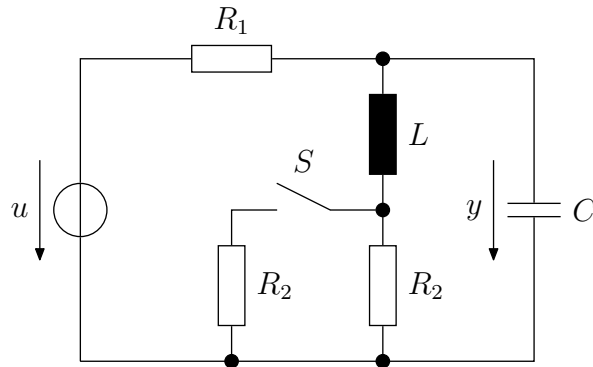
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Summe
erreichbare Punkte	5	4	4	2.5	5	1.5	22
erreichte Punkte							

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer idealen Spannungsquelle, den ohmschen Widerständen R_1 und R_2 , der Induktivität L und der Kapazität C .



Die Quellenspannung der Spannungsquelle wird mit u , die Spannung an der Kapazität C wird mit y bezeichnet. Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Der Schalter S sei zunächst *geöffnet*.

- a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Betrachten Sie nun das System für die konkreten Parameterwerte $R_1 = R_2 = L = C = 1$.

- b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0}$. Ist das System BIBO-stabil?
- c) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen des Systems für die Eingangsgrößen

$$\text{i) } u = u_R = 1, \quad \text{ii) } u = u_R = 0.$$

und die konkreten Parameterwerte $R_1 = R_2 = L = C = 1$.

- d) Nun wird im Betrieb der Schalter S geschlossen. Ändert sich dadurch die Systembeschreibung? Wenn ja, ermitteln Sie das geänderte Zustandsmodell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{b}}u, \quad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{x} + \tilde{d}u.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0} = \frac{s+2}{s^3 + 2s^2 + \alpha s + 1} + 2$$

eines Systems dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y . Hierbei ist α ein reeller Parameter.

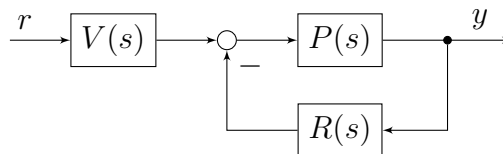
- Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α , für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- Geben Sie ein Zustandsmodell an, das die Übertragungsfunktion $G(s)$ besitzt.
- Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 2\sigma(t)$ und folgende Parameterwerte:

i) $\alpha = -1$,

ii) $\alpha = 1$.

Aufgabe 3:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2+1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$.

- Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.
- Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

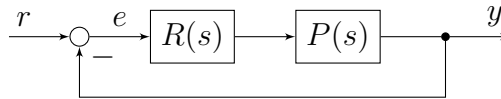
$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{2s+1}{s^2+2s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.

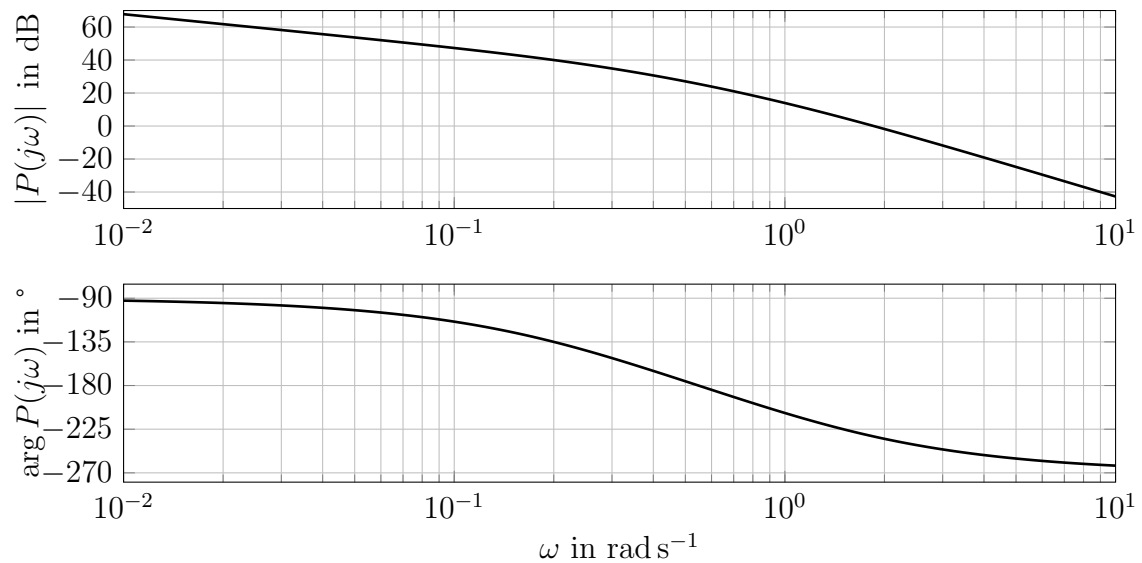
- Realisieren Sie den Regler aus Punkt b) als ein dynamisches System.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Regelstrecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form eines BODE-Diagrammes gegeben:



- a) Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit t_r von *näherungsweise* 7,5 s und keine bleibende Regelabweichung aufweisen. Dazu stehen drei verschiedene Regler zur Auswahl:

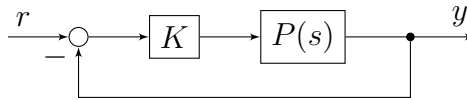
$$R_1(s) = \frac{K}{s}, \quad R_2(s) = \frac{K}{s + \omega_1}, \quad R_3(s) = K.$$

Wählen Sie in nachvollziehbarer Weise einen Regler aus, mit dem Sie obige Anforderungen erfüllen können. *Begründen Sie Ihre Wahl ausführlich!*

- b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den in Punkt a) gewählten Regler so, dass obige Forderungen erfüllt werden. Wie groß ist *näherungsweise* die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises?

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

und K ist ein positiver reeller Parameter.

- Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.
- Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.
- Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve ein und bestimmen Sie den Wert von A_r .
- Zeichnen Sie für den Fall $K = 1$ die Phasenreserve Φ_r und erklären Sie *ausführlich*, wie Sie den Wert von Φ_r mit $P(s)$ *berechnen* können.

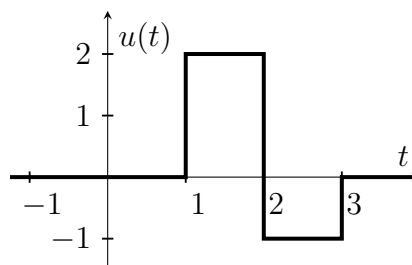
Aufgabe 6:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = (2 + 3e^{-5t}) \sigma(t)$$

beschrieben wird.

Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3/7 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

System 2:

$$\dot{z} = -3z + 5v$$

$$y = z$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$. Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 2:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = 9 - \frac{x_3^2}{x_1^2}$$

$$\dot{x}_3 = -2x_3 + 4 \frac{x_2 x_3}{x_1^2} + 2u$$

- Ermitteln Sie für $y = y_R = 1/3$ die zugehörige Ruhelage $\mathbf{x}_R = [x_{1,R} \ x_{2,R} \ x_{3,R}]^T$ sowie die Eingangsgröße u_R . Dabei ist ausschließlich $u_R \geq 0$ relevant.
- Geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems „nahe“ der Ruhelage $\mathbf{x}_R$ an.

Aufgabe 3:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5$$

$$p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2$$

$$p_3(s) = -s^3 + (3k - 3)s^2 + ks + 1 - k + 2k^2$$

$$p_4(s) = 2s^3 - ks^2 + s - k^2$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die nachstehenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

- $p_2(s)$
- $p_4(s)$
- $p_3(s) + p_4(s)$
- $p_1(s)p_2(s)$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

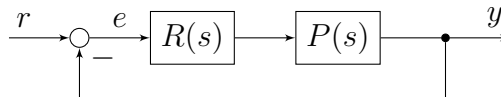
$$L(s) = \frac{100}{(s^2 + s)(s + 100)}$$

eines offenen Regelkreises.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form eines Bode-Diagrammes dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.
- Wie groß ist der zu erwartende stationäre Regelfehler für *sprungförmige* Führungsgrößen ($r(t) = \sigma(t)$)?

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{s - 1}{(s + 1)^3}$$

und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

- Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.
- Bestimmen Sie alle Wertebereiche des Reglers $R(s) = K$ so, dass der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{(s + 6)}{s(s + 4)}.$$

- Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = \frac{1}{2}s$, mit der Methode der *Tustin Approximation* eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion.
- Berechnen Sie die Folgeelemente u_0, u_1 und u_2 für $(e_k) = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \dots)$.
- In welchen Bereich der z -Ebene wird die linke offene s -Ebene bei Anwendung der Tustin Approximation abgebildet?

Aufgabe 7:

Von der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines Systems 2. Ordnung ist bekannt, dass Folgendes gilt:

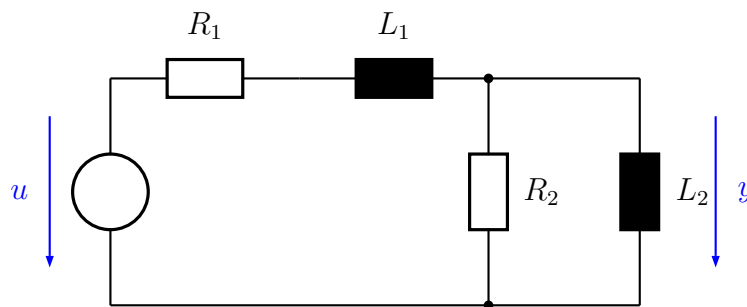
$$\lim_{s \rightarrow -2-j} |G(s)| = \infty, \quad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass im *eingeschwungenen Zustand* $y(t) = 0$ gilt, wenn $u(t) = 5 \sin(2t)$ gewählt wird.

- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.
- Ist das System sprungfähig? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1 , R_2 , den zwei Induktivitäten L_1 , L_2 und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird die Spannung an der Induktivität L_2 definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

- Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.
- Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$.
- Ermitteln Sie α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.
- Ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems für den in Punkt c) ermittelten Wert von α .

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -4u^2 + x_2^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \cos(x_3), \\ y &= x_2 x_3 u.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = [0 \ 2 \ \frac{\pi}{2}]^T$ das linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u,\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

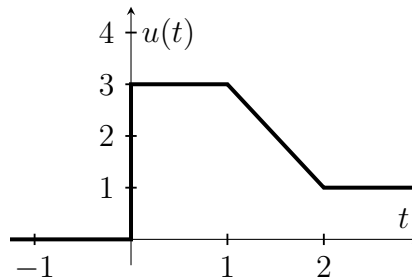
Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , welches durch die Impulsantwort

$$g(t) = 5e^{-2t}\sigma(t)$$

beschrieben werden kann.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße $u(t)$:

**Aufgabe 4:**

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

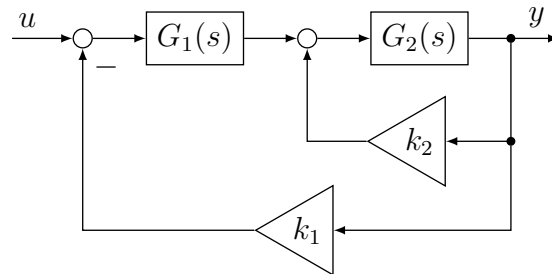
$$P(s) = -\frac{3}{10} \cdot \frac{(s - 300)}{(s + 3)(s + 30)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $P(s)$.
- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 30$ besitzt. Bestimmen Sie das resultierende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort vom geschlossenen Regelkreis.
Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.
- Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = 2\sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und der reellen Parameter k_1 und k_2 .
- b) Bestimmen Sie für die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2 , für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt und skizzieren Sie diesen Bereich in die k_1 - k_2 -Ebene.

Aufgabe 6:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ zweiter Ordnung mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow -4} |G(s)| &= \infty, & \lim_{s \rightarrow -2} |G(s)| &= \infty, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= 0 \quad \text{für } u(t) = 15 \sin(2t), \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= 1 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t). \end{aligned}$$

- a) Ermitteln Sie $G(s)$.
- b) Zeichnen Sie den PN-Plan der gesuchten Übertragungsfunktion $G(s)$.
- c) Ist das System sprunghfähig? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

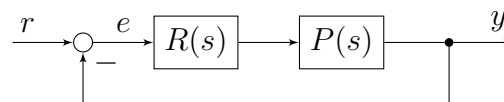
Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

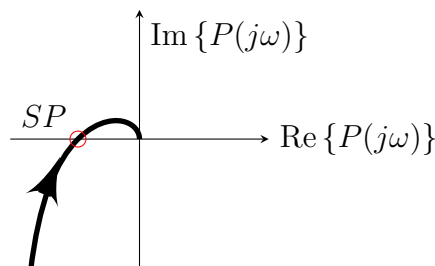
- Welche Methoden kennen Sie, um Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden? (Nennen Sie mindestens zwei Methoden.)
- Erklären Sie eine der Methoden im Detail und diskutieren Sie mögliche Einschränkungen ihrer Anwendbarkeit in Bezug auf die Strecke.
- Auf welchen Effekt ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um ihn zu verhindern.

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgendes Blockschaftbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ liegt für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



- Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen kann obige Ortskurve gehören? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$\begin{array}{ll} \text{i) } L_1(s) = 10 \frac{1}{s}, & \text{ii) } L_2(s) = \frac{20}{\left(s - \frac{1}{2}\right)}, \\ \text{iii) } L_3(s) = -\frac{1}{2} \frac{(s-1)}{s(s+1)}, & \text{iv) } L_4(s) = 4 \frac{(s+2)}{s(s-2)}. \end{array}$$

- Ermitteln Sie analytisch den *exakten* Schnittpunkt (*SP*) der Ortskurve mit der reellen Achse für Ihre gewählte Übertragungsfunktion.

Bitte wenden!

- c) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für Ihre gewählte Übertragungsfunktion und für

i) $K = \frac{1}{2}$,

ii) $K = -2$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

- d) Ist es möglich den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie den Amplitudenrand A_r für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Schriftliche Prüfung aus **Control Systems 1** am 20.03.2024

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	4	2	4	2	19
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Sprungfähigkeit
- asymptotische Stabilität

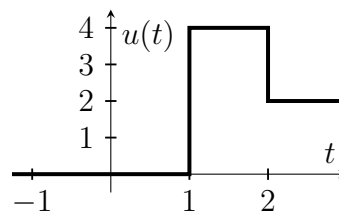
Woran erkennen Sie, dass die geforderten Eigenschaften erfüllt sind?

Aufgabe 2:

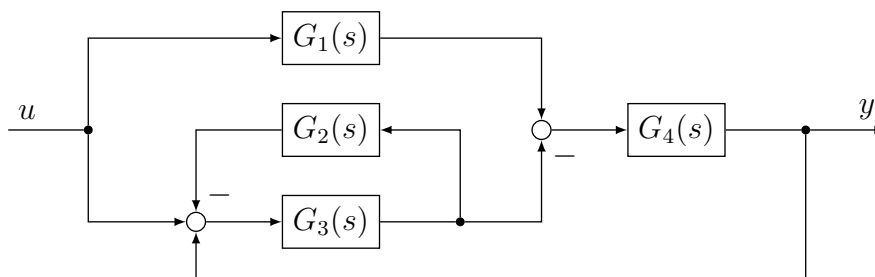
Gegeben sei das folgende Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 - \beta & \beta \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

- Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich für die reellen Konstanten α und β so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ BIBO-stabil ist.
- Ermitteln Sie für $\alpha = -1$ und $\beta = 2$ den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße $u(t)$:

**Aufgabe 3:**

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$:



mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y .

- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems und zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 - k_1 s + 1}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s - k_1}, \quad G_3(s) = \frac{1}{s} \quad \text{und} \quad G_4(s) = \frac{1}{s - k_2}$$

die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems

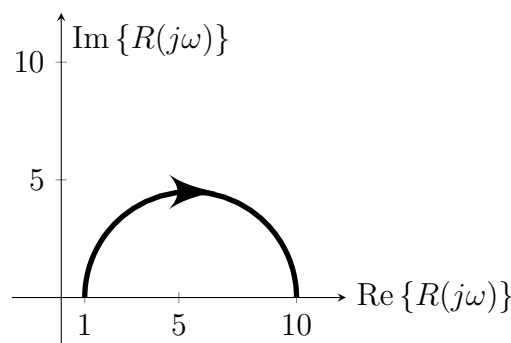
$$G(s) = \frac{1 + k_1 - s}{s^3 - (k_1 + k_2)s^2 + (2 + k_1 k_2)s - (k_1 + k_2)}$$

ist. Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter.

- b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameters k_1 und k_2 , für den das Gesamtsystem BIBO-stabil ist.

Aufgabe 4:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren wurde als Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ ein Lead/Lag-Glied gewählt. Die Ortskurve von $R(s)$ ist dabei wie folgt gegeben:



- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)}$ eines Lead/Lag-Gliedes an und zeichnen Sie den PN-Plan von $R(s)$ für allgemeine Parameter des Lead/Lag-Gliedes.
- b) Ermitteln Sie aus der oben dargestellten Ortskurve, ob ein Lead-Glied oder ein Lag-Glied verwendet wird.
- c) Ermitteln Sie die Parameter des Lead/Lag-Gliedes wenn die maximale Phasenhebung/Phasenabsenkung bei $\omega_m = \sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ liegt.
- d) Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 2$ mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R_d(z)$ der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$. Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzgleichung an.

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

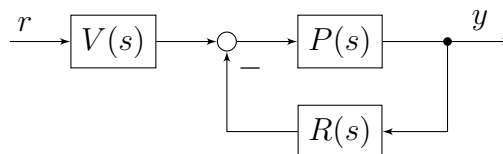
$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{(s + 100)}{(s + 1)(s + 10)}$$

eines *offenen* Standardregelkreises. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion, $P(s)$ ist die Übertragungsfunktion der Strecke.

- Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $L(s)$.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Wie groß ist der zu erwartende stationäre Regelfehler für *sprungförmige* Führungsgrößen ($r(t) = \sigma(t)$)?

Aufgabe 6:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s + 2}{s^2 + 2s + 1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$. Als gewünschte Führungsübertragungsfunktion wurde

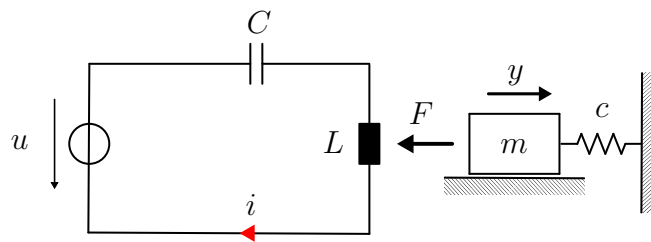
$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{2s + 1}{s^2 + 3s + 2} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

vorgegeben.

- Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.
- Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ realisiert wird. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.
- Realisieren Sie den Regler aus Punkt b) als ein dynamisches System.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie das folgende ideale elektrische Netzwerk in Kombination mit einem Feder-Masse-System. Das ideale elektrische Netzwerk besteht dabei aus der Induktivität L , der Kapazität C und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert. Das Feder-Masse-System besteht aus einer Masse m welche reibungslos am Boden gleitet und über eine Feder an einer Wand befestigt ist. Die Feder weist eine lineare Federkennlinie $F_c = cy$ auf. Zusätzlich wirkt durch das Magnetfeld der Spule L eine Kraft F auf die Masse m , welche proportional zum Strom i durch die Spule L ist ($F = k_m i$). Die Position der Masse m wird mit y symbolisiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein lineares autonomes System der Form

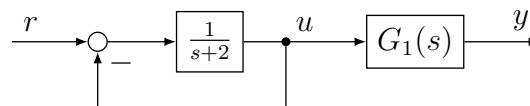
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \sigma & -\omega \\ \omega & \sigma \end{bmatrix} \mathbf{x},$$

mit der reellen Konstante σ und der reellen positiven Konstante ω .

- Ermitteln Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ des Systems.
- Für welchen Wertebereich der Parameter σ und ω ist das gegebene System asymptotisch stabil?
- Es gilt $\sigma = 0$. Skizzieren Sie die Trajektorien des Systems für den Anfangswert $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y ,



wobei $G_1(s)$ die Übertragungsfunktion des LZI Systems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y ist.

- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G_1(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.
- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y . Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.
- Ist das Gesamtsystem BIBO - stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
- Ermitteln Sie, für eine Abtastzeit $T_d = 2$ mit der Methode nach Tustin, eine zeitdiskrete Approximation $G_d(z)$ der Übertragungsfunktion $G(s)$. Geben Sie die zugehörige Ausgangsfolge (y_k) aus der Eingangsfolge (r_k) in Form einer Differenzgleichung an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes nichtlineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 - 1 \\ \dot{x}_2 &= -2 \sin(x_1) - 2x_2 + \frac{1}{2}u \\ y &= x_1.\end{aligned}$$

- a) Ermitteln Sie die Ruhelagen $\mathbf{x}_{R_i} = [x_{1,R_i} \ x_{2,R_i}]^T$ des Systems für $u = u_R = 0$.
 b) Ermitteln Sie für eine im Punkt a) ermittelte Ruhelage ($\mathbf{x}_{R_j}$) ein linearisiertes Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{R_j}, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_{R_j}.$$

- c) Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$ des um die Ruhelage linearisierten Modells.

Aufgabe 4:

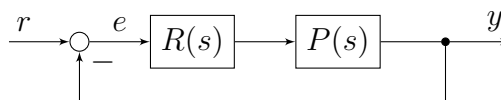
Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-2)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β , welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

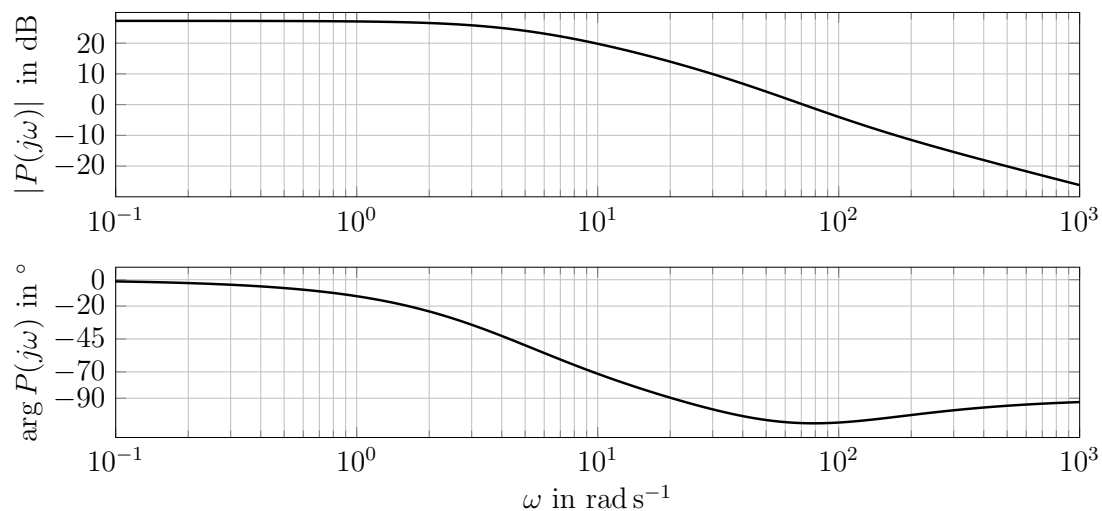
$$P(s) = \frac{-2(s-10)}{(s+10)}$$

und als Regler wird ein I-Regler $R(s) = \frac{K_I}{s}$ mit dem reellen Parameter K_I eingesetzt.

- Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der imaginären Achse.
- Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K_I , für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. (Hinweis: Verwenden Sie dazu die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.)

Aufgabe 6:

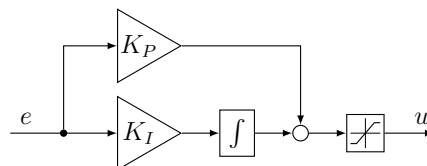
Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form eines BODE-Diagrammes gegeben:



Als Regler wird der I-Regler $R(s) = \frac{1}{s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 7:

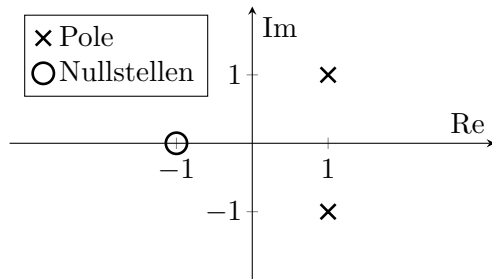
Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers in Parallelrealisierung mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u :



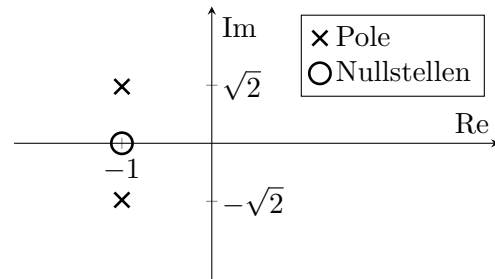
Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Aufgabe 8:

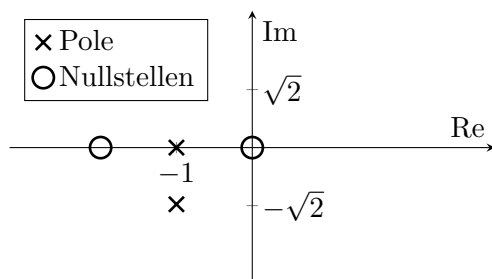
Folgende PN-Pläne sind gegeben



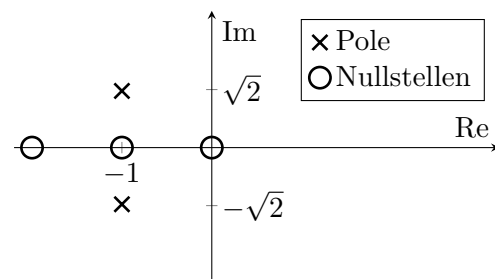
i) PN-Plan 1



ii) PN-Plan 2



iii) PN-Plan 3



iv) PN-Plan 4

- a) Welcher PN-Plan kann zu einer realisierbaren, BIBO-stabilen Übertragungsfunktion $G(s)$ gehören? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
- b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ für den gewählten PN-Plan wenn bekannt ist, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \frac{4}{3}$$

erfüllt.

- c) Ermitteln Sie $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $u(t) = 3 \sin(t)$.