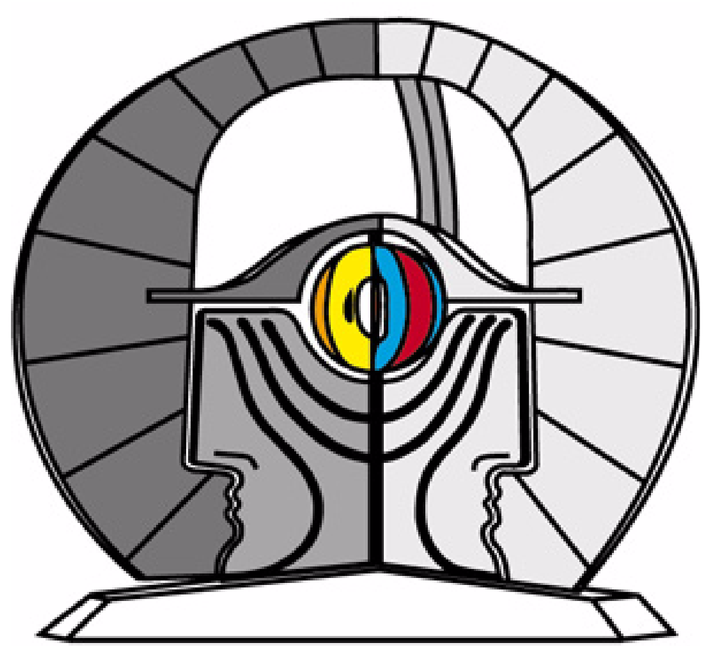
Aufgaben
zur Einführung in die Messtechnik
Größen und Einheiten

Wolfgang Kessel

Braunschweig



Institut für Experimentalphysik

AUFGABE01: Potenzprodukte physikalischer Größen.

Stellen Sie die nachfolgenden Größen als Potenzprodukte der SI-Basiseinheiten dar.

Impuls $I = 43\ \mathrm{N \cdot s}$

Massenstrom $\dot{m} = 123{,}6\ \mathrm{mg/h}$

Lärmdosis $D_\mathrm{N} = 8{,}23 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Pa^2 \cdot s}$

Druck $p = 624\ \mathrm{Torr}$ $(760\ \mathrm{Torr} = 1013{,}250\,24\ \mathrm{mbar})$

Leistung $P = 92\ \mathrm{PS}$ $(1\ \mathrm{PS} = 75\ \mathrm{m \cdot kp/s};\ 1\ \mathrm{p} = 9{,}806\,65\ \mathrm{mN})$

BEACHTEN Die Werte der Größen sind gemessene Größen. Die Unsicherheit über ihren richtigen Wert ist durch die Anzahl der angegebenen signifikanten Stellen gegeben. Die Umrechnungsfaktoren sind (per definitionem) festgelegt, so dass über ihre Werte keine Unsicherheit besteht.

AUFGABE02: Umrechnung einer technischen Druck-Angabe.

In eine Tabelle enthält die nachfolgenden Werte der bei einem Versuch zum Explosivumformen gemessenen Drücke. Rechnen Sie die in der technischen Einheit **at** angegeben Werte in die SI-Einheit **Pa** unter Berücksichtigung der in den Werten ausgedrückten Genauigkeit um ($1\ \mathrm{at} = 98{,}066\ 5 \cdot 10^3\ \mathrm{kPa}$).

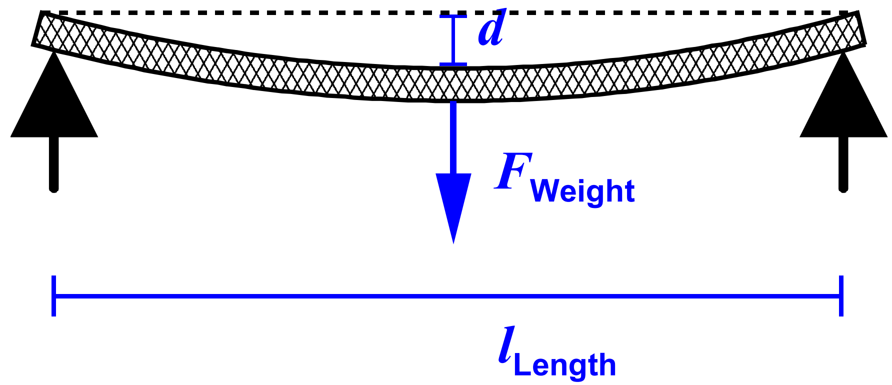
Druck in **at**	Druck in **MPa**
$0{,}4 \cdot 10^{-3}$ at	
$1{,}8 \cdot 10^{-3}$ at	
$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ at	
$1{,}6 \cdot 10^{-3}$ at	
$2{,}0 \cdot 10^{-3}$ at	
$2{,}4 \cdot 10^{-3}$ at	

HINWEIS Achten Sie auf die Zahl der angegebenen Stellen; die Druckwerte sind gemessene Werte, der Umrechnungsfaktor ist ein festgelegter Wert.

AUFGABE03: Messung des Elastizitätsmoduls.

In einem Biegeversuch soll der Elastizitätsmodul E verschiedener Materialien aus der Durchbiegung rechteckiger Balken ermittelt werden, deren Querschnitts-abmessungen $l_{\mathbf{Width}} = \mathbf{22\ mm}$ und $l_{\mathbf{Height}} = \mathbf{12\ mm}$ betragen.
Die Balken werden in der Messeinrichtung auf zwei Stützen gelegt, deren Abstand $l_{\mathbf{Length}} = \mathbf{45{,}2\ cm}$ beträgt, nacheinander in der Mitte mit verschiedenen Massen m_i im Bereich **5 g...450 g** belastet und für jede Masse die Durchbiegung d_i mit dem Feinzeiger (Tiefenmesser, Skala mit einer Teilung von **0,01 mm**) ermittelt.

Messaufbau (schematisch) für die Ermittlung des Elastizitätsmoduls aus der Durchbiegung von Balken rechteckigen Querschnitts;
d - Durchbiegung;
$F_{\mathbf{Weight}}$ - Gewichtskraft;
$l_{\mathbf{Length}}$ - Stützweite.



Aus den für die verschiedenen Belastungen (verschiedene Gewichtskräfte) $F_{\mathrm{W}i}$ ermittelten Durchbiegungen d_i und den einmal ermittelten Werten für die Stützweite l_{Length} und die Querschnittsabmessungen l_{Width} und l_{Height} eines Balkens wird der Elastizitätsmodul ($[E] = \mathrm{N/m^2}$) mit der Gleichungen

$$F_{\mathrm{Weight},i} = m_i \cdot g$$

$$E = \frac{1}{4} \cdot \frac{l_{\mathrm{Length}}^3 \cdot F_{\mathrm{Weight},i}}{l_{\mathrm{Height}}^3 \cdot l_{\mathrm{Width}} \cdot d_i}$$

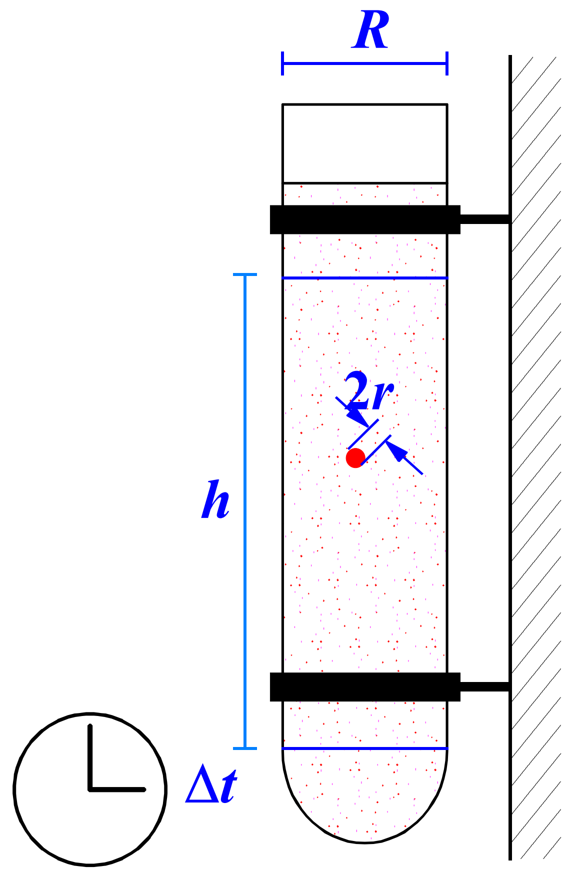
berechnet (Fallbeschleunigung $g = 9{,}806\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$).

Schreiben Sie die Auswertegleichungen in Form einer für die Durchführung der Messung geeigneten, angepassten Größengleichung.

AUFGABE04: Messung der dynamischen Viskosität nach Stokes.

Bei einem Versuch zur Ermittlung der **dynamischen Viskosität** η eines Getriebeöls in Abhängigkeit von der Temperatur ϑ (Temperaturbereich $\mathbf{20^oC...55^oC}$) nach der Kugel-Fall-Methode von *Stokes* wird zunächst aus der Zeitspanne Δt, die verschiedene metallene (Kugellager-)Kugel zum Durchfallen der Strecke h zwischen zwei Beobachtung-Marken benötigen, jeweils die Geschwindigkeit

$\upsilon = h/\Delta t$ der (wegen der hohen Reibung) gleichförmigen Bewegung berechnet.



Messaufbau für die Ermittlung der dynamischen Viskosität nach der Kugel-Fall-Methode von *Stokes* (schematische Darstellung):

h - Fallstrecke und

Δt - Fallzeit der Kugeln

Aus der Geschwindigkeit υ, dem Radius r und der Dichte ρ_{Ball} des Materials der Kugeln und der Dichte ρ_{Fluid} des Getriebeöls wird anschliessend die dynamische Viskosität mit der Formel von *Stokes*

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho_{\mathrm{Ball}} - \rho_{\mathrm{Fluid}}}{\upsilon \cdot \lambda} \cdot g \cdot r^2$$

berechnet. Hier ist $g = 9{,}806\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ die Fallbeschleunigung und

$$\lambda = 1 + 2{,}4 \cdot \frac{r}{R}$$

der *Ladenburg*'sche Korrektionsfaktor, der den Einfluss des endlichen Radius R des Fallrohres berücksichtigt.

Kombinieren Sie die Gleichungen zu einer für die wiederholte Durchführung der Messungen (verschiedene Temperaturen) geeignet angepassten Größengleichung

Die Daten der Messung sind

Innenradius des Fallrohres **49,2 mm**

Abstand der Beobachtungsmarken **99,8 cm**

Zeitspanne **7,5 s...15 s**

Radius der Kugellager-Kugeln **4,8 mm**

Dichte des Materials der Kugellager-Kugeln $7{,}8 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

Dichte des Getriebeöls $0{,}82 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

AUFGABE05: Messen der Sprunghöhe eines Tennisballes.

Die Vorschrift der International Tennis Federation (Rules 2003) lautet:

"drop ball 100 **inches** upon flat rigid surface,
rebound shall lie between 53 and 58 **inches**".

Für den Test wurden Tennisbälle in einem senkrechten Schacht aus der vorgeschriebenen Höhe h_{Start} fallen gelassen, und die Zeit gemessen, die jeder Ball nach dem Rücksprung an der festen Bodenfläche beim Steigen zum Durchfliegen einer feste Messstrecke l_{M} benötigte.

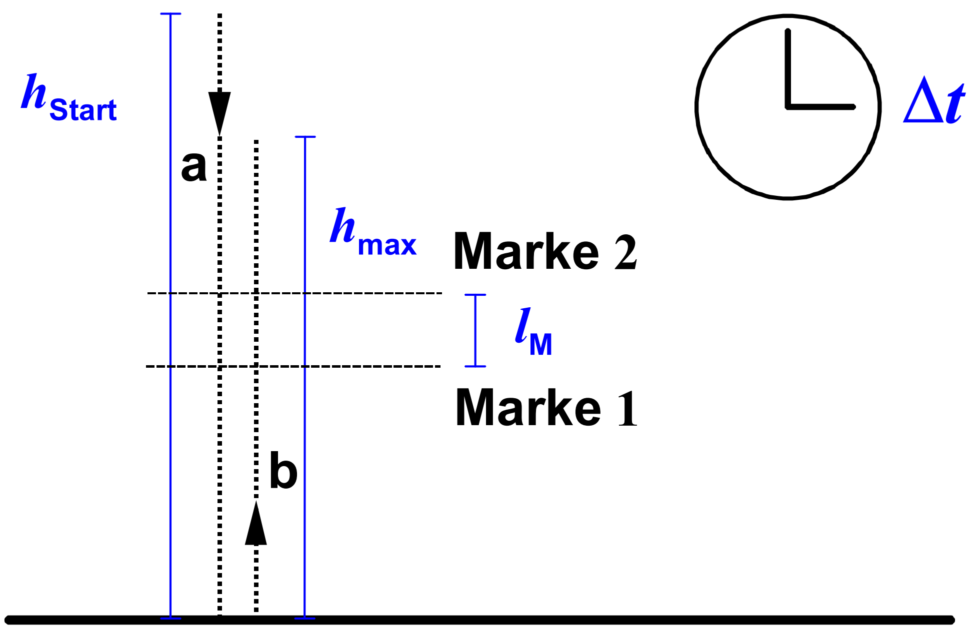
Aus der gemessenen Zeit Δt_i wird zunächst die mittlere Geschwindigkeit

$$\upsilon_i = \frac{l_{\mathrm{M}}}{\Delta t_i} \quad (i = 1,2,\ldots,n)$$

ermittelt, die sich für jeden Tennisball aus der Zeit ergibt, die er zum Durchfliegen der Messstrecke benötigt.

Messaufbau für den Test von Tennisbällen (schematische Darstellung):
Die Tennisbälle werden aus einer festen Höhe fallen gelassen; es wird die Zeit gemessen, die sie beim ersten Steigen zum Durchfliegen der durch die Marken 1 und 2 begrenzten Strecke benötigen.

- a - Falllinie;
- b - Steiglinie;
- h_{Start} - Starthöhe;
- h_{max} - Steighöhe;
- h_{Mark1}, h_{Mark2} – Höhe der Marke 1 resp 2;
- l_{M} - Länge der Messtrecke;
- Δt - Zeit, die ein Tennisball zum Durchfliegen der Messstrecke benötigt.



Die maximale Höhe wird anschliessend mit der Relation

$$h_{\mathrm{max},i} = \frac{h_{\mathrm{Mark1}} + h_{\mathrm{Mark2}}}{2} + \frac{\upsilon_i}{2 \cdot g} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{\Delta t_i}{2} \right)^2$$

berechnet.

a) Stellen Sie eine zugeschnittene Größengleichung für die Routinemessung auf:

- die **Marke 1** befindet sich in der Höhe $h_{\mathrm{MARK1}} = 1{,}20\ \mathrm{cm}$,
- die Messstrecke besitzt die Länge $l_{\mathrm{M}} = 10\ \mathrm{cm}$,
- die Zeit wird in **Sekunden** gemessen und
- der Wert der Fallbeschleunigung beträgt $g = 9{,}806\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Das Ergebnis ist in **inch** anzugeben.

b) Begründen Sie die Formel für die maximale Höhe aus den Gesetzmäßigkeiten der Fall-/Wurf-Bewegung

$$\upsilon_t = \upsilon_0 - g \cdot (t - t_0)$$

$$h_t = \upsilon_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - t_0)^2$$

Hier ist

υ_t - die Geschwindigkeit, die ein Tennisball zur Zeit t (Zeitpunkt) besitzt,

υ_0 - die Geschwindigkeit, mit welcher der Tennisball nach dem ersten Aufprall auf der festen Bodenplatte zu steigen beginnt,

t_0 - der Zeitpunkt, zu dem er zu steigen beginnt,

g - die Fallbeschleunigung und

h_t - die Höhe über der festen Bodenplatte, auf der sich der Tennisball zur Zeit t (Zeitpunkt) befindet.

Beachten Sie, dass die Länge der Messstrecke gegeben ist durch

$$l_{\mathrm{M}} = h_{\mathrm{Mark2}} - h_{\mathrm{Mark1}}$$