1. Hausübung

- Abgabe: 16.12.2016 24:00 Uhr
- Abgabeform: PDF an michael.hofbaur@joanneum.at
- Für Fragen zur Hausübung steht Ihnen als Studienassistent Patrick Nitsche, patrick.nitsche@student.tugraz.at zur Verfügung!

Aufgabe 1

Für drei dynamische Systeme der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}$$

stehen folgende drei Dynamikmatrizen zur Auswahl:

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_b = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Zusätzlich sind drei Trajektorienverläufe angeführt. Die Pfeilrichtung entspricht dem Verlauf der Trajektorie für anwachsende Werte der Zeit t.

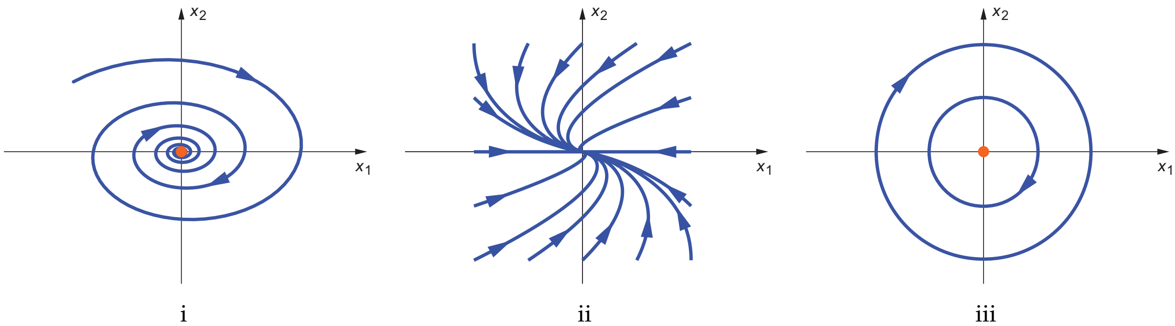

Abbildung 1: Trajektorienverläufe

a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrizen.

b) Odnen Sie die die Trajektorienverläufe den Dynamikmatrizen zu. Verwenden Sie hierzu die vorherigen Ergebnisse und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

Ein RLC-Netzwerk (siehe Abbildung 2) sei gegeben.

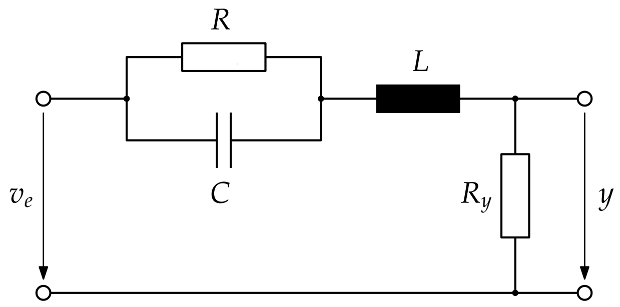

Abbildung 2: Elektrisches Netzwerk

a) Wählen Sie geeignete Zustandsvariablen, ermitteln Sie die Differentialgleichungen und geben Sie das Modell des Systems in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u\,, \quad y = \mathbf{c}^T\,\mathbf{x}$$

an, wobei als Eingangsgröße $u = v_e$ zu wählen ist. Am Ausgang y soll die Spannung am Widerstand R_y anliegen.

Die Werte für den Widerstand R und die Induktivität L sind bekannt und betragen $R = 3\,\Omega$ bzw. $L = 1\,\mathrm{H}$. Im Labor wird nun eine Spannung $v_e(t) = v_{e0} = 8\,\mathrm{V}$ an das System angelegt und gewartet, bis ein **stationärer** Zustand erreicht wird. Danach wird die Spannungsversorgung zum Zeitpunkt $t = 0$ kurzgeschlossen ($v_e \equiv 0\,\mathrm{V}$) und der folgende Verlauf der Ausgangsgröße beobachtet:

$$\bar{y}(t) = -\frac{5}{2}\,\mathrm{e}^{-2\,t} + \frac{15}{2}\,\mathrm{e}^{-4\,t}$$

b) Bestimmen Sie für die konstante Spannung am Eingang $v_e(t) = v_{e0}$ die Grenzwerte für die Zustandsvariablen $\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t)$ und des Ausgangs $\lim_{t\to\infty} y(t)$. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem Anfangswert $\bar{y}(t = 0)$, um den Wert des Widerstandes R_y zu ermitteln.

c) Bestimmen Sie den Wert der Kapazität C.

d) Bestimmen Sie für diese Bauteilwerte die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ und Übertragungsfunktion $G(s)$ zu Ihrem mathematischen Modell des Netzwerkes.

e) Bestimmen Sie für die Eingangsfunktion $u(t) = sin(t)$ die eingeschwungene Antwort $y(t)$ des Netzwerkes.